

Министерство образования Республики Беларусь

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ  
«ГРОДНЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ ЯНКИ КУПАЛЫ»

# **ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ. ВОЛНОВАЯ ОПТИКА**

*Допущено Министерством образования  
Республики Беларусь  
в качестве учебного пособия  
для студентов учреждений,  
обеспечивающих получение высшего образования  
по инженерно-техническим специальностям*

Гродно  
ГрГУ им. Я.Купалы  
2008

УДК 531+539.19+536(075.8)

ББК 22.2

Э45

Авторы:

*А.А. Маскевич, В.Ф. Аскирка, Г.Т. Василюк, В.Е. Воронич,  
Е.Е. Трофименко (БНТУ).*

Рецензенты:

кафедра физики БГУИР (зав. кафедрой – *Квасов Н.Т.*,  
доктор физико-математических наук, профессор);

*Хило П.А.*, зав. кафедрой физики ГГТУ им. П.О. Сухого,  
доктор физико-математических наук, профессор.

Э45 **Электричество** и магнетизм. Волновая оптика : учеб. пособие /  
А.А. Маскевич [и др.]. – Гродно : ГрГУ, 2008. – 375 с.  
ISBN 978-985-515-041-2

Учебное пособие включает в себя разделы «Электродинамика» и «Волновые процессы» курса «Физика». В начале каждого раздела излагаются основные понятия, определения, законы и формулы, снабженные необходимыми пояснениями. Подробно разобраны примеры решения типовых задач, приведены более 750 задач различного уровня сложности для самостоятельного решения, справочный материал в виде приложений. Адресовано студентам инженерно-технических специальностей вузов.

УДК 531+539.19+536(075.8)

ББК 22.2

© Маскевич А.А., Аскирка В.Ф., Василюк Г.Т.,  
Воронич В.Е., Трофименко Е.Е., 2008

© Учреждение образования  
«Гродненский государственный университет  
имени Янки Купалы», 2008

ISBN 978-985-515-041-2

## ВВЕДЕНИЕ

Курс «Физика» занимает особое место в программе подготовки специалистов инженерно-технического профиля. Он служит фундаментом самостоятельного освоения новых идей, новых тенденций в стремительно развивающемся мире науки, техники и технологий. Умение решать задачи является лучшей оценкой глубины знания учебного материала, а навыки моделирования при изучении физики помогут будущему специалисту при разрешении реальных технических и производственных проблем.

Целью настоящего учебного пособия является оказание помощи студентам инженерно-технических специальностей при изучении курса «Физика» в систематизации знаний по данной дисциплине и при решении задач контрольных и индивидуальных заданий.

Данная книга является продолжением учебного пособия В.Ф. Аскирки, В.В. Войны, А.М. Колодинского, А.А. Маскевича «Механика, молекулярная физика и термодинамика»\*, она адресована студентам как дневных, так вечерних и заочных форм обучения, включает в себя разделы «Электродинамика» и «Волновые процессы». В начале каждого из них приведены основные понятия, определения, законы и формулы, снабженные необходимыми пояснениями. Обе теоретические части являются фактически кратким конспектом по разделам «Электричество и магнетизм», «Оптика», «Механические и электромагнитные колебания и волны» курса «Физика». Далее следуют подробно разобранные примеры решения типовых задач, порядок расположения которых соответствует порядку изложения материала в теоретических частях. При решении каждой задачи даются ссылки на законы и формулы в теоретической части, что позволяет «видеть» логику рассуждений. Более 750 задач, предложенных для самостоятельного решения, можно использовать при организации самостоятельной рабо-

---

\* Механика, молекулярная физика и термодинамика: учеб. пособие / В.Ф. Аскирка [и др.]. – Гродно: ГрГУ, 2005. – 184 с.

ты студентов, при проведении контрольных работ и коллоквиумов. Все задачи распределены по темам, соответствующим главам теоретической части. Для составления различных вариантов заданий преподаватель имеет возможность комбинировать задачи из разных глав на свое усмотрение с учетом сложившихся традиций преподавания физики студентам различных специальностей. Заканчивается пособие справочным материалом, необходимым для решения задач, представленным в виде приложений. Для студентов-заочников приведены правила по выполнению и требования к оформлению контрольных работ.

Авторы надеются, что данное пособие будет востребовано для обеспечения учебного процесса по курсу «Физика» в учебных заведениях, обеспечивающих получение высшего образования по инженерно-техническим специальностям, в частности в организации самостоятельной (в том числе и контролируемой) работы студентов.

Авторы будут признательны всем за замечания и предложения, касающиеся содержания настоящего пособия.

## Раздел 1. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

### 1. ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ. ЗАКОН КУЛОНА

**Электростатика** – раздел физики, изучающий электрические поля, созданные неподвижными электрическими зарядами, а также взаимодействия между такими зарядами.

**Электрический заряд** – это характеристика тел или частиц, определяющая их способность к электромагнитному взаимодействию.

Наряду с электрически нейтральными частицами (например, фотонами), существуют элементарные частицы – **носители элементарного электрического заряда** двух типов: положительного (протоны) и отрицательного (электроны). Электроны и протоны входят в состав всех атомов и молекул, что и обуславливает наличие у **макроскопических тел** равных по величине отрицательных и положительных зарядов.

Экспериментально доказано, что электрический заряд  $q$  любого макроскопического тела состоит из **целого числа элементарных зарядов** обоих знаков:  $\pm ne$ , где  $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$  Кл – элементарный заряд,  $n$  – целое число. Электрически нейтральное тело содержит одинаковое число протонов и электронов.

Первоначально электрически нейтральное тело можно зарядить путем трения тел друг о друга; соприкосновением с заряженным телом; разделением электрических зарядов (**электростатическая индукция**).

**Удельный заряд частицы** – отношение заряда частицы к ее массе ( $q/m$ ) – является основной характеристикой элементарных частиц и определяет значение заряда, приходящееся на единицу массы. Так как массы электрона и протона соответственно равны  $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$  кг и  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$  кг, то их удельные заряды составляют  $e/m_e = 1,76 \cdot 10^{11}$  Кл/кг,  $e/m_p = 9,6 \cdot 10^7$  Кл/кг.

В случае **взаимодействия заряженных тел (частиц)** одноименные заряды отталкиваются, разноименные – притягиваются.

Величина заряда не зависит от выбора инерциальной системы отсчета – **заряд релятивистски инвариантен**.

Система, не обменивающаяся зарядами с внешними телами, называется **замкнутой (изолированной)**.

**Закон сохранения электрического заряда:** алгебраическая сумма электрических зарядов в замкнутой системе не изменяется при любых процессах, происходящих в этой системе:

$$q = \sum_{i=1}^n q_i = \text{const} . \quad (1.1)$$

Закон взаимодействия неподвижных электрических зарядов экспериментально установлен и сформулирован Ш. Кулоном для **точечных электрических зарядов** – таких заряженных тел, размеры которых малы по сравнению с расстоянием между ними.

**Закон Кулона:** модуль силы взаимодействия  $F$  двух неподвижных точечных зарядов, находящихся в вакууме, прямо пропорционален произведению модулей зарядов  $q_1$  и  $q_2$  и обратно пропорционален квадрату расстояния между ними:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1||q_2|}{r^2}, \quad (1.2)$$

где  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная ( $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м).

Коэффициент пропорциональности в законе Кулона часто записывают в виде  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9,0 \cdot 10^9$  Н·м<sup>2</sup>/Кл<sup>2</sup>.

Закон Кулона в виде (1.2) справедлив также для заряженных макроскопических тел, имеющих сферическую форму. В этом случае расстояние  $r$  определяется между центрами сферических тел.

В векторной форме закон Кулона представляется в виде:

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \frac{\vec{r}_{12}}{r}, \quad (1.3)$$

где  $\vec{F}_{12}$  – сила, действующая на заряд  $q_1$  со стороны заряда  $q_2$ ,  $\vec{r}_{12}/r$  – единичный вектор, вдоль которого направлен вектор силы,  $\vec{r}_{12}$  – радиус-вектор заряда  $q_1$  относительно заряда  $q_2$ ,  $|\vec{r}_{12}| = r$ .

Сила  $\vec{F}_{12}$  направлена по прямой (рис. 1.1), соединяющей взаимодействующие точечные заряды (центры сферических зарядов), и называется силой Кулона (кулоновской силой). Направление кулоновских сил определяется знаками взаимодействующих зарядов.

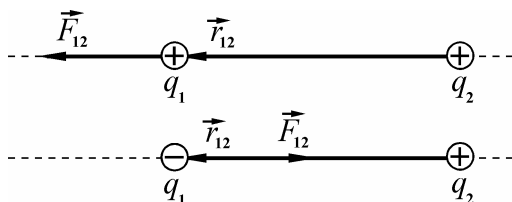


Рис. 1.1

Силы электростатического взаимодействия удовлетворяют третьему закону Ньютона:  $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ , то есть силы электростатического взаимодействия двух зарядов равны по модулю и противоположны по направлению.

Если заряды  $q_1$  и  $q_2$  взаимодействуют в изотропной и однородной среде с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ , то сила Кулона в такой среде определяется выражением:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1||q_2|}{\epsilon r^2}. \quad (1.4)$$

**Электрическое поле** – векторное поле, определяющее силовое воздействие на заряженные частицы, не зависящее от их скоростей.

Электрическое поле создается как неподвижными, так и движущимися зарядами и является одной из компонент единого электромагнитного поля.

Поле, связанное с неподвижными электрическими зарядами, называется **электростатическим**.

**Напряженность электрического поля** – векторная величина, равная отношению силы  $\vec{F}$ , действующей на неподвижный положительный пробный заряд  $q_0$ , помещенный в данную точку поля, к величине этого заряда:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}, \quad (1.5)$$

$$[E] = 1 \text{ Н/Кл} = 1 \text{ В/м.}$$

**Пробный заряд**  $q_0$  – точечный заряд, который не должен существенно возмущать исследуемое поле.

Как видно из определения, вектор  $\vec{E}$  равен силе, действующей на единичный положительный неподвижный заряд.

**Напряженность поля, создаваемого точечным зарядом**, в некоторой точке  $A$  (рис. 1.2) находится из выражения:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\epsilon r^2} \frac{\vec{r}}{r}, \quad (1.6)$$

где  $\vec{r}$  – радиус-вектор, соединяющий заряд  $q$  с данной точкой поля, или в скалярной форме:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q|}{\epsilon r^2}. \quad (1.7)$$

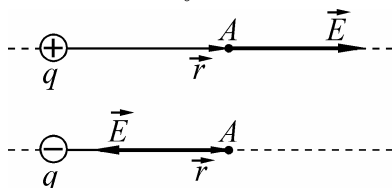


Рис. 1.2

Графически электростатическое поле отображается с помощью **линий напряженности (силовых линий)** – линий, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора напряженности поля  $\vec{E}$  в этой точке (рис. 1.3). Силовые линии проводят таким образом, чтобы их густота была пропорциональна модулю вектора напряженности.

**Электростатическое поле однородно**, когда вектор напряженности поля в любой точке пространства постоянен по модулю и направлению. В этом случае силовые линии представляют собой **параллельные прямые**.



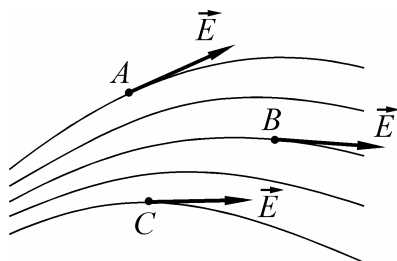


Рис. 1.3

Если поле создается **точечными зарядами**, то линии напряженности – **радиально исходящие из заряда** (для положительного) или **входящие** (для отрицательного) **прямые** (рис. 1.4).

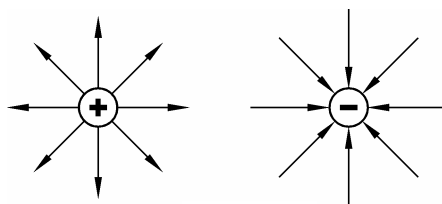


Рис. 1.4

Если электростатическое поле создается несколькими точечными неподвижными зарядами, то величина суммарного поля **определяется принципом суперпозиции**: *напряженность поля, создаваемого всеми зарядами, равна геометрической сумме напряженностей, создаваемых каждым зарядом в отдельности независимо от других, то есть:*

$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i . \quad (1.8)$$

## 2. ТЕОРЕМА ГАУССА ДЛЯ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ВАКУУМЕ

**Элементарный поток вектора напряженности** через бесконечно малую площадку  $dS$  равен скалярному произведению вектора напряженности  $\vec{E}$  на вектор  $d\vec{S}$  :

$$d\Phi = \vec{E} \cdot d\vec{S} = EdS \cos \alpha^*, \quad (2.1)$$

где  $d\vec{S}$  – ориентированный элемент поверхности, причем  $d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$ , где  $\vec{n}$  – единичный вектор к площадке  $dS$ ,  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{E}$  и  $\vec{n}$  (рис. 1.5).

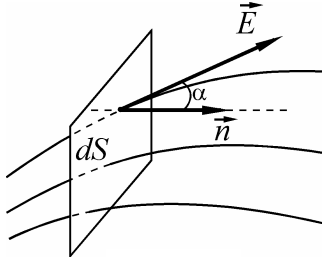


Рис. 1.5

Поток вектора напряженности допускает графическую интерпретацию, основанную на понятии силовых линий. Так как число силовых линий электрического поля, проходящих через единичную площадку, перпендикулярную направлению вектора напряженности пропорционально  $\vec{E}$ , то **поток вектора напряженности поля** через площадку пропорционален числу силовых линий, пересекающих ее поверхность.

Поток вектора напряженности электростатического поля **через произвольную поверхность** определяется интегралом:

$$\Phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}. \quad (2.2)$$

**Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме:** *поток вектора напряженности электростатического поля в вакууме через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, заключенных внутри этой поверхности, деленной на  $\epsilon_0$ :*

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i. \quad (2.3)$$

---

\* Здесь и далее символом « $\oint$ » обозначено скалярное произведение векторов.

В случае, когда электрический заряд распределен в пространстве с объемной плотностью  $\rho = dq/dV$ , теорема Гаусса имеет вид:

$$\oint_s \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV. \quad (2.4)$$

Используя теорему Гаусса для электростатического поля в вакууме, можно сравнительно легко определить напряженность поля, создаваемого симметричными заряженными телами.

**Напряженность поля, создаваемого равномерно заряженной сферической поверхностью:**

$$E = \begin{cases} 0, & r < R; \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}, & r \geq R, \end{cases} \quad (2.5)$$

где  $R$  – радиус заряженной сферической поверхности (рис. 1.6).

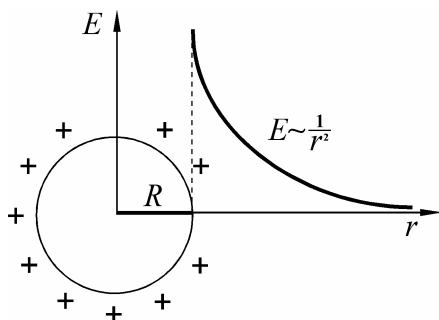


Рис. 1.6

**Напряженность поля, создаваемого бесконечной заряженной нитью:**

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\tau}{r}, \quad (2.6)$$

где  $\tau = dq/dl$  – **линейная плотность заряда** – величина заряда, находящегося на единице длины нити,  $r$  – расстояние от нити до точки, в которой определяется напряженность.

**Напряженность поля, создаваемого бесконечной равномерно заряженной плоскостью:**

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}, \quad (2.7)$$

где  $\sigma = dq/dS$  – **поверхностная плотность заряда** – заряд, находящийся на единице площади поверхности.

**Электрический диполь** представляет собой нейтральную систему из двух разноименных равных по модулю зарядов  $+q$  и  $-q$ , расположенных на расстоянии  $l$ , называемом **плечом диполя**. Диполь характеризуется векторной величиной – **дипольным моментом**:

$$\vec{p} = q\vec{l}. \quad (2.8)$$

Вектор  $\vec{p}$  (так же как и  $\vec{l}$ ) направлен от отрицательного заряда к положительному (рис. 1.7).

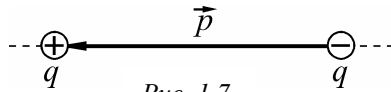


Рис. 1.7

В однородном электрическом поле с напряженностью  $\vec{E}$  на диполь действует вращающий механический момент пары сил  $F_+ = F_- = qE$ , который стремится повернуть диполь по направлению внешнего поля  $E$  (рис. 1.8):

$$\vec{M} = [\vec{p} \times \vec{E}]^*. \quad (2.9)$$

На рисунке 1.8 вектор  $\vec{M}$  направлен перпендикулярно плоскости рисунка.

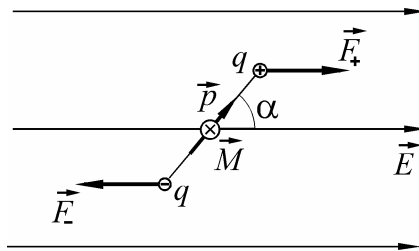


Рис. 1.8

\* Здесь и далее выражения вида  $\vec{c} = [\vec{a} \times \vec{b}]$  представляют собой векторное произведение векторов.

Модуль вращающего момента равен:

$$M = pE \sin \alpha = qEl \sin \alpha, \quad (2.10)$$

где  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{p}$  и  $\vec{E}$ .

### 3. РАБОТА СИЛ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ. ПОТЕНЦИАЛ. РАЗНОСТЬ ПОТЕНЦИАЛОВ

**Элементарная работа сил электростатического поля** при переносе заряда  $q$  на бесконечно малое перемещение  $d\vec{l}$  равна:

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{l} = q\vec{E} \cdot d\vec{l} = qEdl \cos \alpha, \quad (3.1)$$

а вся работа сил поля на пути от точки 1 до точки 2 определяется выражением:

$$A_{12} = q \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l} = q \int_1^2 Edl \cos \alpha, \quad (3.2)$$

где  $\alpha$  – угол между вектором  $\vec{E}$  и элементарным перемещением заряда  $d\vec{l}$  (рис. 1.9).

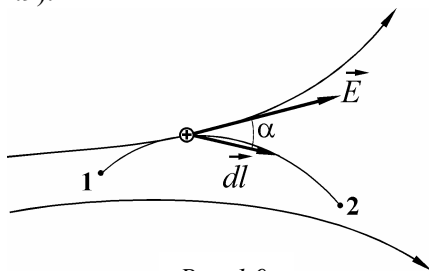


Рис. 1.9

Работа сил электростатического поля не зависит от траектории, по которой перемещается заряд в этом поле. Электростатические силы являются **консервативными**, так как работа сил электростатического поля по перемещению заряда  $q$  по замкнутой траектории, определяемая выражением  $A = q \oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$ , равна нулю. В этом выражении интеграл  $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$  называется **циркуляцией вектора напряженности  $\vec{E}$** .

**Теорема о циркуляции вектора напряженности электростатического поля  $\vec{E}$**  : циркуляция вектора напряженности в любом электростатическом поле равна нулю:

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0, \quad (3.3)$$

где  $L$  – длина контура, вдоль которого производится интегрирование.

Поле, обладающее свойством (3.3), называется **потенциальным**. Любое электростатическое поле является потенциальным.

**Потенциальная энергия электростатического взаимодействия** двух точечных (или сферических) зарядов определяется с точностью до некоторой постоянной:

$$W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r} + const. \quad (3.4)$$

**Потенциал** – скалярная физическая величина, равная отношению потенциальной энергии  $W$  положительного заряда  $q$ , помещенного в данную точку поля, к величине этого заряда:

$$\varphi = \frac{W}{q}. \quad (3.5)$$

Потенциал определяется с точностью до произвольной аддитивной постоянной. Для тел конечных размеров потенциал равный нулю удобно выбрать на бесконечности ( $r \rightarrow \infty$ ).

Потенциал поля точечного заряда определяется выражением:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}, \quad (3.6)$$

где  $r$  – расстояние от заряда до данной точки поля.

**Работа сил электростатического поля** при перемещении заряда  $q$  из точки с потенциалом  $\varphi_1$  в точку с потенциалом  $\varphi_2$  определяется выражением:

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (3.7)$$

где  $\varphi_1 - \varphi_2$  – **разность потенциалов**.

При наличии только электростатических взаимодействий разность потенциалов называется **напряжением**:  $U = \varphi_1 - \varphi_2$ .

Если поле создается несколькими неподвижными точечными зарядами, то **потенциал поля системы электрических зарядов** равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых каждым из зарядов в отдельности (**принцип суперпозиции для потенциала**):

$$\varphi = \sum_i \varphi_i . \quad (3.8)$$

Связь между напряженностью  $\vec{E}$  и потенциалом  $\varphi$  электростатического поля в декартовой системе координат имеет вид:

$$\vec{E} = -\left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{k} \right), \text{ или } \vec{E} = -grad\varphi , \quad (3.9)$$

где  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ ,  $\vec{k}$  – единичные векторы вдоль осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

Знак « $\rightarrow$ » в выражении (3.9) означает, что вектор напряженности поля  $\vec{E}$  направлен в каждой точке в сторону наиболее быстрого убывания потенциала.

Поверхности, во всех точках которых потенциал неизменен, называются **эквипотенциальными поверхностями**.

Вектор напряженности электростатического поля всегда перпендикулярен к эквипотенциальным поверхностям. В качестве примеров изображены линии напряженности и эквипотенциальные поверхности электростатического поля точечного заряда (рис. 1.10) и системы двух точечных одинаковых по модулю разноименных зарядов (рис. 1.11).

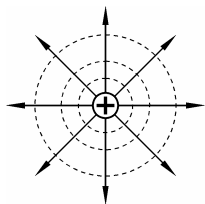


Рис. 1.10

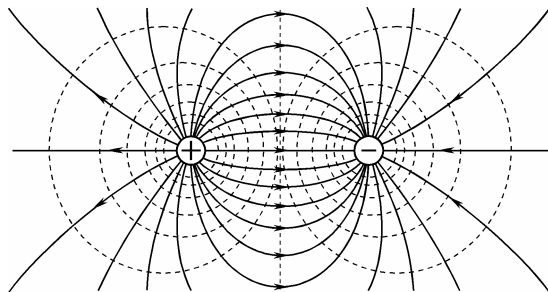


Рис. 1.11

**Связь напряженности однородного электростатического поля с напряжением (разностью потенциалов) задается соотношением:**

$$E = \frac{U}{d} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}, \quad (3.10)$$

где  $d$  – расстояние между точками поля с потенциалами  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ .

#### **4. ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ДИЭЛЕКТРИКАХ. ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ЕМКОСТЬ. КОНДЕНСАТОРЫ**

**Диэлектрик** – вещество, не имеющее свободных электрических зарядов и не являющееся, таким образом, проводником электрического тока. Диэлектрик содержит так называемые **связанные заряды** – нескомпенсированные заряды, входящие в состав молекул диэлектрика, не способные свободно перемещаться по его объему.

**Поляризация однородного диэлектрика**, внесенного во внешнее электрическое поле, – это появление на поверхностях диэлектрика связанных электрических зарядов, в результате чего результирующий дипольный момент всего диэлектрика становится отличным от нуля.

Существует несколько типов диэлектриков: **неполярные** (например,  $N_2, H_2, O_2, CO_2$ ), **полярные** (например,  $H_2O, NH_3, SO_2$ ), **ионные** (например,  $KCl, NaCl$ ).

Различают несколько типов (видов) поляризации диэлектриков.

**Электронная (деформационная) поляризация диэлектрика с неполярными молекулами** – возникновение у молекул индуцированного дипольного момента (рис. 1.12) за счет смещения зарядов: электроны, не отрываясь от молекулы, смещаются против направления вектора напряженности (до внесения в поле дипольный момент молекул равен нулю).

**Ориентационная (дипольная) поляризация диэлектрика с полярными молекулами** – ориентация имеющихся дипольных моментов молекул (рис. 1.13) по полю (до внесения в поле ди-



польный момент молекул не равен нулю). В этом случае говорят о так называемой преимущественной ориентации дипольных моментов.

**Ионная поляризация диэлектриков с ионными кристаллическими решетками** – смещение подрешетки положительных ионов вдоль поля, а отрицательных – против поля, приводящее к возникновению дипольного момента.

**Поляризованность (вектор поляризации) диэлектрика** в некоторой точке равна отношению суммарного дипольного момента молекул в физически бесконечно малом объеме  $\Delta V$ , выделенном в окрестности данной точки, к величине этого объема:

$$\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}_i}{\Delta V}, \quad (4.1)$$

$$[P] = 1 \text{ Кл/м}^2,$$

где  $\vec{p}_i$  – дипольный момент отдельной молекулы.

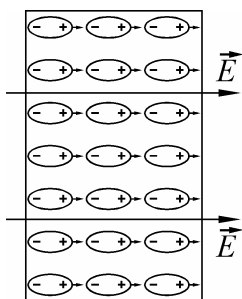


Рис. 1.12

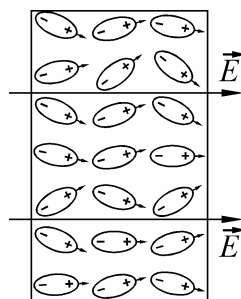


Рис. 1.13

Если диэлектрик поляризован однородно, то поляризованность  $\vec{P}$  равна сумме дипольных моментов отдельных молекул, содержащихся в единице объема вещества.

Для **изотропного однородного диэлектрика** (обладающего одинаковыми диэлектрическими свойствами по всем направлениям по своему объему) вектор поляризации пропорционален напряженности электрического поля в диэлектрике:

$$\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E}, \quad (4.2)$$

где  $\chi$  – безразмерная величина, которая называется **диэлектрической восприимчивостью вещества**, и количественно характеризует способность диэлектрика к поляризации.

Напряженность электрического поля  $\vec{E}$  в диэлектрике является суперпозицией напряженности электрического поля  $\vec{E}_0$  сторонних зарядов и напряженности электрического поля  $\vec{E}'$  связанных зарядов:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' . \quad (4.3)$$

**Электрическим смещением (электростатической индукцией)** называется вектор  $\vec{D}$ , равный

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} . \quad (4.4)$$

**Теорема Гаусса для вектора  $\vec{D}$** : *поток вектора электрического смещения сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме свободных зарядов, заключенных внутри этой поверхности:*

$$\oint_s \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum_{i=1}^n q_i . \quad (4.5)$$

Связь между векторами  $\vec{D}$  и  $\vec{E}$  для изотропных диэлектриков имеет вид:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} . \quad (4.6)$$

Безразмерная величина

$$\varepsilon = 1 + \chi \quad (4.7)$$

называется **диэлектрической проницаемостью** вещества, которая показывает во сколько раз ослабляется поле внутри диэлектрика по сравнению с полем в вакууме:

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon} , \quad (4.8)$$

где  $\vec{E}_0$  – напряженность электрического поля в вакууме,  $\vec{E}$  – напряженность поля в диэлектрике.

**Проводник** – вещество, обладающее свободными носителями заряда (электроны в металлах, ионы в электролитах, электроны и ионы в ионизированных газах и плазме), следовательно, проводя-

щее электрический ток. Поскольку все металлы являются хорошими проводниками, то в дальнейшем, если не указано иное, проводниками будем считать металлы.

**Уединенный проводник** – проводник, удаленный от других проводников, тел и зарядов.

**Емкость уединенного проводника** – величина, численно равная отношению заряда  $q$ , сообщенного проводнику, к потенциалу  $\varphi$  этого проводника:

$$C = \frac{q}{\varphi}. \quad (4.9)$$

**Конденсатор** – система проводников, обладающая значительно большей емкостью, чем уединенный проводник. Простейший конденсатор состоит из двух проводников, расположенных на малом расстоянии друг от друга и разделенных диэлектриком, которые несут одинаковые по модулю, но противоположные по знаку заряды, и называются обкладками конденсатора. В зависимости от формы обкладок различают плоские, сферические и цилиндрические конденсаторы.

**Емкость конденсатора** – величина, численно равная отношению модуля заряда, находящегося на одной из обкладок конденсатора, к разности потенциалов между обкладками:

$$C = \frac{|q|}{\varphi_1 - \varphi_2}. \quad (4.10)$$

**Емкость плоского конденсатора** прямо пропорциональна площади пластин  $S$  и обратно пропорциональна расстоянию  $d$  между ними:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}, \quad (4.11)$$

где  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость диэлектрика, находящегося между пластинами.

**Емкость сферического конденсатора** находится из выражения:

$$C = \frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_1 R_2}{R_1 - R_2}, \quad (4.12)$$

где  $R_1$  и  $R_2$  – соответствующие радиусы обкладок конденсатора.

**Емкость цилиндрического конденсатора** равна

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon R_1 R_2}{\ln(R_1/R_2)}, \quad (4.13)$$

где  $R_1$  и  $R_2$  – соответствующие радиусы обкладок конденсатора.

Для увеличения емкости и варьирования ее возможных значений конденсаторы соединяют в **батареи**, причем это соединение может осуществляться как **последовательно**, так и **параллельно**.

При **последовательном соединении конденсаторов** (рис. 1.14) величина, обратная общей емкости полученной батареи, равна сумме величин, обратных емкостям отдельных конденсаторов:

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}. \quad (4.14)$$

При **параллельном соединении конденсаторов** (рис. 1.15) емкость полученной батареи равна сумме емкостей отдельных конденсаторов:

$$C = \sum_{i=1}^n C_i. \quad (4.15)$$

Необходимо отметить, что при последовательном соединении конденсаторов результирующая емкость всегда меньше самой малой емкости, используемой в батарее. При последовательном соединении конденсаторов заряд на каждом из них одинаков, а суммируются разности потенциалов; при параллельном соединении разность потенциалов между обкладками каждого конденсатора одинакова, а суммируются их заряды.

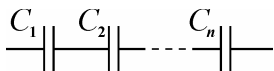


Рис. 1.14

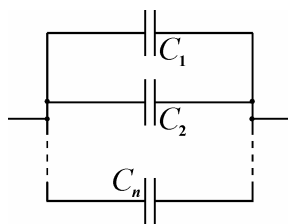


Рис. 1.15

Если предположить, что первоначально незаряженный конденсатор постепенно заряжается, причем разность потенциалов между его обкладками увеличивается от 0 до  $\varphi_1 - \varphi_2$ , то при этом заряд на обкладках возрастает от 0 до  $q = C(\varphi_1 - \varphi_2)$ . Элементарная работа  $dA$  по перемещению заряда  $dq$  от отрицательно заряженной обкладки с потенциалом  $\varphi_2$  к положительно заряженной с потенциалом  $\varphi_1$  будет равна в таком случае  $dA = dq(\varphi_1 - \varphi_2)$ . Следовательно:

$$dA = \frac{q}{C} dq, \quad (4.16)$$

и после интегрирования получим выражение:

$$A = \int_0^q \frac{q}{C} dq = \frac{q^2}{2C}. \quad (4.17)$$

Так как работа по перемещению заряда в электрическом поле конденсатора против сил поля равна изменению потенциальной энергии заряда, то **потенциальная энергия заряженного конденсатора** определяется следующим соотношением:

$$W = \frac{q^2}{2C}, \quad (4.18)$$

или с учетом соотношения (4.10):

$$W = \frac{C(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2} = \frac{q(\varphi_1 - \varphi_2)}{2}. \quad (4.19)$$

**Энергия уединенного заряженного проводника** определяется выражением:

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q\varphi}{2} = \frac{q^2}{2C}, \quad (4.20)$$

где  $C$  – емкость проводника,  $\varphi$  – его потенциал,  $q$  – заряд проводника.

**Энергия системы неподвижных точечных зарядов** может быть определена из соотношения:

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \varphi_i, \quad (4.21)$$

где  $\varphi_i$  – потенциал, создаваемый в той точке, где находится заряд  $q_i$ , всеми зарядами, кроме самого  $i$ -го.

**Объемная плотность энергии** электрического поля находится из соотношений:

$$w_{эл} = \frac{dW}{dV} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} = \frac{\vec{E} \cdot \vec{D}}{2}, \quad (4.22)$$

где  $dW$  – энергия поля во всем пространстве объемом  $dV$ .

## 5. ЗАКОНЫ ОМА ДЛЯ ПОСТОЯННОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА

**Электрический ток** – это любое упорядоченное движение электрических зарядов. За направление тока условно принято направление движения положительных зарядов.

**Сила тока** – скалярная физическая величина, которая определяется отношением заряда  $dq$ , протекшего через поперечное сечение проводника за время  $dt$ , к самому интервалу времени  $dt$ :

$$I = \frac{dq}{dt}. \quad (5.1)$$

**Постоянный электрический ток** – ток, сила и направление которого не изменяются с течением времени.

**Плотность тока** – вектор, направленный в сторону движения положительных зарядов и равный отношению силы тока  $dI$ , через элементарную площадку, перпендикулярную к направлению движения зарядов, к ее площади  $dS_{\perp}$ :

$$\vec{j} = \frac{dI}{dS_{\perp}} \vec{n}, \quad (5.2)$$

где  $\vec{n}$  – нормаль к площадке, направленная в сторону течения тока.

Если в единице объема содержится  $n$  носителей тока (концентрация), которые имеют заряд  $q_0$  и движутся со средней скоростью упорядоченного движения (дрейфовой скоростью)  $\vec{u}$ , то вектор плотности тока равен

$$\vec{j} = nq_0\vec{u}. \quad (5.3)$$

Для возникновения и существования электрического тока необходимо наличие **свободных носителей заряда**, способных направленно двигаться, и **электрического поля**, которое, совершая работу по перемещению зарядов, и создает ток.

Для **поддержания электрического тока** в цепи необходимо наличие специальных устройств – **источников тока**, способных создавать и поддерживать разность потенциалов за счет работы сил неэлектростатического происхождения. Силы неэлектростатического (например, механического, химического) происхождения, действующие на электрические заряды внутри источников тока и совершающие работу против сил электрического поля, называются **сторонними силами**.

Участок цепи, на котором не действуют сторонние силы, называется **однородным**, а на котором они действуют – **неоднородным**.

**Электродвижущая сила (ЭДС) источника** – физическая величина, численно равная работе, совершаемой сторонними силами, при перемещении единичного положительного заряда внутри источника от отрицательного полюса к положительному:

$$\mathcal{E} = \frac{A_{cm}}{q_0}, \quad (5.4)$$

где  $A_{cm}$  – работа сторонних сил.

Работа сторонних сил  $A_{cm}$  по перемещению заряда  $q_0$  по замкнутой цепи выражается соотношением:

$$A_{cm} = q_0 \oint \vec{E}_{cm} \cdot d\vec{l}, \quad (5.5)$$

где  $\vec{E}_{cm}$  – напряженность поля сторонних сил.

Таким образом, ЭДС в замкнутой цепи равна:

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E}_{cm} \cdot d\vec{l}. \quad (5.6)$$

**Напряжение на неоднородном участке 1–2 цепи** (рис. 1.16) – физическая величина, которая численно равна работе, совершаемой совместно электростатическими и сторонними силами при перемещении единичного заряда на данном участке цепи:

$$U_{12} = \frac{A_{12}}{q} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}, \quad (5.7)$$

где  $\varphi_1 - \varphi_2$  – разность потенциалов между точками 1 и 2,  $\mathcal{E}_{12}$  – ЭДС на участке цепи между точками 1 и 2.

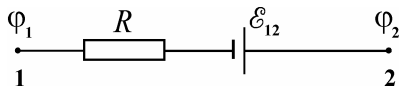


Рис. 1.16

В случае же однородного участка напряжение численно равно разности потенциалов:

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2. \quad (5.8)$$

**Сопротивление проводника** – физическая величина, которая характеризует противодействие, оказываемое проводником при протекании через него электрического тока; оно обусловлено преобразованием электрической энергии в другие виды энергии.

Сопротивление однородного цилиндрического проводника прямо пропорционально его длине  $l$  и обратно пропорционально площади поперечного сечения  $S$ :

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (5.9)$$

где  $\rho$  – **удельное сопротивление** проводника.

**Проводимость проводника** – величина, обратная сопротивлению:

$$G = \frac{1}{R}. \quad (5.10)$$

**Удельная электрическая проводимость** проводника – величина, обратная удельному сопротивлению:

$$\gamma = \frac{1}{\rho}. \quad (5.11)$$

Сопротивление проводников изменяется при изменении температуры. Указанная зависимость при не слишком низких температурах имеет вид:

$$R = R_0(1 + \alpha t), \quad (5.12)$$



где  $R_0$  – сопротивление проводника при  $t = 0^\circ\text{C}$ ,  $t$  – температура проводника,  $\alpha$  – температурный коэффициент сопротивления.

В электрических схемах часто **используются последовательное и параллельное соединения проводников**, позволяющие изменять сопротивление на участках цепи.

**При последовательном соединении** проводников (рис. 1.17) результирующее электрическое сопротивление равно:

$$R = \sum_{i=1}^n R_i . \quad (5.13)$$

**При параллельном соединении** проводников (рис. 1.18) величина, обратная результирующему электрическому сопротивлению, равна:

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} . \quad (5.14)$$

Очевидно, что при параллельном соединении проводников результирующее сопротивление меньше наименьшего из соединенных сопротивлений. При последовательном соединении проводников сила тока в каждом из них одинакова, а общее напряжение (падение напряжения) на участке равно сумме напряжений (падений напряжений) на каждом из проводников; при параллельном соединении – напряжение (падение напряжения) на каждом из проводников одинаково, а сила тока на участке равна сумме сил токов, текущих по каждому из проводников.

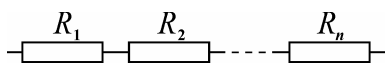


Рис. 1.17

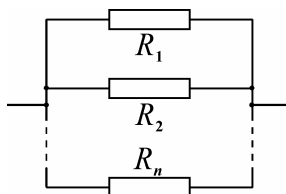


Рис. 1.18

**Закон Ома для однородного участка цепи в интегральной форме:** сила тока в однородном участке цепи прямо пропорцио-

нальна приложенному к участку напряжению и обратно пропорциональна сопротивлению участка:

$$I = \frac{U}{R}. \quad (5.15)$$

**Закон Ома для однородного участка цепи в дифференциальной форме:** плотность тока  $\vec{j}$  в некоторой точке проводящей среды пропорциональна напряженности поля  $\vec{E}$  в данной точке:

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}, \quad (5.16)$$

где  $\gamma$  – удельная проводимость материала проводника.

**Закон Ома в интегральной форме для неоднородного участка цепи:** сила тока в неоднородном участке цепи прямо пропорциональна алгебраической сумме разности потенциалов на участке цепи и ЭДС, действующей на этом участке, и обратно пропорциональна сопротивлению участка цепи:

$$I = \frac{\Phi_1 - \Phi_2 \pm \mathcal{E}_{12}}{R}, \quad (5.17)$$

где  $\Phi_1 - \Phi_2$  – разность потенциалов на концах участка цепи,  $\mathcal{E}_{12}$  – ЭДС, действующая на этом участке цепи (рис. 1.16). Если ЭДС способствует движению положительных носителей тока, то  $\mathcal{E}_{12} > 0$ , если же препятствует, то  $\mathcal{E}_{12} < 0$ .

**Закон Ома для неоднородного участка цепи в дифференциальной форме:**

$$\vec{j} = \gamma (\vec{E} + \vec{E}_{cm}). \quad (5.18)$$

**Закон Ома для замкнутой цепи:** сила тока  $I$  в замкнутой цепи прямо пропорциональна ЭДС  $\mathcal{E}$  источника, действующего в цепи, и обратно пропорциональна суммарному сопротивлению всей цепи:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}, \quad (5.19)$$

где  $R$  – сопротивление внешней части цепи,  $r$  – внутреннее сопротивление источника ЭДС.

## 6. ПРАВИЛА КИРХГОФА ДЛЯ РАСЧЕТА РАЗВЕТВЛЕННЫХ ЦЕПЕЙ

Для облегчения процесса расчета разветвленных (сложных) электрических цепей используются **правила Кирхгофа**.

**Узел** – точка разветвления цепи, в которой сходятся три и более проводника (рис. 1.19). В разветвленной цепи можно выделить также несколько **замкнутых контуров**, а также произвольно выбрать для каждого из них **направление обхода** (по или против часовой стрелки).

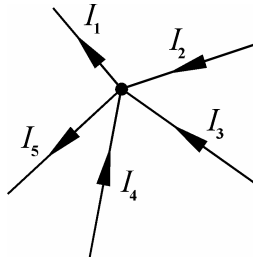


Рис. 1.19

**Первое правило Кирхгофа:** алгебраическая сумма токов, стекающихся в узле, равна нулю:

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0, \quad (6.1)$$

при этом токи, входящие в узел, берутся со знаком «+», а выходящие – со знаком «-».

**Второе правило Кирхгофа:** для любого замкнутого контура разветвленной электрической цепи алгебраическая сумма произведений сил токов  $I_i$  в сопротивлениях контура на сопротивления  $R_i$  соответствующих участков этого контура равна алгебраической сумме ЭДС  $\mathcal{E}_k$ , действующих в этом контуре:

$$\sum_i I_i R_i = \sum_k \mathcal{E}_k. \quad (6.2)$$

**При расчете разветвленных цепей необходимо:**

- 1) выбрать произвольное направление токов во всех ветвях цепи; если в результате решения искомый ток получится

- положительным, то его направление было выбрано правильно, если отрицательным – его направление противоположно выбранному;
- 2) ток, входящий в узел, считается положительным, а выходящий – отрицательным (для первого правила Кирхгофа);
  - 3) выбрать направление обхода в контурах; токи ( $i$ , соответственно, падения напряжения  $I_i R_i$ ), идущие в направлении обхода контура, считаются положительными, а идущие против направления обхода – отрицательными; **правило знаков для ЭДС**: ЭДС считается положительной, если она стремится создать во внешней цепи ток, направленный в сторону обхода контура, и отрицательной, если создаваемый ею ток направлен против обхода контура, другими словами: если при обходе контура сначала встречается клемма «–», а затем клемма «+», то ЭДС записывается с плюсом, иначе – с минусом (для второго правила Кирхгофа);
  - 4) составить систему уравнений с использованием первого и второго правил Кирхгофа, учтя при этом, что каждый контур должен содержать хотя бы один новый (не содержащийся в других контурах) элемент.

Использование правил Кирхгофа представлено в примере 10 главы «Примеры решения задач» данного раздела.

## 7. РАБОТА И МОЩНОСТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА

Известно несколько действий электрического тока: **тепловое, световое, химическое** и другие. В частности, при прохождении электрического тока по проводнику работа сил электрического поля расходуется на **изменение внутренней энергии проводника**, то есть на его **нагревание**.

**Закон Джоуля-Ленца**: количество теплоты  $Q$ , которое выделяется в проводнике сопротивлением  $R$  при протекании по нему постоянного тока  $I$  при напряжении на концах проводника  $U$  за промежутки времени  $\Delta t$ , равно

$$Q = IU\Delta t = I^2 R\Delta t = \frac{U^2}{R} \Delta t. \quad (7.1)$$

**Мощность электрического тока** – работа тока за единицу времени:

$$P = \frac{dA}{dt} = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}. \quad (7.2)$$

**Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме:**

$$P_V = jE = \gamma E^2, \quad (7.3)$$

где  $P_V$  – мощность, выделяемая в единице объема проводника в единицу времени (удельная тепловая мощность тока).

## 8. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В ЖИДКОСТЯХ И ГАЗАХ

Процесс расщепления молекул растворенных веществ на ионы в результате взаимодействия с растворителем называется **электролитической диссоциацией**. Обратный процесс – **рекомбинация**.

Явление диссоциации характерно для водных растворов неорганических кислот, солей, щелочей. Например, для раствора поваренной соли  $NaCl$  в воде схема распада на ионы имеет вид:



Так как в процессе диссоциации появляются электрические заряды (положительные ионы – **катионы**, отрицательные ионы – **анионы**), то водные растворы кислот, солей, щелочей являются **проводниками электрического тока** или **электролитами**.

Явление протекания электрического тока через электролиты с выделением продуктов химической реакции называется **электролизом**. Явление электролиза количественно описывается двумя законами Фарадея.

**Первый закон Фарадея:** *масса выделившегося на электроде вещества прямо пропорциональна прошедшему через электролит заряду:*

$$m = kq, \quad (8.1)$$

где  $k$  – электрохимический эквивалент вещества.

**Электрохимический эквивалент** вещества  $k$  численно равен массе вещества, выделившегося на электроде при прохождении через электролит единицы заряда. Если через электролит протекает постоянный ток, то первый закон Фарадея можно записать в виде:

$$m = kIt, \quad (8.2)$$

где  $I$  – сила постоянного тока,  $t$  – время протекания тока.

**Второй закон Фарадея:** электрохимический эквивалент элемента прямо пропорционален его относительной атомной (молярной) массе  $A_r$  и обратно пропорционален его валентности  $z$ :

$$k = \frac{1}{F} \frac{A_r}{z}, \quad (8.3)$$

где  $C = 1/F$  – коэффициент пропорциональности ( $F$  – фундаментальная физическая константа – постоянная Фарадея).

Величина  $A_r/z$  называется **химическим эквивалентом вещества**.

Имея в виду оба закона для явления электролиза, можно сформулировать так называемый **объединенный закон Фарадея**:

$$m = \frac{1}{F} \frac{A_r}{z} It. \quad (8.4)$$

Из выражения закона очевиден **физический смысл постоянной Фарадея**, которая численно равна электрическому заряду, который необходимо пропустить через электролит для выделения на электроде массы вещества, численно равной его химическому эквиваленту  $A_r/z$ .

Ток в электролитах представляет собой упорядоченное движение ионов обоих знаков, которое обусловлено действием внешнего электрического поля.

**Плотность тока в электролитах** определяется выражением:

$$\vec{j} = q_+ n_+ \vec{u}_+ + q_- n_- \vec{u}_-, \quad (8.5)$$

где  $q_+$ ,  $n_+$ ,  $\vec{u}_+$ ;  $q_-$ ,  $n_-$ ,  $\vec{u}_-$  – заряды, концентрации и дрейфовые скорости положительных и отрицательных зарядов соответственно (с учетом того, что заряды разных знаков движутся в противоположных направлениях).

Средняя скорость установившегося движения – **дрейфовая скорость** – прямо пропорциональна напряженности электрического поля, созданного в электролите:

$$\vec{u}_{\pm} = \pm b_{\pm} \vec{E}, \quad (8.6)$$

где коэффициент пропорциональности  $b_{\pm}$  – **подвижность ионов**, которая численно равна скорости установившегося движения под действием электрического поля напряженностью 1,0 В/м.

Газы состоят из электрически нейтральных атомов и молекул и в обычных условиях не являются проводниками электрического тока в связи с отсутствием свободных зарядов. Однако если в газе создать определенное количество таких зарядов, то он станет электропроводящим. Процесс создания ионов в газе – **ионизация**. Процесс обратный ионизации называется **рекомбинацией**. Процесс рекомбинации развивается интенсивно после прекращения действия ионизатора.

Существует несколько способов ионизации: **ионизация электронным ударом** (движущийся в газе со значительной кинетической энергией электрон при столкновении с нейтральным атомом выбивает из него один или несколько электронов), **термоионизация** (под действием высокой температуры), **фотоионизация** (под действием электромагнитного излучения).

Газ при очень высоких температурах ( $T > 1000$  К), когда при высокой степени ионизации молекулы образуют положительные ионы и электроны, называется **плазмой**.

Ионизация газов характеризуется **потенциалом ионизации**, численно равным отношению работы, необходимой для отрыва от атома, молекулы или иона валентного электрона, к величине элементарного заряда:

$$\varphi = A/e. \quad (8.7)$$

Работа ионизации нейтрального атома или молекулы значительно меньше работы ионизации иона.

**Электрический ток в газах** создается как направленным движением ионов обоих знаков, так и свободных электронов, следовательно, плотность тока:

$$\vec{j} = q_+ n_+ \vec{u}_+ + q_- n_- \vec{u}_- - e n_e \vec{u}_e, \quad (8.8)$$

где  $e$  – элементарный электрический заряд.

Электрический ток в газах получил название **газового разряда**. Различают **самостоятельный** (разряд в газе, сохраняющийся после прекращения действия ионизатора) и **несамостоятельный** (существующий только под действием внешних ионизаторов) газовый разряд. В свою очередь выделяют четыре типа самостоятельных газовых разрядов: **тлеющий, искровой, коронный, дуговой**.

## 9. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

**Магнитное поле** – силовое поле, действующее на движущиеся (в системе, в которой рассматривается поле) электрические заряды (токи) и на тела, обладающие магнитным моментом. Вместе с электрическим полем образует единое электромагнитное поле. Магнитное поле в некоторой системе отсчета создается только движущимися относительно нее электрическими зарядами.

**Магнитный момент замкнутого контура с током** (рис. 1.20)  $\vec{p}_m$  представляет собой физическую векторную величину, численно равную произведению силы тока  $I$  в контуре и площади контура:

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}, \quad (9.1)$$

где  $\vec{n}$  – единичный вектор, нормальный к площади контура, направление которого определяется **правилом правого винта**: *направление вектора  $\vec{n}$  совпадает с направлением поступательного движения острия винта, который ввинчивается по направлению электрического тока*.

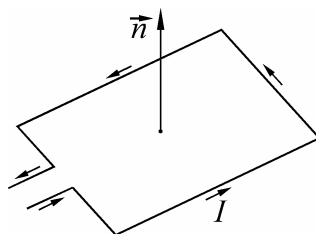


Рис. 1.20



**Индукция магнитного поля**  $\vec{B}$  – физическая векторная величина, модуль которой определяется из соотношения:

$$B = \frac{M_{\max}}{p_m}, \quad (9.2)$$

где  $M_{\max}$  – максимальный механический момент, действующий на рамку с током в магнитном поле,  $p_m$  – магнитный момент рамки.

**Механический момент**, действующий на замкнутый проводящий контур с магнитным моментом  $\vec{p}_m$ , находящийся в магнитном поле с индукцией  $\vec{B}$ , определяется соотношением:

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \times \vec{B}]. \quad (9.3)$$

Модуль механического момента равен

$$M = p_m B \sin \alpha, \quad (9.4)$$

где  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{p}_m$  и  $\vec{B}$ .

Графически магнитное поле может быть отображено с помощью **линий магнитной индукции** – линий, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора магнитной индукции  $\vec{B}$ . Направление линий (и вектора  $\vec{B}$ ) задается **правилом правого винта**: *шляпка винта, который ввинчивается по направлению электрического тока, вращается в направлении линий магнитной индукции.*

Например, магнитное поле прямого тока представляет собой линии магнитной индукции в виде замкнутых концентрических окружностей, изображенные на рис. 1.21 (ток течет перпендикулярно плоскости рисунка за чертеж).

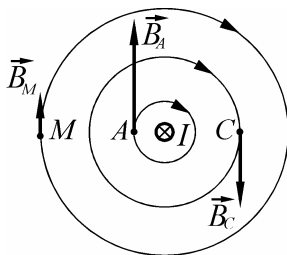


Рис. 1.21

**Принцип суперпозиции магнитных полей:** если магнитное поле создано несколькими движущимися зарядами или проводниками с током, то магнитная индукция результирующего поля равна векторной сумме магнитных индукций полей, создаваемых каждым движущимся зарядом или каждым током в отдельности:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i . \quad (9.5)$$

**Закон Ампера:** сила  $d\vec{F}$ , действующая на элемент проводника  $d\vec{l}$  с током  $I$  со стороны магнитного поля, называемая силой Ампера, равна векторному произведению элемента тока  $I d\vec{l}$  и вектора магнитной индукции  $\vec{B}$ :

$$d\vec{F} = [I d\vec{l} \times \vec{B}] . \quad (9.6)$$

Раскрывая векторное произведение, получим выражение для модуля силы:

$$dF = IB dl \sin \alpha , \quad (9.7)$$

где  $\alpha$  – угол между векторами  $d\vec{l}$  и  $\vec{B}$ .

Направление силы Ампера определяется как направление результирующего вектора векторного произведения  $I d\vec{l}$  и  $\vec{B}$  – **правилом правого винта:** располагают начала векторов  $I d\vec{l}$  и  $\vec{B}$  в одной точке; осуществляют кратчайший поворот вектора  $I d\vec{l}$  к  $\vec{B}$ ; правый винт вращают в направлении вращения  $I d\vec{l}$ ; направление поступательного движения правого винта укажет направление силы.

Направление силы Ампера можно определить также с помощью **правила левой руки** (рис. 1.22): левую руку располагают в таком положении, чтобы перпендикулярная направлению элемента тока составляющая вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  входила в ладонь, а четыре пальца были направлены по направлению тока, тогда отогнутый большой палец покажет направление искомой силы.

**Индукция магнитного поля, создаваемого движущимся точечным зарядом,** определяется выражением:

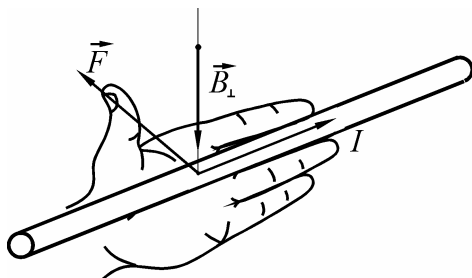


Рис. 1.22

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{q[\vec{v} \times \vec{r}]}{r^3}. \quad (9.8)$$

Модуль вектора индукции магнитного поля:

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{qv}{r^2} \sin \alpha, \quad (9.9)$$

где  $\vec{r}$  – радиус-вектор, проведенный из заряда  $q$  к точке, в которой определяется индукция  $\vec{B}$  (рис. 1.23),  $\vec{v}$  – скорость движения заряда,  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{v}$  и  $\vec{r}$ ,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – **магнитная постоянная**,  $\mu$  – магнитная проницаемость среды.

**Магнитная проницаемость вещества**  $\mu$  – безразмерная физическая величина, которая показывает, во сколько раз при заданных токах, создающих магнитное поле, магнитная индукция  $\vec{B}$  в рассматриваемой точке однородной изотропной среды, заполняющей все пространство, больше (или меньше), чем в вакууме  $\vec{B}_0$ :

$$\vec{B} = \mu \vec{B}_0. \quad (9.10)$$

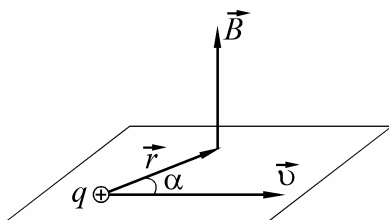


Рис. 1.23

**Закон Био-Савара-Лапласа:** каждый элемент тонкого проводника  $d\vec{l}$  с током  $I$  создает в данной точке пространства поле с индукцией, равной:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} I \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}, \quad (9.11)$$

где  $\vec{r}$  – радиус-вектор, проведенный из элемента  $d\vec{l}$  проводника в данную точку (рис. 1.24).

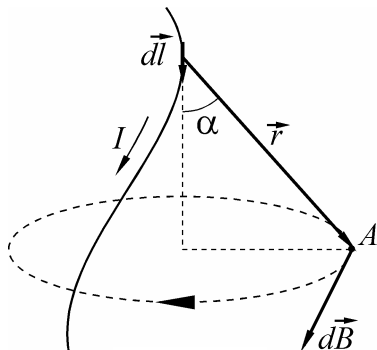


Рис. 1.24

**Индукция магнитного поля прямого тока** величиной  $I$  на расстоянии  $r$  от него по модулю определяется выражением:

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I}{r}. \quad (9.12)$$

**Индукция магнитного поля в центре кругового тока** величиной  $I$  и радиусом  $R$  определяется из соотношения:

$$B = \mu_0 \mu \frac{I}{2R}. \quad (9.13)$$

**Соленоид** – свернутый в спираль изолированный проводник, по которому течет электрический ток (рис. 1.25).

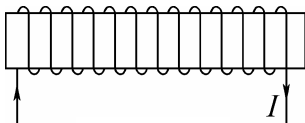


Рис. 1.25

**Индукция магнитного поля внутри длинного соленоида** равна

$$B = \frac{\mu_0 \mu N I}{l}, \quad (9.14)$$

где  $I$  – сила тока в соленоиде,  $N$  – число витков соленоида,  $l$  – длина соленоида,  $\mu$  – магнитная проницаемость вещества сердечника.

**Тороид** – кольцевая катушка с витками, намотанными на сердечник, имеющий форму тора, по которым течет электрический ток (рис. 1.26).

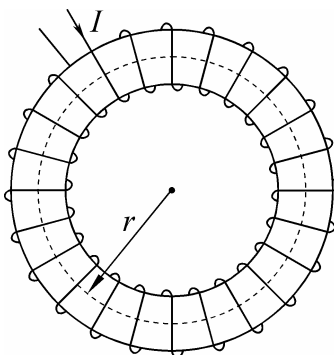


Рис. 1.26

**Индукция магнитного поля внутри тороида** на расстоянии  $r$  от его центра определяется выражением:

$$B = \frac{\mu_0 \mu N I}{2\pi r}, \quad (9.15)$$

где  $N$  – число витков тороида,  $\mu$  – магнитная проницаемость вещества сердечника.

**Сила Лоренца** – сила, с которой на движущийся со скоростью  $\vec{v}$  заряд  $q$  одновременно действуют магнитное поле с индукцией  $\vec{B}$  и электрическое поле с напряженностью  $\vec{E}$ :

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v} \times \vec{B}]. \quad (9.16)$$

Направление магнитной составляющей силы Лоренца, выражаемой векторным произведением  $q[\vec{v} \times \vec{B}]$ , определяется с помо-

щью **правила правого винта** (смотри определение направления силы Ампера выше).

Направление магнитной составляющей силы Лоренца можно также определить по **правилу левой руки**: *левую руку располагают в таком положении, чтобы перпендикулярная направлению скорости частицы составляющая вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  входила в ладонь, а четыре пальца были направлены вдоль вектора скорости  $\vec{v}$ , тогда отогнутый большой палец покажет направление искомой силы* (аналогично рис. 1.22).

**Циркуляция вектора магнитной индукции  $\vec{B}$**  по произвольному контуру  $L$  определяется интегралом:

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_L B \cos \alpha dl, \quad (9.17)$$

где  $\alpha$  – угол между векторами  $d\vec{l}$  и  $\vec{B}$ .

**Теорема о циркуляции вектора  $\vec{B}$  в вакууме (закон полного тока)**: *циркуляция вектора  $\vec{B}$  по произвольному контуру  $L$  равна произведению магнитной постоянной  $\mu_0$  и алгебраической суммы токов, охватываемых этим контуром*:

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_{k=1}^n I_k. \quad (9.18)$$

Ток считается положительным, если его направление связано с направлением обхода контура правилом правого винта (рис. 1.27).

**Поток вектора магнитной индукции (магнитный поток)** через элементарную площадку  $dS$  – это скалярная физическая величина, определяемая выражением:

$$d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B dS \cos \alpha, \quad (9.19)$$

где  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{B}$  и  $\vec{n}$  – единичным вектором, нормальным к площадке  $dS$  контура (рис. 1.28).

Поток вектора магнитной индукции (магнитный поток) через произвольную поверхность  $S$  равен:

$$\Phi = \int_S B dS \cos \alpha. \quad (9.20)$$

**Теорема Гаусса для магнитного поля в вакууме:** поток вектора магнитной индукции через произвольную замкнутую поверхность равен нулю:

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0. \quad (9.21)$$

Теорема о циркуляции и теорема Гаусса для вектора  $\vec{B}$  отражают факт **отсутствия магнитных зарядов**. Это означает, что магнитное поле имеет так называемый вихревой (а не потенциальный, как электростатическое) характер, линии индукции которого являются замкнутыми.

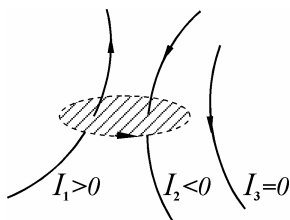


Рис. 1.27

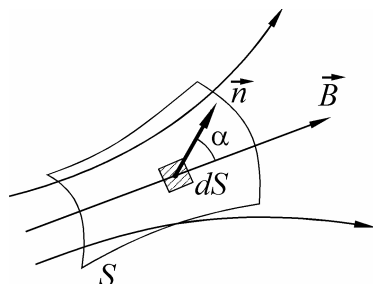


Рис. 1.28

Пусть проводник длиной  $l$  с током  $I$  может скользить по двум другим направляющим проводникам (рис. 1.29) и находится в однородном магнитном поле с индукцией  $\vec{B}$  (вектора индукции направлены перпендикулярно плоскости рисунка к читателю). В этом случае сила Ампера, действующая на проводник, будет совершать работу по его перемещению на некоторое расстояние  $dx$ :

$$dA = IBldx = Id\Phi, \quad (9.22)$$

где учтено определение силы Ампера (9.7) и магнитного потока (9.19).

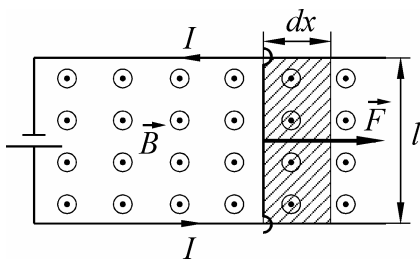


Рис. 1.29

**Работа по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле** определяется выражением:

$$dA = Id\Phi, \quad (9.23)$$

где  $d\Phi$  – изменение магнитного потока, сцепленного с контуром. Работа при конечном произвольном перемещении контура в магнитном поле определяется интегрированием выражения (9.23):

$$A = I\Delta\Phi. \quad (9.24)$$

## 10. ЯВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ

**Явление электромагнитной индукции** – явление возникновения **индукционного электрического тока** в замкнутом проводящем контуре при изменении потока вектора магнитной индукции через поверхность, ограниченную этим контуром.

Так как при изменении потока индукции возникает электрический ток, то это указывает на наличие в цепи электродвижущей силы, которая называется **ЭДС индукции**.

**Закон Фарадея для электромагнитной индукции:** *ЭДС индукции, возникающая в контуре при пересечении его изменяющимся магнитным потоком, равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную контуром:*

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad (10.1)$$

где  $d\Phi$  – изменение магнитного потока за интервал времени  $dt$ .

Знак «–» в законе (10.1) связан с определенным правилом знаков. Знак магнитного потока  $\Phi$  определяется выбором нормали к поверхности площадью  $S$ , ограниченной рассматриваемым контуром, а знак ЭДС индукции  $\mathcal{E}_i$  – с выбором положительного направления обхода по контуру. При этом направление нормали  $\vec{n}$  к поверхности  $S$  и положительное направление обхода контура связаны друг с другом **правилом правого винта (буравчика)** – если шляпку правого винта вращать по направлению обхода, то направление поступательного движения острия винта совпадает с направлением нормали к поверхности (рис. 1.30).



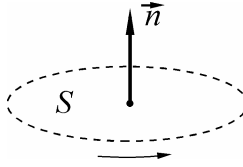


Рис. 1.30

Поэтому, выбирая (произвольно) направление нормали  $\vec{n}$ , мы определяем не только знак потока  $\Phi$ , но и знак ЭДС индукции  $\mathcal{E}_i$ . При выбранных положительных направлениях – в соответствии с правилом правого винта – величины  $\mathcal{E}_i$  и  $\frac{d\Phi}{dt}$  имеют противоположные знаки.

Направление индукционного тока определяется **правилом Ленца**: *индукционный ток в контуре имеет всегда такое направление, что создаваемое им магнитное поле препятствует изменению магнитного потока, вызвавшего этот индукционный ток.*

Направление вектора магнитной индукции  $\vec{B}_i$  индукционного тока и направление самого тока  $I_i$  также связываются правилом правого винта.

Если вращать замкнутую рамку в однородном магнитном поле, то в ней также возникает индукционный ток. Этот принцип лежит в основе принципа действия **генераторов** – устройств, применяемых для преобразования механической энергии в электрическую (например, генераторы используются на электростанциях всех типов).

Если рамка вращается в однородном магнитном поле с индукцией  $\vec{B}$  с постоянной угловой скоростью  $\omega$ , то магнитный поток, сцепленный с рамкой в любой момент времени, равен

$$\Phi = BS \cos \omega t, \quad (10.2)$$

где  $\omega t$  – угол поворота рамки в момент времени  $t$  (рис. 1.31).

При вращении рамки возникает ЭДС индукции:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = BS\omega \sin \omega t. \quad (10.3)$$

Так как  $BS\omega = \mathcal{E}_{\max}$ , то ЭДС индукции при равномерном вращении рамки будет изменяться по гармоническому закону:

$$\mathcal{E}_i = \mathcal{E}_{\max} \sin \omega t . \quad (10.4)$$

Если проводнику длиной  $l$ , помещенному в однородное магнитное поле с индукцией  $\vec{B}$ , сообщить скорость поступательного движения  $\vec{v}$  (рис. 1.32), то электроны внутри проводящего стержня относительно поля будут двигаться с той же скоростью. В этом случае в проводнике возникает ЭДС индукции – под действием сторонней силы неэлектростатического происхождения (магнитной составляющей силы Лоренца) происходит перераспределение зарядов.

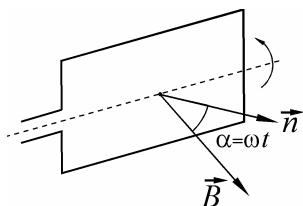


Рис. 1.31

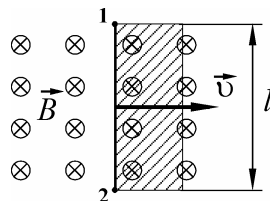


Рис. 1.32

Возникающая ЭДС индукции (разность потенциалов на концах проводника) может быть найдена из выражения:

$$\mathcal{E}_i = \varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 [\vec{v} \times \vec{B}] d\vec{l} , \quad (10.5)$$

где  $d\vec{l}$  – элементарная длина проводника, а интегрирование производится по всей длине проводника.

Из закона Био-Савара-Лапласа следует, что магнитная индукция  $B$  пропорциональна силе тока  $I$ . Тогда магнитный поток  $\Phi$ , сцепленный с замкнутым проводящим контуром с током силой  $I$ , определяется выражением:

$$\Phi = LI , \quad (10.6)$$

где  $L$  – коэффициент пропорциональности, который называется **индуктивностью контура**.

**Индуктивность контура** определяется его геометрическими параметрами и магнитной проницаемостью той среды, в которой он находится.

Если контур, в котором индуцируется ЭДС, состоит не из одного витка, а из  $N$  одинаковых витков (например, представляет собой соленоид), то ЭДС соленоида будет равна сумме ЭДС, ин-

дуцируемых в каждом из витков в отдельности. ЭДС индукции, возникающая в сложном контуре, будет равна

$$\mathcal{E}_i = -\sum \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Psi}{dt}, \quad (10.7)$$

где величина  $\Psi = N\Phi$  – **потокосцепление** или **полный магнитный поток**.

**Индуктивность соленоида** определяется выражением:

$$L = \mu_0 \mu \frac{N^2 S}{l}, \quad (10.8)$$

где  $N$  – число витков соленоида,  $l$  – его длина,  $S$  – площадь поперечного сечения соленоида.

**Самоиндукция** – явление возникновения ЭДС индукции в проводящем контуре при изменении в нем силы тока, а также индуктивности контура.

**Закон самоиндукции:** ЭДС самоиндукции в проводящем контуре прямо пропорциональна скорости изменения магнитного потока, пронизывающего контур и обусловленного наличием тока в контуре:

$$\mathcal{E}_{is} = -\frac{d\Phi_s}{dt}, \text{ или с учетом (10.6) } \mathcal{E}_{is} = -L \frac{dI}{dt} - I \frac{dL}{dt}.$$

Если при изменении тока  $I$  в контуре индуктивность  $L$  контура остается постоянной, то выражение, определяющее закон самоиндукции, будет иметь вид:

$$\mathcal{E}_{is} = -L \frac{dI}{dt} \quad (L = const). \quad (10.9)$$

Если два контура с токами 1 и 2 (рис. 1.33) расположить близко друг к другу, то наблюдается **взаимоиндукция** – явление возникновения ЭДС индукции в одном из контуров, при изменении силы тока в другом:

$$\mathcal{E}_{i2} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}, \quad (10.10)$$

$$\mathcal{E}_{i1} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}, \quad (10.11)$$

где  $\mathcal{E}_{i2}$ ,  $\mathcal{E}_{i1}$  – ЭДС, возникающие во втором (при изменении силы тока в первом) и в первом (при изменении силы тока во втором) контурах соответственно.

Коэффициенты пропорциональности  $L_{12}$  и  $L_{21}$  **называются взаимной индуктивностью контуров** и в отсутствие ферромагнетиков (смотри главу 11) равны между собой:

$$L_{12} = L_{21}. \quad (10.12)$$

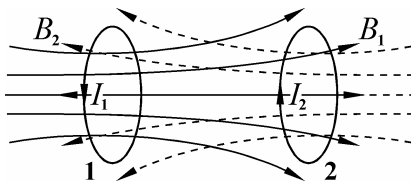


Рис. 1.33

Устройство, применяемое для понижения или повышения напряжения переменного тока, называется **трансформатором**, представляющим собой замкнутый магнитопровод (ферромагнитный сердечник), на который намотаны две катушки. Принцип действия трансформатора основан на явлении взаимной индукции.

**Коэффициент трансформации** – отношение числа витков во вторичной обмотке  $N_2$  к числу витков в первичной обмотке  $N_1$ , показывающее во сколько раз ЭДС во вторичной обмотке  $\mathcal{E}_2$  больше (или меньше), чем в первичной  $\mathcal{E}_1$ :

$$\frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{N_2}{N_1} = k. \quad (10.13)$$

При  $k > 1$  **трансформатор повышающий**, при  $k < 1$  – **понижающий**.

**Энергия магнитного поля**, созданного контуром индуктивностью  $L$ , в котором протекает ток силой  $I$ , равна

$$W = \frac{LI^2}{2}. \quad (10.14)$$

Объемная плотность энергии магнитного поля определяется из выражения:

$$w_m = \frac{dW}{dV} = \frac{B^2}{2\mu_0\mu}, \quad (10.15)$$

где  $\mu$  – магнитная проницаемость среды.

## 11. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ

**Магнетик** – любое вещество, способное приобретать магнитный момент (намагничиваться) под действием внешнего магнитного поля. Все вещества могут быть разделены на две группы: **слабромагнитные** (диа- и парамагнетики) и **сильномагнитные** (ферромагнетики).

**Диамагнетики** (например, *Ag*, *Au*, *Cu*, большинство органических соединений) – вещества, молекулы которых не обладают магнитным моментом. Во внешнем магнитном поле в диамагнетиках индуцируются элементарные круговые токи (магнитные моменты), которые создают собственное или внутреннее магнитное поле. Собственное индуцированное магнитное поле при этом ослабляет внешнее ( $\mu < 1,0$ ).

**Парамагнетики** (например, *Pt*, *Al*, редкоземельные элементы) – вещества, молекулы которых обладают магнитным моментом. В связи с тепловым движением молекул суммарный магнитный момент равен нулю. Во внешнем магнитном поле внутри парамагнетика устанавливается преимущественная ориентация магнитных моментов по полю. Собственное магнитное поле усиливает внешнее ( $\mu > 1,0$ ).

**Ферромагнетики** (например, *Fe*, *Co*, *Ni* и их сплавы) – вещества, обладающие спонтанной намагниченностью в отсутствие внешнего магнитного поля. Постоянные магниты – пример типичных ферромагнетиков ( $\mu \gg 1,0$ ).

**Вектор намагничивания (намагниченность)  $\vec{J}$  магнетика** – это векторная физическая величина, определяемая магнитным моментом единицы объема магнетика:

$$\vec{J} = \frac{\sum \vec{P}_m}{\Delta V}, \quad (11.1)$$

где  $\sum \vec{P}_m$  – сумма магнитных моментов всех молекул, заключенных в объеме  $\Delta V$ .

**Напряженность магнитного поля  $\vec{H}$**  – векторная физическая величина, характеризующая магнитное поле в веществе, и может быть представлена соотношением векторных величин:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}, \quad (11.2)$$

где  $\vec{B}$  – вектор индукции внешнего магнитного поля,  $\vec{J}$  – вектор намагничивания.

Для диа- и парамагнетиков связь между векторами  $\vec{J}$  и  $\vec{H}$  имеет линейный характер:

$$\vec{J} = \chi \vec{H}, \quad (11.3)$$

где  $\chi$  – магнитная восприимчивость вещества.

Магнитная восприимчивость ферромагнетиков сама является функцией напряженности магнитного поля  $\vec{H}$ , поэтому намагниченность  $\vec{J}$  является неоднозначной функцией напряженности магнитного поля. При медленном циклическом изменении магнитного поля наблюдается **явление гистерезиса**: связь между векторами  $\vec{H}$  и  $\vec{J}$  определяется предшествующей историей намагничивания ферромагнетика. Петля гистерезиса отображена на рисунке 1.34.

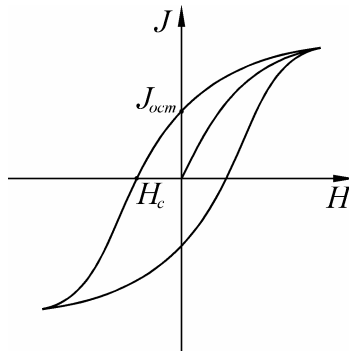


Рис. 1.34

**Магнитная восприимчивость вещества**  $\chi$  – безразмерная физическая величина, характеризующая способность веществ к намагничиванию. Для диамагнетиков величина  $\chi < 0$ , для парамагнетиков –  $\chi > 0$ . Для ферромагнетиков  $\chi > 0$  и достигает очень больших значений.

Учитывая соотношение (11.3), выражение (11.2) для  $\vec{H}$  принимает вид:

$$(1 + \chi)\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0}. \quad (11.4)$$

Отсюда следует связь между векторами  $\vec{H}$  и  $\vec{B}$ :

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}, \quad (11.5)$$

где  $\mu = (1 + \chi)$  – магнитная проницаемость среды, которая для диамагнетиков меньше единицы, для парамагнетиков больше единицы, а для ферромагнетиков имеет аномально высокое значение (для некоторых сплавов максимальное значение достигает  $\approx 10^6$ ). Величина магнитной проницаемости ферромагнетиков определяется по экспериментальным кривым  $B = f(H)$  (смотри приложение 12).

**Теорема о циркуляции вектора  $\vec{H}$ :** *циркуляция вектора напряженности магнитного поля  $\vec{H}$  по любому замкнутому контуру  $L$  равна алгебраической сумме токов проводимости, охваченных этим контуром:*

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_{k=1}^n I_k. \quad (11.6)$$

## 12. ПРОСТЕЙШИЕ ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

Процессы при переходе от одного установившегося в электрической цепи режима к другому – **переходные процессы** (например, зарядка и разрядка конденсатора, размыкание и замыкание цепи с индуктивностью).

**Разрядка конденсатора** емкостью  $C$ , заряженного до напряжения  $U_0$ , обкладки которого замкнуты через активное сопротивление  $R$ , происходит с убыванием напряжения  $U$  на конденсаторе по экспоненциальному закону:

$$U = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (12.1)$$

где  $\tau = RC$  – **постоянная времени (время релаксации)** – время, за которое напряжение (заряд) на конденсаторе уменьшается в  $e$  раз.

**Зарядка конденсатора** емкостью  $C$ , подключенного через активное сопротивление к источнику напряжения  $U_0$  происходит при нарастании напряжения  $U$  на конденсаторе, которое задается функцией:

$$U = U_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right). \quad (12.2)$$

**Размыкание цепи с индуктивностью.** Сила тока  $I$  при размыкании убывает по экспоненциальному закону:

$$I = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (12.3)$$

где  $I_0$  – ток в начальный момент времени ( $t = 0$ ),  $\tau = L/R$  – **постоянная времени (время релаксации)** – время, в течение которого сила тока в цепи уменьшается в  $e$  раз.

**Замыкание цепи с индуктивностью.** При замыкании цепи, содержащей  $L$  и  $R$ , нарастание силы тока задается функцией:

$$I = I_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right), \quad (12.4)$$

где  $I_0$  – установившийся ток в цепи (при  $t \rightarrow \infty$ ).

### 13. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ. ПЕРЕМЕННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК. УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

**Колебательный контур** – это электрическая цепь, состоящая из емкости  $C$  и катушки индуктивности  $L$ , в которой обкладки конденсатора замкнуты катушкой индуктивности (рис. 1.35).

Если конденсатор перед соединением с катушкой индуктивности в колебательный контур зарядить до напряжения  $U_0$ , то в колебательном контуре возникают свободные колебания электрического заряда  $q$ , а также напряжения  $U$  на обкладках конденсатора.



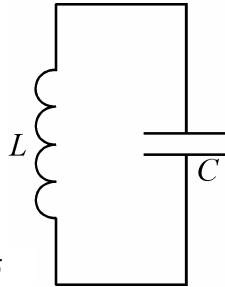


Рис. 1.35

**Дифференциальное уравнение свободных незатухающих колебаний** имеет вид:

$$\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0, \quad (13.1)$$

где  $\omega_0$  – собственная циклическая частота контура,  $\ddot{q}$  – вторая производная электрического заряда по времени.

Решением дифференциального уравнения (13.1) является функция:

$$q = q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (13.2)$$

где  $q_0$  – максимальное (амплитудное) значение заряда на обкладках конденсатора,  $\omega_0 t + \varphi_0$  – **фаза колебаний** (характеризует значение колеблющейся величины в любой момент времени),  $\varphi_0$  – начальная фаза.

Значение собственной частоты колебаний  $\omega_0$  определяется свойствами самого контура, а значения  $q_0$  и  $\varphi_0$  – начальными условиями.

Напряжение между обкладками конденсатора изменяется по закону:

$$U = U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (13.3)$$

где  $U_0 = q_0 / C$ .

С учетом определения силы тока, функция зависимости силы тока в катушке будет иметь вид:

$$I = \frac{dq}{dt} = -\omega_0 q_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \text{ или} \\ I = I_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \pi/2). \quad (13.4)$$

Таким образом, при свободных незатухающих колебаниях ток в катушке опережает по фазе напряжение на конденсаторе на  $\pi/2$ .

Значение **собственной циклической частоты** колебаний в контуре определяется выражением:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (13.5)$$

С учетом выражения  $T_0 = 2\pi/\omega_0$  **период свободных колебаний в идеальном колебательном контуре** (при отсутствии активного сопротивления) будет определяться формулой Томсона:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (13.6)$$

Каждый реальный контур обладает активным сопротивлением, и энергия, запасенная в контуре, постепенно расходуется на нагревание проводов. При таких условиях свободные электромагнитные колебания будут **затухающими**.

**Дифференциальное уравнение затухающих свободных колебаний** имеет вид:

$$\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = 0, \quad (13.7)$$

где  $\beta$  – коэффициент затухания.

При  $\beta^2 < \omega_0^2$  решением уравнения является функция:

$$q = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi), \quad (13.8)$$

где  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}$ .

График непериодической функции (13.8) на рисунке 1.36 определяет затухающие колебания. Множитель  $q_0 e^{-\beta t}$  называют **амплитудой затухающих колебаний**; ее зависимость от времени изображена штриховой линией на рисунке 1.36.

Величину

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \quad (13.9)$$

принято называть **периодом затухающих колебаний**. При незначительном затухании ( $\beta^2 \ll \omega_0^2$ ) период затухающих колебаний практически равен периоду свободных незатухающих колебаний.

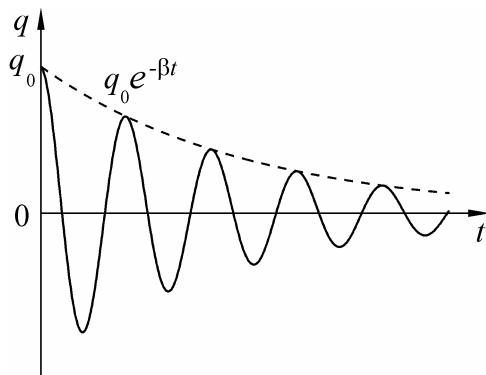


Рис. 1.36

**Время релаксации**  $\tau$  – время, за которое амплитуда колебаний уменьшается в  $e$  раз. **Коэффициент затухания**  $\beta$  связан с временем релаксации соотношением:

$$\tau = \frac{1}{\beta}. \quad (13.10)$$

**Логарифмический декремент затухания**  $\lambda$  определяется как натуральный логарифм отношения двух значений амплитуд, взятых через интервал времени, равный периоду колебаний  $T$ :

$$\lambda = \ln \frac{a(t)}{a(t+T)} = \beta T, \quad (13.11)$$

где  $a$  – амплитуда соответствующей физической величины ( $q$ ,  $U$ ,  $I$ ).

Если  $N_e$  – количество колебаний за время релаксации, то логарифмический декремент затухания можно выразить иначе:

$$\lambda = \frac{1}{N_e}. \quad (13.12)$$

**Добротность колебательного контура** характеризует «эффективность» рассеяния энергии контура при наличии в нем активного сопротивления. Эта величина определяется из соотношения:

$$Q = \frac{\pi}{\lambda} = \pi N_e. \quad (13.13)$$

При малом затухании добротность контура равна отношению энергии, запасенной в контуре в произвольный момент времени  $t$ , к убыли этой энергии за период, умноженному на  $2\pi$ :

$$Q = 2\pi \frac{W(t)}{W(t) - W(t+T)}. \quad (13.14)$$

**Вынужденные колебания** – незатухающие колебания, возникающие в  $R, L, C$ -цепи под действием внешнего периодически изменяющегося напряжения:

$$U = U_0 \cos \omega t, \quad (13.15)$$

где  $U_0$  – амплитудное значение напряжения,  $\omega$  – циклическая частота напряжения.

Сила тока  $I$  в такой цепи также изменяется по синусоидальному закону, но сдвинута по фазе относительно фазы колебаний напряжения на величину, равную  $\varphi$ :

$$I = I_0 \cos(\omega t + \varphi), \quad (13.16)$$

где  $I_0$  – амплитудное значение силы тока.

**Закон Ома для переменного тока:** сила тока при установившихся вынужденных колебаниях в цепи, содержащей последовательно включенные  $R, L$  и  $C$ , определяется выражением:

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}, \quad (13.17)$$

где  $Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$  – полное сопротивление цепи переменного тока (или импеданс),  $R$  – активное сопротивление,  $X_L = \omega L$  – реактивное индуктивное сопротивление,  $X_C = \frac{1}{\omega C}$  – реактивное емкостное сопротивление.

Величина  $X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}$  – реактивное сопротивление.

Для расчета цепей синусоидального тока широкое применение получил **символический**, или **комплексный**, метод, в котором токи и напряжения заменяют их комплексными изображениями или символами.

Метод основан на том, что в цепях синусоидального переменного тока от уравнений, составленных на основе правил Кирхгофа для мгновенных значений токов и напряжений и являющихся дифференциальными уравнениями, можно перейти к алгебраическим уравнениям, составленным относительно комплексных символов тока и напряжения. При этом мгновенное значение тока  $i$  заменяют комплексным символом  $\dot{I}$ , который в экспоненциальной форме комплексного числа имеет вид  $\dot{I} = I_0 e^{j\varphi}$ , где  $\varphi$  – фаза тока  $i$  относительно фазы, выбранной за нулевую. Мгновенное значение напряжения на активном сопротивлении  $R = Ri$  заменяют комплексом  $R\dot{I}$ , по фазе совпадающим с током  $\dot{I}$ . Мгновенное значение напряжения на индуктивности  $u_L = L(di/dt)$  заменяют комплексом  $\dot{I}j\omega L$ , опережающим ток на  $90^\circ$ ; мгновенное значение напряжения на емкости  $u_C = \frac{1}{C} \int idt$  – комплексом  $\dot{I} \left( \frac{-j}{\omega C} \right)$ , отстающим от тока на  $90^\circ$ ; мгновенное значение напряжения  $u$  – комплексом  $\dot{U}$ , который в экспоненциальной форме комплексного числа имеет вид  $\dot{U} = U_0 e^{j\varphi}$ .

**Закон Ома в символической форме** для  $R, L, C$ -цепи переменного тока определяется выражением:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{R + j\omega L - \frac{j}{\omega C}}, \quad (13.18)$$

где  $\dot{U}$  – комплексный символ напряжения,  $\dot{I}$  – комплексный символ тока,  $R$  – комплексный символ активного сопротивления  $R$  (содержит только действительную часть),  $j\omega L$  – комплексный символ индуктивного сопротивления,  $\frac{-j}{\omega C}$  – комплексный символ емкостного сопротивления.

Выражение  $\bar{Z} = R + j\omega L - \frac{j}{\omega C}$  называется **полным комплексным сопротивлением** последовательной  $R, L, C$ -цепи переменного тока.

Так как токи и напряжения на различных участках электрической цепи синусоидального тока, как правило, по фазе не совпадают, то наглядное представление о фазовом расположении различных векторов дает векторная диаграмма напряжений и токов. Для этого изображают две взаимно-перпендикулярные оси: по оси абсцисс откладывают действительную часть комплексного значения тока или напряжения (обозначают  $+1$ ), а по оси ординат – мнимую (обозначают  $+j$ , где  $j = \sqrt{-1}$ ). Для простейшей схемы (рис. 1.37 а) приведен пример векторной диаграммы на рисунке 1.37 б.

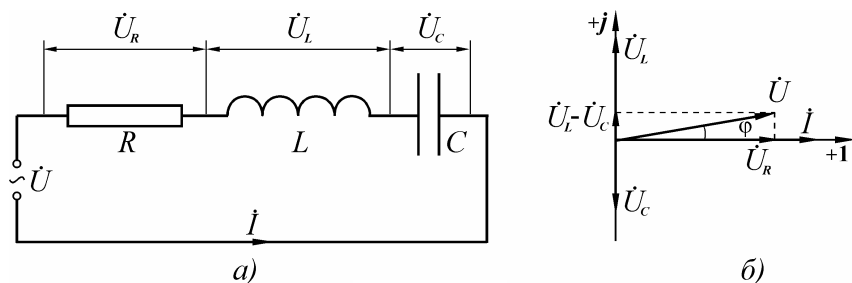


Рис. 1.37

**Сдвиг фаз  $\varphi$  между током и напряжением** в цепи синусоидального тока определяется соотношением:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \quad (13.19)$$

**Активная мощность в цепи переменного тока** – среднее значение мгновенной мощности  $p$  за период  $T$ :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt = \frac{U_m I_m}{2} \cos \varphi = UI \cos \varphi, \quad (13.20)$$

где  $I$  – действующее (эфффективное) значение силы тока ( $I = I_0 / \sqrt{2}$ ),  $U$  – действующее (эфффективное) значение напряже-

ния ( $U = U_0 / \sqrt{2}$ ),  $\varphi$  – сдвиг фаз между током и напряжением в цепи.

**Действующим значением силы переменного тока** называется сила такого постоянного тока, при которой в данной цепи выделяется такая же мощность, как и при переменном токе. Аналогично определяется **действующее значение напряжения**.

**Реактивная мощность в цепи переменного тока** находится из соотношения:

$$Q = IU \sin \varphi, \quad (13.21)$$

где  $I$  – действующее значение силы тока,  $U$  – действующее значение напряжения,  $\varphi$  – сдвиг фаз между током и напряжением. Реактивная мощность измеряется в вольт-амперах реактивных (ВАр).

**Полная мощность в цепи переменного тока** определяется выражением:

$$S = IU, \quad (13.22)$$

где  $I$  и  $U$  – действующие значения силы тока и напряжения соответственно. Полная мощность переменного тока измеряется в вольт-амперах (ВА).

**Полная, активная и реактивная** мощности связаны соотношением:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}. \quad (13.23)$$

**В комплексной форме** записи:

$$\text{полная мощность } \tilde{S} = \dot{U} \dot{I}^*; \quad (13.24)$$

$$\text{активная мощность } P = \operatorname{Re}[\dot{U} \dot{I}^*]; \quad (13.25)$$

$$\text{реактивная мощность } Q = \operatorname{Im}[\dot{U} \dot{I}^*], \quad (13.26)$$

где  $\dot{I}^*$  – сопряженный комплекс тока,  $\operatorname{Re}[\dot{U} \dot{I}^*]$  и  $\operatorname{Im}[\dot{U} \dot{I}^*]$  – действительная и мнимая части выражения для полной мощности соответственно (подробнее в главе данного раздела «Примеры решения задач»).

Между частотой  $\nu$  и циклической частотой  $\omega$  имеется соотношение:

$$\omega = 2\pi\nu. \quad (13.27)$$

**Первое уравнение Максвелла** в интегральной форме связывает циркуляцию вектора напряженности электрического поля  $\vec{E}$  по произвольному замкнутому контуру  $L$  и производную по времени от магнитного потока  $\Phi$  через произвольную поверхность  $S$ , ограниченную данным контуром  $L$ :

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (13.28)$$

Уравнение (13.28) представляет собой обобщение закона электромагнитной индукции Фарадея (10.1), оно показывает, что изменяющееся во времени магнитное поле порождает вихревое электрическое поле. При этом под  $\vec{E}$  понимается напряженность суммарного электрического поля, которое складывается из электростатического поля, создаваемого неподвижными зарядами, и вихревого поля, обусловленного изменением во времени магнитного поля. Циркуляция же вектора напряженности электростатического поля всегда равна нулю (смотри выражение (3.3)).

**Второе уравнение Максвелла** в интегральной форме устанавливает связь между циркуляцией вектора напряженности магнитного поля  $\vec{H}$  по произвольному замкнутому контуру  $L$  и силой полного тока, охватываемого этим контуром, или, иначе говоря, пересекающего поверхность  $S$ , ограниченную этим контуром:

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \left( \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S}. \quad (13.29)$$

Уравнение (13.29) является обобщением теоремы о циркуляции вектора  $\vec{H}$  (11.6) с учетом **гипотезы Максвелла**: *изменяющееся во времени электрическое поле подобно току проводимости (то есть току, связанному с движением электрических зарядов в проводящей среде) порождает в окружающем пространстве магнитное поле*. Максвелл назвал переменное электрическое поле **током смещения**, а частную производную по времени от



вектора электрического смещения  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ , размерность которой совпадает с размерностью плотности тока, – **плотностью тока смещения**.

Сумму токов проводимости и тока смещения называют **полным током**. Плотность полного тока равна  $\vec{j}_{\text{полн}} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ . Тогда можно сказать, что вихревое магнитное поле создается полным током, то есть током проводимости (при движении электрических зарядов) и током смещения (при изменении во времени электрического поля).

**Третье уравнение Максвелла** в интегральной форме представляет собой **теорему Гаусса для вектора  $\vec{D}$** : *поток вектора электрического смещения  $\vec{D}$  через произвольную замкнутую поверхность  $S$  равен стороннему заряду  $q$ , расположенному внутри этой поверхности*:

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V \rho dV, \quad (13.30)$$

где  $\rho$  – объемная плотность сторонних зарядов.

Уравнение (13.30) показывает, что источниками электрического поля служат электрические заряды. По существу это уравнение эквивалентно закону Кулона и принципу суперпозиции электрических полей.

**Четвертое уравнение Максвелла** в интегральной форме представляет собой **теорему Гаусса для вектора  $\vec{B}$** : *поток вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  через произвольную замкнутую поверхность  $S$  всегда равен нулю*:

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0. \quad (13.31)$$

Уравнение (13.31) отражает тот факт, что в природе не обнаружены магнитные заряды, и силовые линии магнитного поля являются замкнутыми.

Различие в знаках правых частей первого и второго уравнений Максвелла свидетельствует о том, что силовые линии вихревого

электрического поля, вызванного изменением во времени магнитного поля, образуют с вектором  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  левовинтовую систему, а линии напряженности магнитного поля, созданного изменением электрического поля, образуют с вектором  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  правовинтовую систему (рис. 1.38).

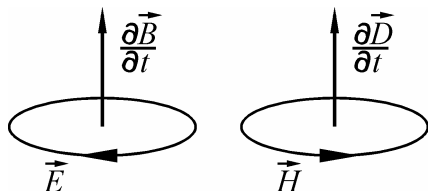


Рис. 1.38

Из уравнений Максвелла видно, что переменное магнитное поле всегда связано с индуцируемым им переменным электрическим полем. И наоборот: переменное электрическое поле всегда связано с порождаемым им переменным магнитным полем. Следовательно, электрическое и магнитное поля неразрывно связаны друг с другом – они образуют единое **электромагнитное поле**. Из уравнений Максвелла также следует, что переменное электромагнитное поле способно существовать самостоятельно – без электрических зарядов и токов.

Для **стационарных полей** ( $\vec{E} = const$  и  $\vec{B} = const$ ) уравнения Максвелла распадаются на две группы независимых уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0, \quad \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = 0, \\ \oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = 0, \quad \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0. \end{array} \right. \quad (13.32)$$

В этом случае источниками электрического поля являются только электрические заряды, а источниками магнитного – только токи проводимости. Стационарные электрические и магнитные поля независимы друг от друга, что позволяет изучать их по отдельности.

С помощью теоремы Стокса и теоремы Гаусса можно представить **систему уравнений Максвелла в дифференциальной форме** (они устанавливают связь между величинами, которые характеризуют поле в каждой точке пространства):

$$\begin{cases} \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, & \operatorname{div} \vec{D} = \rho, \\ \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, & \operatorname{div} \vec{B} = 0. \end{cases} \quad (13.33)$$

Первая пара уравнений этой системы свидетельствует о том, что источниками электрического поля являются электрические заряды и переменное во времени магнитное поле. Вторая пара уравнений утверждает, что магнитное поле возбуждается движущимися зарядами (электрическими токами) и переменными электрическими полями.

При заданном распределении плотности зарядов и токов решение системы уравнений Максвелла в дифференциальной форме позволяет полностью определить напряженность электрического  $\vec{E}$  и индукцию магнитного  $\vec{B}$  полей. Для этого уравнения Максвелла дополняют соотношениями, которые связывают  $\vec{D}$  и  $\vec{j}$  с  $\vec{E}$ , а также  $\vec{H}$  с  $\vec{B}$ , называемыми **материальными уравнениями**. В случае изотропных сред, не содержащих сегнетоэлектриков и ферромагнетиков, эти уравнения имеют вид

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, \quad \vec{j} = \gamma \vec{E} \quad (13.34)$$

(смотри выражения (4.6), (5.16) и (11.5)).

**Уравнения Максвелла** являются основными законами электродинамики. Эти уравнения не выводятся, а постулируются на основе обобщения экспериментальных данных. Правильность уравнений Максвелла подтверждена совпадением многочисленных следствий этих уравнений с экспериментом.

## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**Пример 1.** Два одинаковых маленьких шарика массой  $0,10$  г каждый подвешены на непроводящих нитях длиной  $1,0$  м к одной точке. После того, как шарикам были сообщены одинаковые заряды, они разошлись на расстояние  $9,0$  см. Определить заряды шариков. Диэлектрическую проницаемость воздуха принять равной единице.

**Дано:**

$$m = 0,10 \text{ г} = 1,0 \cdot 10^{-4} \text{ кг},$$

$$l = 1,0 \text{ м},$$

$$r = 9,0 \text{ см} = 0,090 \text{ м},$$

$$\varepsilon = 1,0.$$

**Найти:**  $q$ .

**Решение.** После сообщения одинаковых электрических зарядов шарики будут взаимодействовать между собой. Таким образом, на каждый заряженный шарик действуют сила тяжести  $m\vec{g}$ , сила натяжения нити  $\vec{T}$  и кулоновская сила отталкивания  $\vec{F}$  (рис. 1.39).

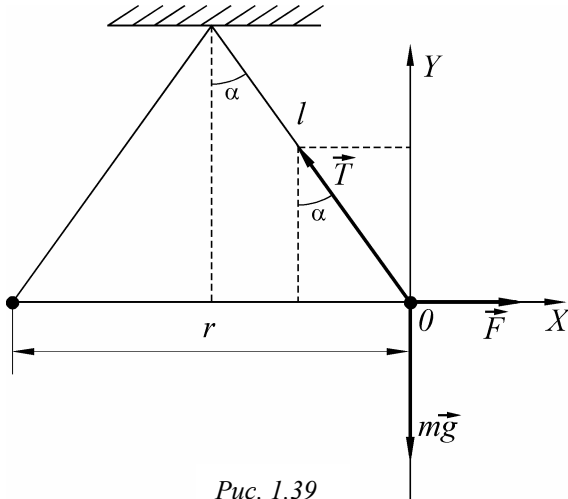


Рис. 1.39

Каждый из шариков находится в одинаковых условиях, поэтому достаточно рассмотреть равновесие одного из них. Условие равновесия имеет вид:

$$\vec{T} + m\vec{g} + \vec{F} = 0. \quad (1)$$

В проекциях на оси  $OX$  и  $OY$  получим систему:

$$\begin{cases} F - T \sin \alpha = 0, \\ T \cos \alpha - mg = 0, \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} T \sin \alpha = F, \\ T \cos \alpha = mg. \end{cases} \quad (2)$$

Разделив первое равенство на второе, получим значение тангенса угла отклонения шарика от положения равновесия:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F}{mg}. \quad (3)$$

Так как угол  $\alpha$  мал, то  $\operatorname{tg} \alpha \approx \sin \alpha = \frac{r/2}{l} = \frac{r}{2l}$ , поэтому, с учетом (3), получим:

$$\frac{r}{2l} = \frac{F}{mg}. \quad (4)$$

Сила электростатического взаимодействия двух точечных зарядов, находящихся в однородной изотропной среде, определяется законом Кулона [1.4]\*:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{\epsilon r^2},$$

тогда выражение (4) запишется в виде:

$$\frac{r}{2l} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{\epsilon r^2 mg},$$

откуда окончательно находится величина искомого заряда:

$$q = r \sqrt{\frac{2\pi\epsilon_0 \epsilon mgr}{l}}.$$

---

\* В квадратных скобках даны ссылки на формулы из теоретической части. В частности, [1.4] – ссылка на 4-ю формулу 1-й главы (с. 7).

Подставляя числовые значения величин, получим:

$$q = 0,090 \sqrt{\frac{2 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 10^{-4} \cdot 9,81 \cdot 0,090}{1,0}} = 6,3 \cdot 10^{-9} \text{ Кл.}$$

**Ответ:** 6,3 нКл.

**Пример 2.** Определить силу взаимодействия точечного заряда 5,0 нКл с тонким стержнем, равномерно заряженным с линейной плотностью 2,0 мкКл/м. Точечный заряд находится на расстоянии 10 см от стержня. Углы, образованные стержнем и прямыми, проходящими через точечный заряд и его концы, равны соответственно  $30^\circ$  и  $135^\circ$  (рис. 1.40).

**Дано:**

$$\tau = 2,0 \text{ мкКл/м} = 2,0 \cdot 10^{-6} \text{ Кл/м,}$$

$$r_0 = 10 \text{ см} = 0,10 \text{ м}$$

$$q_0 = 5,0 \text{ нКл} = 5,0 \cdot 10^{-9} \text{ Кл,}$$

$$\alpha_1 = 30^\circ,$$

$$\alpha_2 = 135^\circ.$$

**Найти:**  $F$ .

**Решение.** Так как размерами стержня по сравнению с расстоянием от стержня до точечного заряда пренебречь нельзя, то заряд, находящийся на стержне, не является точечным. Следовательно, воспользоваться законом Кулона в виде [1.2] непосредственно нельзя.

Однако, если выделить на стержне бесконечно малый участок длиной  $dl$  (масштаб на рис. 1.40 не соблюден), то находящийся на нем заряд, равный

$$dq = \tau dl, \tag{1}$$

можно рассматривать как точечный. Сила взаимодействия зарядов  $q_0$  и  $dq$ , находящихся в вакууме, по закону Кулона [1.2] будет иметь вид:

$$dF = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 dq}{r^2},$$

или с учетом выражения (1):

$$dF = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 \tau dl}{r^2}, \quad (2)$$

где  $r$  – расстояние от выделенного на заряженном стержне элементарного заряда до заряда  $q_0$ .

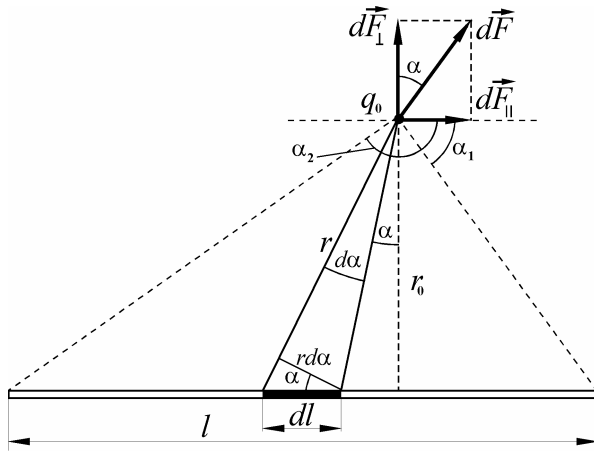


Рис. 1.40

Из рисунка 1.40 следует ряд геометрических соотношений между величинами:

$$r = \frac{r_0}{\cos \alpha}, \quad (3)$$

$$dl = \frac{r d\alpha}{\cos \alpha}, \quad (4)$$

После подстановки соотношений (3) и (4) в выражение (2), получим:

$$dF = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 \tau}{r_0} d\alpha. \quad (5)$$

Выражение (5) определяет только модуль элементарной силы  $d\vec{F}$ , которая является векторной величиной. Поэтому вектор  $d\vec{F}$  необ-

ходимо разложить на две составляющие:  $d\vec{F}_\perp$ , перпендикулярную стержню, и  $d\vec{F}_\parallel$ , параллельную ему.

Из рисунка 1.40 очевидны соотношения:

$$dF_\perp = dF \cos \alpha, \quad (6)$$

$$dF_\parallel = dF \sin \alpha. \quad (7)$$

Подставляя значение  $dF$  из выражения (5) в соотношения (6) и (7), получим:

$$dF_\perp = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 \tau \cos \alpha}{r_0} d\alpha, \quad (8)$$

$$dF_\parallel = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 \tau \sin \alpha}{r_0} d\alpha. \quad (9)$$

Проинтегрировав выражения (8) и (9) в пределах от  $\alpha_1$  до  $\alpha_2$ , получим выражения для нахождения составляющих сил  $F_\perp$  и  $F_\parallel$ :

$$\begin{aligned} F_\perp &= \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 \tau \cos \alpha}{r_0} d\alpha = \frac{q_0 \tau}{4\pi\epsilon_0 r_0} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \cos \alpha d\alpha = \frac{q_0 \tau}{4\pi\epsilon_0 r_0} \sin \alpha \Big|_{\alpha_1}^{\alpha_2} = \\ &= \frac{q_0 \tau}{4\pi\epsilon_0 r_0} (\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1). \end{aligned}$$

Аналогично находится величина второй составляющей:

$$\begin{aligned} F_\parallel &= \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 \tau \sin \alpha}{r_0} d\alpha = -\frac{q_0 \tau}{4\pi\epsilon_0 r_0} \cos \alpha \Big|_{\alpha_1}^{\alpha_2} = \\ &= \frac{q_0 \tau}{4\pi\epsilon_0 r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \end{aligned}$$

Таким образом, модуль результирующей силы, действующей на заряд  $q_0$ , определяется по теореме Пифагора. С учетом тригонометрических соотношений получим:

$$\begin{aligned} F &= \sqrt{F_\perp^2 + F_\parallel^2} = \frac{q_0 \tau}{4\pi\epsilon_0 r_0} \sqrt{(\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1)^2 + (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)^2} = \\ &= \frac{q_0 \tau}{4\pi\epsilon_0 r_0} 2 \sin \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} = \frac{q_0 \tau}{2\pi\epsilon_0 r_0} \sin \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2}. \end{aligned} \quad (10)$$

Подставляя числовые значения величин в (10), получим:



$$F = \frac{5,0 \cdot 10^{-9} \cdot 2,0 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,10} \sin \frac{135^\circ - 30^\circ}{2} = 14,3 \cdot 10^{-3} \text{ Н.}$$

**Ответ:**  $F = 14,3 \text{ мН.}$

**Пример 3.** Два точечных заряда  $+4,5 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}$  и  $-9,0 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}$  находятся в керосине на расстоянии 15 см друг от друга. Определить напряженность и потенциал электростатического поля в точке, расположенной на расстоянии 25 см от положительного и 20 см от отрицательного зарядов.

**Дано:**

$$q_1 = +4,5 \cdot 10^{-7} \text{ Кл,}$$

$$q_2 = -9,0 \cdot 10^{-7} \text{ Кл,}$$

$$a = 15 \text{ см} = 0,15 \text{ м,}$$

$$r_1 = 25 \text{ см} = 0,25 \text{ м,}$$

$$r_2 = 20 \text{ см} = 0,20 \text{ м,}$$

$$\varepsilon = 2,0.$$

**Найти:**  $E$ ,  $\varphi$ .

**Решение.** Неподвижные электрические заряды в пространстве вокруг себя создают электростатическое поле. Точечные заряды создают вокруг себя центрально-симметричные поля, напряженность и потенциал в некоторой точке которых определяются из соотношений [1.7], [3.6]:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_0}{\varepsilon r^2}, \quad (1)$$

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_0}{\varepsilon r}, \quad (2)$$

где  $q_0$  – заряд, создающий поле,  $r$  – расстояние от точечного заряда до рассматриваемой точки пространства,  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость среды (числовое значение берется из таблиц).

В случае, если поле в данной точке создается несколькими зарядами, то суммарная напряженность определяется из принципа суперпозиции (для поля двух зарядов) [1.8]:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2, \quad (3)$$

где  $\vec{E}_1$  и  $\vec{E}_2$  – напряженности, создаваемые зарядами  $q_1$  и  $q_2$  соответственно.

Потенциал точки поля определяется алгебраической суммой потенциалов, создаваемых отдельными зарядами [3.8]:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2. \quad (4)$$

Пусть заданные заряды  $q_1$  и  $q_2$  расположены в точках  $M$  и  $N$  (рис. 1.41). В точку  $A$ , положение которой определяется расстояниями  $r_1$  и  $r_2$  от соответствующих зарядов, поместим положительный пробный заряд и определим направления векторов напряженности  $\vec{E}_1$  и  $\vec{E}_2$  (одноименные заряды отталкиваются, разноименные – притягиваются). По правилу параллелограмма строим результирующий вектор  $\vec{E}$ , модуль которого можно определить из треугольника  $\Delta ABC$  по теореме косинусов:

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2 \cos \varphi. \quad (5)$$

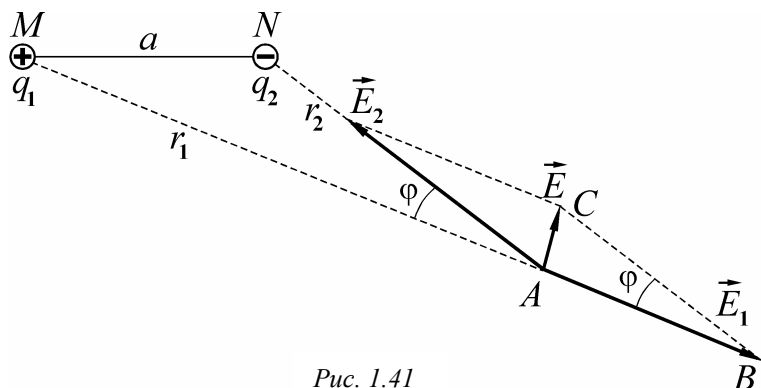


Рис. 1.41

На основании (1) модули напряженности поля точечных зарядов (знак был учтен при выборе направлений векторов) будут иметь вид:

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1|}{\epsilon r_1^2}, \quad (6)$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_2|}{\epsilon r_2^2}. \quad (7)$$

Для нахождения косинуса угла  $\varphi$  в (5) воспользуемся теоремой косинусов применительно к треугольнику  $\Delta ANM$  :

$$\cos \varphi = \frac{r_1^2 + r_2^2 - a^2}{2r_1 r_2}. \quad (8)$$

С учетом выражений (6) – (8) выражение (5) примет окончательный вид:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4} - \frac{|q_1||q_2|(r_1^2 + r_2^2 - a^2)}{r_1^3 r_2^3}}.$$

Подставляя числовые значения, находим:

$$E = 7,78 \cdot 10^{-4} \text{ В/м.}$$

Потенциалы поля зарядов на основании (2) будут иметь вид:

$$\varphi_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{\epsilon r_1}, \quad (9)$$

$$\varphi_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{\epsilon r_2}. \quad (10)$$

На основании соотношения (4) с учетом (9) и (10) запишем:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left( \frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right),$$

или с учетом того, что заряд  $q_2$  отрицательный:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left( \frac{|q_1|}{r_1} - \frac{|q_2|}{r_2} \right).$$

Подставляя числовые значения, найдем:

$$\varphi = \frac{1}{4 \cdot 3,14 \cdot 2,0 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \left( \frac{4,5 \cdot 10^{-7}}{0,25} - \frac{9,0 \cdot 10^{-7}}{0,20} \right) = -12145 \text{ В.}$$

**Ответ:**  $E = 7,78 \cdot 10^{-4} \text{ В/м, } \varphi = -12145 \text{ В.}$

**Пример 4.** Определить потенциал и напряженность электрического поля, создаваемого тонким диском радиуса  $r$ , равномерно заряженного с поверхностной плотностью заряда  $\sigma$ , в точке  $C$ , лежащей на оси диска на расстоянии  $b$  от его плоскости.

**Дано:**

$r, \sigma, b$ .

**Найти:**  $\varphi, E$ .

**Решение.** Для определения потенциала электростатического поля в точке  $C$  разобьем диск на бесконечно большое число кольцевых зон с бесконечно малой толщиной  $dx$  (рис. 1.42).

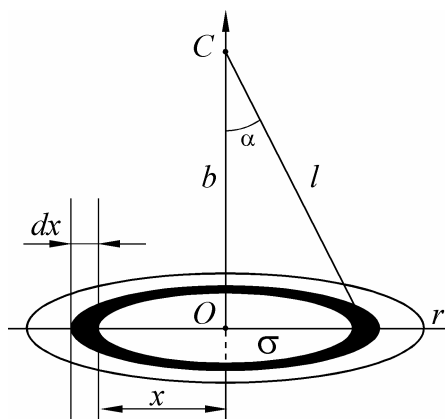


Рис. 1.42

Выделим кольцо, ограниченное радиусами  $x$  и  $x + dx$ . Разобьем выделенное кольцо на бесконечно большое число точечных элементов. Каждый точечный элемент кольца с его зарядом находится на одинаковом расстоянии  $l = \sqrt{x^2 + b^2}$  от точки  $C$ , поэтому вклад каждого заряженного элемента кольца в создание потенциала в точке  $C$  одинаков. Тогда, согласно принципу суперпозиции полей, потенциал в точке  $C$ , создаваемый выделенным кольцом, будет равен [3.6]:

$$d\varphi = k \frac{dq}{\sqrt{x^2 + b^2}}, \quad (1)$$

где  $dq$  – заряд кольца,  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$  – коэффициент пропорциональности.

Так как  $dq = \sigma dS$ , а  $dS$  – площадь кольца, которая равна  $dS = 2\pi x dx$ , то заряд кольца равен  $dq = 2\pi\sigma x dx$ . Выражение (1) примет вид:

$$d\varphi = k \frac{2\pi\sigma x dx}{\sqrt{x^2 + b^2}}. \quad (2)$$

Интегрируя (2), определим потенциал, создаваемый диском:

$$\begin{aligned} \varphi &= 2\pi k \sigma \int_0^r \frac{x dx}{\sqrt{x^2 + b^2}} = \pi k \sigma \int_0^r \frac{d(x^2 + b^2)}{\sqrt{x^2 + b^2}} = \\ &= 2\pi k \sigma \sqrt{x^2 + b^2} \Big|_0^r = 2\pi k \sigma \left( \sqrt{r^2 + b^2} - b \right). \end{aligned} \quad (3)$$

Напряженность поля определяется как градиент потенциала с противоположным знаком [3.9]. Поэтому, рассматривая величину  $b$  как переменную, получим выражение:

$$E = -\frac{d\varphi}{db} = 2\pi k \sigma \left( 1 - \frac{b}{\sqrt{r^2 + b^2}} \right). \quad (4)$$

$$\text{Ответ: } \varphi = 2\pi k \sigma \left( \sqrt{r^2 + b^2} - b \right), \quad E = 2\pi k \sigma \left( 1 - \frac{b}{\sqrt{r^2 + b^2}} \right).$$

**Пример 5.** Определить зависимость напряженности электростатического поля, создаваемого равномерно заряженной сферической поверхностью, несущей заряд  $q$ , радиусом  $R$  как функцию расстояния от центра сферической поверхности.

**Дано:**

$q, R$ .

**Найти:**  $E(r)$ .

**Решение.** Электростатическое поле, создаваемое сферической поверхностью, центрально-симметричное: направление вектора напряженности  $\vec{E}$  в любой точке проходит через центр сферы, а модуль вектора зависит только от расстояния  $r$  до центра сферы.

Нахождение напряженности поля заряда, который нельзя считать точечным, с использованием выражения, определяющего эту физическую величину, представляет собой трудоемкий процесс. Для симметричных заряженных тел использование теоремы Гаусса [2.3] значительно упрощает задачу.

Для расчета поля заряженной сферы в качестве замкнутой поверхности удобно взять концентрическую сферу. Пусть ее радиус  $r > R$  (рис. 1.43), тогда, согласно теореме Гаусса, поток вектора напряженности электростатического поля через замкнутую поверхность равен отношению заряда, охваченного выбранной поверхностью, к электрической постоянной  $\epsilon_0$ :

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}. \quad (1)$$

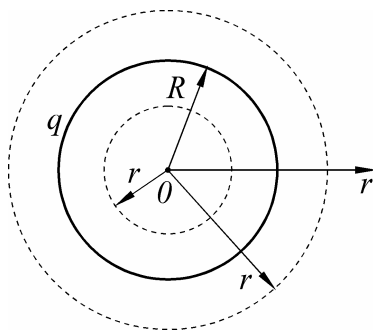


Рис. 1.43

Так как площадь поверхности сферы радиуса  $r$  равна  $4\pi r^2$ , то теорема Гаусса для условий задачи приобретает вид:

$$E_r \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0},$$

откуда искомая напряженность как функция расстояния от центра сферы ( $r > R$ ) может быть выражена в виде:

$$E_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2},$$

где  $E_r$  – проекция вектора напряженности  $\vec{E}$  на направление радиус-вектора  $\vec{r}$ , совпадающего по направлению с нормалью к поверхности сферы в каждой ее точке. Знак заряда здесь определяет знак проекции  $E_r$ , а, следовательно, и направление самого вектора  $\vec{E}$ : от заряженной сферы (при  $q > 0$ ) или к ней (при  $q < 0$ ).

Если  $r < R$ , то замкнутая поверхность (рис. 1.43) не содержит внутри зарядов, следовательно, отсутствует поток вектора напряженности, поэтому в этой области всюду  $E = 0$ , то есть внутри равномерно заряженной сферической поверхности напряженность электростатического поля отсутствует.

Вне сферической поверхности поле убывает с расстоянием от ее центра по такому же закону, как у точечного заряда (обратно пропорционально  $r^2$ ) [1.7].

График зависимости напряженности электростатического поля заряженной сферы от расстояния отображен на рисунке 1.6 в главе «Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме».

**Ответ:**  $E_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}, (r > R); E = 0, (r < R).$

**Пример 6.** Два положительных точечных заряда 2,0 мкКл и 15 нКл находятся в вакууме на расстоянии 2,0 м друг от друга. Заряды сближают до расстояния 1,5 м. Какая работа совершается при их сближении?

**Дано:**

$$q_1 = 2,0 \text{ мкКл} = 2,0 \cdot 10^{-6} \text{ Кл},$$

$$q_2 = 15 \text{ нКл} = 1,5 \cdot 10^{-8} \text{ Кл},$$

$$r_1 = 2,0 \text{ м},$$

$$r_2 = 1,5 \text{ м}.$$

**Найти:**  $A'$ .

**Решение.** В условиях данной задачи можно предложить два способа решения.

*Первый способ.* Согласно определению [3.1] работа некоторой силы может быть найдена из соотношения:

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r} . \quad (1)$$

Так как сила, действующая на заряды, – переменная, то для нахождения работы по сближению точечных зарядов необходимо выражение (1) проинтегрировать:

$$A = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} . \quad (2)$$

Сила электростатического взаимодействия двух точечных зарядов определяется из закона Кулона [1.2], поэтому интеграл (2) запишем в виде:

$$A = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} dr . \quad (3)$$

Учитывая, что работа внешней силы  $A'$  по перемещению заряда равна по модулю и противоположна по знаку работе сил поля  $A$ , получим:

$$A' = - \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} dr . \quad (4)$$

После интегрирования искомая работа запишется в виде:

$$A' = - \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \Big|_{r_1}^{r_2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) . \quad (5)$$

После подстановки числовых значений получим окончательный ответ:

$$A' = \frac{2,0 \cdot 10^{-6} \cdot 1,5 \cdot 10^{-8}}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \left( \frac{1}{1,5} - \frac{1}{2,0} \right) = 4,5 \cdot 10^{-5} \text{ Дж.}$$

*Второй способ.* Работа  $A'$ , совершаемая внешней силой по перемещению заряда в электрическом поле из одной точки в другую, равна по абсолютному значению и противоположна по знаку работе  $A$  сил поля по перемещению заряда между теми же точками:

$$A' = -A . \quad (6)$$



Работа сил электростатического поля по перемещению заряда между двумя точками может быть определена через разность потенциалов между теми же точками [3.7]:

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2),$$

или с учетом соотношения (6) примет вид:

$$A' = -q(\varphi_1 - \varphi_2) = q(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (7)$$

В данной задаче заряд  $q_1$  оставим неподвижным, а заряд  $q_2$  под действием внешних сил будет перемещаться в поле, созданном зарядом  $q_1$ , из точки, находящейся на расстоянии  $r_1$ , в точку, находящуюся на расстоянии  $r_2$  от заряда.

Так как заряд  $q_1$  по условию задачи является точечным, то потенциалы поля в соответствующих точках определяются из выражений [3.5]:

$$\varphi_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_1}, \quad (8)$$

$$\varphi_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_2}. \quad (9)$$

Подставляя выражения для потенциалов (8) и (9) в (7), не забывая, что переносимый заряд –  $q_2$ , получим:

$$A' = q_2 \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_1} \right) = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right). \quad (10)$$

Выражение (10) совпадает с ответом (5), полученным первым способом.

**Ответ:**  $A' = 4,5 \cdot 10^{-5}$  Дж.

**Пример 7.** Определить энергии каждого из трех конденсаторов с емкостями, равными 1,0 нФ, 2,0 нФ, 3,0 нФ при последовательном и параллельном подключении их в цепь с напряжением 600 В.

**Дано:**

$$C_1 = 1,0 \text{ нФ} = 1,0 \cdot 10^{-9} \text{ Ф},$$

$$C_2 = 2,0 \text{ нФ} = 2,0 \cdot 10^{-9} \text{ Ф},$$

$$C_3 = 3,0 \text{ нФ} = 3,0 \cdot 10^{-9} \text{ Ф},$$

$$U = 600 \text{ В}.$$

**Найти:**  $W_1, W_2, W_3, W'_1, W'_2, W'_3$ .

**Решение.** Энергия конденсатора емкостью  $C$ , заряженного до напряжения  $U$ , определяется соотношениями [4.18], [4.19]:

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}. \quad (1)$$

В случае параллельного соединения конденсаторов напряжение на каждом из них одинаково и равно 600 В. Подставив в выражение (1) заданные значения величин, получим для энергии каждого конденсатора:

$$W_1 = \frac{C_1 U^2}{2} = \frac{1,0 \cdot 10^{-9} \cdot 600^2}{2} = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ Дж}, \quad W_2 = 3,6 \cdot 10^{-4} \text{ Дж},$$

$$W_3 = 5,4 \cdot 10^{-4} \text{ Дж}.$$

В случае последовательного соединения конденсаторов заряд  $q$  на каждом из них одинаков и равен общему заряду батареи конденсаторов. Эквивалентная емкость трех последовательно соединенных конденсаторов находится из соотношения [4.14]:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}, \quad (2)$$

откуда искомая емкость

$$C = \frac{C_1 C_2 C_3}{C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_1 C_3}. \quad (3)$$

Заряд такой системы равен:

$$q = CU = \frac{C_1 C_2 C_3 U}{C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_1 C_3}. \quad (4)$$

Подставляя (4) в (1), получим выражение для энергии одного конденсатора в случае его последовательного соединения в батарее:

$$W'_1 = \frac{C_1 (C_2 C_3 U)^2}{2(C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_1 C_3)^2}, \quad (5)$$

аналогичные выражения можно получить для двух других конденсаторов. Подставляя числовые значения величин в расчетные формулы (5) и ей аналогичные для двух других конденсаторов, получим:

$$W'_1 = 5,4 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}, W'_2 = 2,7 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}, W'_3 = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}.$$

**Ответ:**  $W_1 = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ Дж}, W_2 = 3,6 \cdot 10^{-4} \text{ Дж}, W_3 = 5,4 \cdot 10^{-4} \text{ Дж},$   
 $W'_1 = 5,4 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}, W'_2 = 2,7 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}, W'_3 = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}.$

**Пример 8.** К источнику тока с ЭДС 100 В и внутренним сопротивлением 20 Ом подключен потенциометр с сопротивлением 40 Ом (рис. 1.44 а). Определить показания вольтметра сопротивлением 400 Ом, подключенного к одной из клемм потенциометра и подвижному контакту, установленному посередине потенциометра. Какова разность потенциалов между теми же точками потенциометра при отключении вольтметра?

**Дано:**

$$R = 40 \text{ Ом},$$

$$\mathcal{E} = 100 \text{ В},$$

$$r = 20 \text{ Ом},$$

$$R_V = 400 \text{ Ом}.$$

**Найти:**  $U_V, U$ .

**Решение.** Перерисуем схему иначе, «разбив» потенциометр скользящим контактом на два резистора (рис. 1.44 б). Вольтметр и половина сопротивления потенциометра  $R/2$  соединены параллельно и составляют общее сопротивление  $R_1$ . Вольтметр при таком подключении показывает напряжение на сопротивлении  $R_1$ :

$$U_V = I_1 R_1, \quad (1)$$

где  $I_1$  – сила тока в неразветвленной части цепи.

Сила тока  $I_1$  определяется по закону Ома для замкнутой цепи [5.19]:

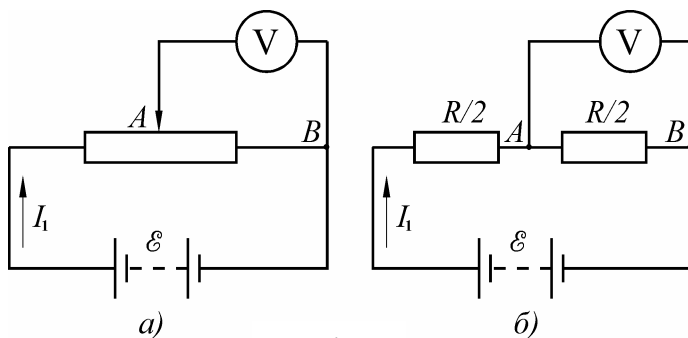


Рис. 1.44

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_2 + r}, \quad (2)$$

где  $R_2$  – сопротивление внешней цепи.

Сопротивление внешней цепи состоит из двух последовательно соединенных сопротивлений  $R_1$  и  $R/2$ , то есть равно сумме двух сопротивлений [5.13]:

$$R_2 = R_1 + R/2. \quad (3)$$

Сопротивление  $R_1$  определяется с использованием соотношения [5.14]:  $\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_V} + \frac{1}{R/2}$ , откуда

$$R_1 = \frac{RR_V}{R + 2R_V}. \quad (4)$$

Сопротивление  $R_2$  из выражения (3) с учетом (4) может быть выражено в виде:

$$R_2 = \frac{RR_V}{R + 2R_V} + \frac{R}{2} = \frac{2RR_V + 2RR_V + R^2}{2(R + 2R_V)} = \frac{R(R + 4R_V)}{2(R + 2R_V)}. \quad (5)$$

Вычисляя, находим:

$$R_2 = \frac{40(40 + 4 \cdot 400)}{2(40 + 2 \cdot 400)} = 39 \text{ Ом}. \quad (6)$$

Рассчитаем силу тока в неразветвленной части цепи, используя (2) с учетом полученного значения величины (6):

$$I_1 = \frac{100}{39 + 20} = 1,69 \text{ А}. \quad (7)$$

Подставляя в (4) числовые значения, найдем величину сопротивления  $R_1$ :

$$R_1 = \frac{40 \cdot 400}{40 + 2 \cdot 400} = 19,05 \text{ Ом.}$$

Подставляя рассчитанные значения силы тока и сопротивления в выражение (1), найдем показания вольтметра:

$$U_V = 1,69 \cdot 19,05 = 32,2 \text{ В.}$$

Разность потенциалов между точками  $A$  и  $B$  при отключенном вольтметре (рис. 1.45) равна произведению силы тока  $I$ , который течет через потенциометр, на половину сопротивления потенциометра:

$$U = I(R/2),$$

или с учетом закона Ома для замкнутой цепи (при отключенном вольтметре):

$$U = \frac{\mathcal{E}}{R + r} \frac{R}{2}.$$

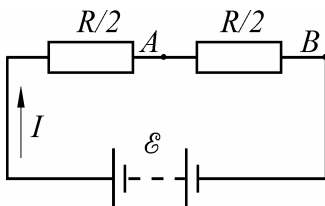


Рис. 1.45

Подставляя числовые значения величин, получим:

$$U = \frac{100}{40 + 20} \frac{40}{2} = 33,3 \text{ В.}$$

**Ответ:**  $U_V = 32,2 \text{ В}$ ,  $U = 33,3 \text{ В}$ .

**Пример 9.** На медный проводник длиной  $1,0 \text{ м}$  и площадью поперечного сечения  $10 \text{ мм}^2$  подано напряжение, изменяющееся по закону  $u = 310 \sin(314t) \text{ В}$ . Определить заряд, который протекает по проводнику за первые  $5,0 \text{ мс}$ .

**Дано:**

$$S = 10 \text{ мм}^2 = 1,0 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2,$$

$$u = 310 \sin(314t) \text{ В},$$

$$\Delta t = 5,0 \text{ мс} = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ с},$$

$$\rho = 17 \text{ нОм} \cdot \text{м} = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}.$$

**Найти:**  $q$ .

**Решение.** Так как напряжение на концах проводника изменяется, то и сила тока в нем также будет изменяться. Для нахождения заряда, прошедшего через поперечное сечение проводника, воспользуемся определением [5.1], разбивая весь рассматриваемый интервал времени на бесконечно большое число бесконечно малых интервалов времени  $dt$ :

$$dq = idt, \quad (1)$$

где  $i$  – значение силы тока к моменту начала интервала времени  $dt$ .

Для нахождения заряда, прошедшего в течение конечного промежутка времени, необходимо выражение (1) проинтегрировать, следовательно:

$$q = \int_0^{\Delta t} i dt. \quad (2)$$

Силу тока по закону Ома для однородного участка цепи [5.15] выразим через напряжение, тогда интеграл (2) запишется в виде:

$$q = \int_0^{\Delta t} \frac{u}{R} dt, \quad (3)$$

где  $u$  – изменяющееся напряжение, приложенное к концам проводника,  $R$  – сопротивление проводника.

Сопротивление проводника связано с его длиной  $l$  и площадью поперечного сечения  $S$  соотношением [5.9]:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (4)$$

где  $\rho$  – удельное сопротивление проводника (числовое значение необходимо брать из приложения 12).

С учетом (4) выражение (3) примет вид:

$$q = \int_0^{\Delta t} \frac{uS}{\rho l} dt. \quad (5)$$

Подставляя заданное выражение для изменяющегося напряжения и производя интегрирование, получим:

$$q = \frac{310S}{\rho l} \int_0^{\Delta t} \sin(314t) dt = \frac{310S}{314\rho l} (1 - \cos(314\Delta t)).$$

Подставляя числовые значения величин, получим:

$$q = \frac{310 \cdot 1,0 \cdot 10^{-5}}{314 \cdot 1,7 \cdot 10^{-8} \cdot 1,0} (1 - \cos(314 \cdot 5,0 \cdot 10^{-3})) = 580 \text{ Кл.}$$

**Ответ:**  $q = 580$  Кл.

**Пример 10.** Определить силу тока, протекающего через сопротивление  $R$  в схеме (рис. 1.46). Сопротивления  $R$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ , а также ЭДС  $\mathcal{E}_1$ ,  $\mathcal{E}_2$  заданы. Внутренними сопротивлениями источников пренебречь.

**Дано:**

$R$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ,

$\mathcal{E}_1$ ,  $\mathcal{E}_2$ .

**Найти:**  $I$ .

**Решение.** Изображенная схема (рис. 1.46) представляет собой разветвленную цепь, для расчета которой целесообразно воспользоваться правилами Кирхгофа. На схеме имеются два узла ( $A$  и  $B$ ), а также три ветви ( $ARB$ ,  $AR_1B$  и  $AR_2B$ ). Следовательно, в каждой из этих ветвей текут неизвестные токи  $I$ ,  $I_1$  и  $I_2$ . Обозначим на рисунке стрелками их предположительные направления (на свое усмотрение).

Согласно первому правилу Кирхгофа [6.1] алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю:

$$I + I_1 + I_2 = 0. \quad (1)$$

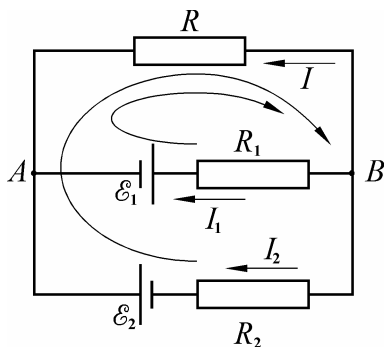


Рис. 1.46

Пользуясь вторым правилом Кирхгофа [6.2], запишем еще два уравнения для двух произвольно выбранных контуров (в общем случае контуров должно быть столько, пока все элементы не будут входить в уравнения). Возьмем контуры  $ARBR_1A$  и  $ARBR_2A$ , содержащие сопротивления соответственно  $R$ ,  $R_1$  и  $R$ ,  $R_2$  (рис. 1.46). Выбрав направление обхода каждого контура по часовой стрелке, запишем (используя правило знаков):

$$-IR + I_1R_1 = -\mathcal{E}_1, \quad (2)$$

$$-IR + I_2R_2 = \mathcal{E}_2. \quad (3)$$

Полезно убедиться, что соответствующее уравнение для контура, содержащего  $R_1$  и  $R_2$ , является следствием (2) и (3). Решив систему трех уравнений (1) – (3), получим выражение для нахождения величины искомого тока:

$$I = \frac{-R_1\mathcal{E}_2 + R_2\mathcal{E}_1}{R_1R_2 + RR_1 + RR_2}.$$

Если после подстановки числовых значений окажется, что  $I > 0$ , то это значит, что в действительности ток течет так, как мы предположили на рис. 1.46, если же  $I < 0$ , то – в противоположном направлении.

**Ответ:** 
$$I = \frac{-R_1\mathcal{E}_2 + R_2\mathcal{E}_1}{R_1R_2 + RR_1 + RR_2}.$$



**Пример 11.** Нагревательный элемент электрического чайника имеет две обмотки. Если в сеть включена одна из них, вода в чайнике закипает через 12 мин. Если в ту же сеть включена другая – через 25 мин. Сколько времени необходимо для закипания воды в чайнике, если включить в сеть две обмотки: параллельно; последовательно? КПД чайника постоянен.

**Дано:**

$$\tau_1 = 12 \text{ мин.},$$

$$\tau_2 = 25 \text{ мин.}$$

**Найти:**  $\tau_{\text{посл}}$ ,  $\tau_{\text{пар}}$ .

**Решение.** Учитывая, что во всех случаях чайник включается в одну и ту же сеть с напряжением  $U$ , то для решения воспользуемся законом Джоуля-Ленца [7.1] в форме:

$$Q = \frac{U^2}{R} \tau. \quad (1)$$

Так как количество воды в чайнике, а также его КПД постоянны, то для закипания воды во всех случаях требуется одинаковое количество теплоты  $Q'$ , которое связано с количеством теплоты  $Q$ , выделяемым при прохождении электрического тока в обмотках, соотношением:

$$Q' = \eta Q, \quad (2)$$

где  $\eta$  – КПД чайника.

Тогда при включении первой обмотки с сопротивлением  $R_1$  выражение (1) с учетом (2) примет вид:

$$Q' = \eta \frac{U^2}{R_1} \tau_1. \quad (3)$$

При включении второй обмотки получим аналогичное выражение:

$$Q' = \eta \frac{U^2}{R_2} \tau_2. \quad (4)$$

При последовательном соединении обмоток общее сопротивление проводников [5.13]:

$$R_{\text{посл}} = R_1 + R_2. \quad (5)$$

Следовательно, выделяющееся при этом количество теплоты равно:

$$Q' = \eta \frac{U^2}{R_1 + R_2} \tau_{\text{посл}}. \quad (6)$$

При параллельном соединении обмоток их общее сопротивление определяется из выражения [5.14]:

$$R_{\text{пар}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}. \quad (7)$$

Следовательно:

$$Q' = \eta \frac{U^2 (R_1 + R_2)}{R_1 R_2} \tau_{\text{пар}}. \quad (8)$$

Выражая из (3) и (4) сопротивления  $R_1$  и  $R_2$ , подставляя сначала в (6), а затем в (8), получим:

$$Q' = \frac{\eta U^2 \tau_{\text{посл}}}{\frac{\eta U^2 \tau_1}{Q'} + \frac{\eta U^2 \tau_2}{Q'}}, \quad (9)$$

$$Q' = \frac{\eta U^2 \left( \frac{\eta U^2 \tau_1}{Q'} + \frac{\eta U^2 \tau_2}{Q'} \right) \tau_{\text{пар}}}{\frac{\eta U^2 \tau_1}{Q'} \frac{\eta U^2 \tau_2}{Q'}}. \quad (10)$$

Из соотношения (9) выражаем искомое время закипания воды при включении двух обмоток последовательно:

$$\tau_{\text{посл}} = \tau_1 + \tau_2 = 12 + 25 = 37 \text{ мин.}$$

Из соотношения (10) выражаем искомое время закипания воды при включении двух обмоток параллельно:

$$\tau_{\text{пар}} = \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2} = \frac{12 \cdot 25}{12 + 25} \approx 8,0 \text{ мин.}$$

**Ответ:**  $\tau_{\text{посл}} = 37$  мин,  $\tau_{\text{пар}} = 8,0$  мин.

**Пример 12.** Через спираль сопротивлением  $R$  течет ток, сила которого уменьшается линейно до нуля в течение времени  $\tau$ . Определить количество теплоты, которое выделится в спирали при прохождении через нее заряда  $q_0$ .

**Дано:**

$R, \tau, q_0$ .

**Найти:**  $Q$ .

**Решение.** Сила тока, текущего через сопротивление, линейно уменьшается со временем до нуля. Соответствующий закон изменения силы тока можно записать в виде:

$$i = I_0 - kt, \quad (1)$$

где  $k$  – некоторый коэффициент.

Поскольку в конечный момент времени сила тока равна нулю ( $i = 0$ ), то  $I_0 = k\tau$ , откуда неизвестный коэффициент  $k$  выражается в виде:

$$k = \frac{I_0}{\tau}. \quad (2)$$

С учетом (2) выражение (1) приобретет вид:

$$i = I_0 - \frac{I_0}{\tau}t = I_0 \left(1 - \frac{t}{\tau}\right). \quad (3)$$

Заряд, прошедший через спираль за время  $dt$ , согласно определению [5.1]  $dq = idt$ . Тогда интегральное соотношение для нахождения всего заряда будет иметь вид:

$$q_0 = \int_0^{\tau} I_0 \left(1 - \frac{t}{\tau}\right) dt = I_0 \left(\tau - \frac{\tau^2}{2\tau}\right) = \frac{I_0}{2} \tau,$$

откуда начальное значение силы тока равно:

$$I_0 = \frac{2q_0}{\tau}. \quad (4)$$

Таким образом, с учетом выражений (3) и (4) сила тока со временем изменялась по закону:

$$i = \frac{2q_0}{\tau} \left(1 - \frac{t}{\tau}\right). \quad (5)$$

Количество выделившейся теплоты в спирали определяется из закона Джоуля-Ленца [7.1]:

$$Q = \int_0^{\tau} i^2 R dt = \left( \frac{2q_0}{\tau} \right)^2 R \int_0^{\tau} \left( 1 - \frac{t}{\tau} \right)^2 dt = \frac{4Rq_0^2}{\tau^2} (-\tau) \int_0^{\tau} \left( 1 - \frac{t}{\tau} \right)^2 d \left( 1 - \frac{t}{\tau} \right) =$$

$$= \frac{4Rq_0^2}{\tau^2} (-\tau) \frac{1}{3} \left( 1 - \frac{t}{\tau} \right)^3 \Big|_0^{\tau} = \frac{4Rq_0^2}{3\tau}.$$

**Ответ:**  $Q = \frac{4Rq_0^2}{3\tau}.$

**Пример 13.** Плотность тока при электролизе медного купороса составляет  $100 \text{ А/м}^2$ . Определить толщину слоя меди, выделившейся за 10 часов.

**Дано:**

$$j = 100 \text{ А/м}^2,$$

$$t = 10 \text{ ч} = 36000 \text{ с},$$

$$F = 96480 \text{ Кл/моль}.$$

**Найти:**  $h$ .

**Решение.** Согласно закону Фарадея для электролиза [8.4] масса выделившегося на электроде вещества равна:

$$m = \frac{1}{F} \frac{M}{Z} It, \quad (1)$$

где  $F$  – постоянная Фарадея,  $M$  – молярная масса вещества,  $Z$  – валентность,  $I$  – сила постоянного тока, протекающего через электролит,  $t$  – время протекания тока.

Сила тока связана с плотностью тока соотношением [5.2]:

$$I = jS, \quad (2)$$

где  $S$  – площадь поперечного сечения проводника.

Учитывая выражение (2), закон Фарадея (1) примет вид:

$$m = \frac{1}{F} \frac{M}{Z} jSt. \quad (3)$$

С другой стороны, масса выделившегося вещества может быть получена из соотношения:

$$m = \rho V = \rho S h, \quad (4)$$

где  $\rho$  – плотность выделившегося вещества,  $h$  – толщина слоя (считая ее одинаковой по всей поверхности) выделившегося вещества.

Подставляя (4) в (3) и выражая искомую толщину слоя, получим:

$$h = \frac{Mjt}{FZ\rho}$$

или с учетом числовых значений величин

$$h = \frac{0,064 \cdot 100 \cdot 36000}{96480 \cdot 2 \cdot 8930} = 1,337 \cdot 10^{-4} \text{ м.}$$

**Ответ:**  $h = 1,337 \cdot 10^{-4}$  м.

**Пример 14.** Между пластинами конденсатора площадью  $370 \text{ см}^2$  находится водород объемом  $320 \text{ см}^3$ . При подаче напряжения  $52,4 \text{ В}$  на конденсатор сила проходящего через него тока составила  $2,7 \cdot 10^{-6} \text{ А}$ . Найти концентрацию ионов в газе, если подвижность положительных ионов  $b_+ = 5,4 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ , а отрицательных –  $b_- = 7,4 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ .

**Дано:**

$$S = 370 \text{ см}^2 = 3,7 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2,$$

$$V = 320 \text{ см}^3 = 3,2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3,$$

$$U = 52,4 \text{ В},$$

$$I = 2,7 \cdot 10^{-6} \text{ А},$$

$$b_+ = 5,4 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с}) = 5,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с}),$$

$$b_- = 7,4 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с}) = 7,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с}).$$

**Найти:**  $n$ .

**Решение.** Так как электрическое поле в плоском конденсаторе однородно, то напряженность поля связана с напряжением между обкладками соотношением [3.10]:

$$E = \frac{U}{d}, \quad (1)$$

где  $d$  – расстояние между обкладками конденсатора.

Если между обкладками конденсатора в однородном электростатическом поле имеются электрически заряженные частицы, то под действием сил поля они начинают упорядоченно двигаться, создавая таким образом электрический ток. Плотность тока в газе при наличии ионов обоих знаков связана с напряженностью соотношением (смотри [8.5], [8.6]):

$$j = qn(b_+ + b_-)E, \quad (2)$$

где  $b_+$  и  $b_-$  – подвижности положительных и отрицательных ионов, соответственно,  $q$  – заряд иона,  $n$  – концентрация ионов.

Из соотношений (1) и (2) получим выражение:

$$j = qn(b_+ + b_-)\frac{U}{d}. \quad (3)$$

Искомая концентрация запишется в виде:

$$n = \frac{j d}{q U (b_+ + b_-)}. \quad (4)$$

Объем газа, заключенного между обкладками конденсатора, равен  $V = Sd$ , где  $S$  – площадь пластин, откуда:

$$d = V/S. \quad (5)$$

Подставляя (5) в (4), получим:

$$n = \frac{j V}{S q U (b_+ + b_-)}. \quad (6)$$

Учитывая определение плотности тока [5.2]  $j = I/S$ , выражение (6) приобретет окончательный вид:

$$n = \frac{I V}{S^2 q U (b_+ + b_-)}.$$

Подставляя числовые значения величин, находим:

$$n = \frac{2,7 \cdot 10^{-6} \cdot 3,2 \cdot 10^{-4}}{(3,7 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 52,4 \cdot (5,4 \cdot 10^{-4} + 7,4 \cdot 10^{-4})} = 5,9 \cdot 10^{13} \text{ м}^{-3}.$$

**Ответ:**  $n = 5,9 \cdot 10^{13} \text{ м}^{-3}$ .

**Пример 15.** Определить индукцию магнитного поля в центре кругового проводника с током и на оси в точке, расположенной на расстоянии 12 см от его плоскости. Радиус кольца 8,0 см, сила тока 2,5 А.

**Дано:**

$$a = 12 \text{ см} = 0,12 \text{ м},$$

$$R = 8,0 \text{ см} = 0,080 \text{ м},$$

$$I = 2,5 \text{ А}.$$

**Найти:**  $B_0$ ,  $B$ .

**Решение.** Проводники с током создают вокруг себя магнитное поле. Если такой проводник разбить на бесконечно малые элементы, то каждый элемент тока ( $I d\vec{l}$ ) создает в разных точках пространства свое микрополе с магнитной индукцией бесконечно малой величины, которая может быть определена согласно закону Био-Савара-Лапласа [9.11]:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I [d\vec{l} \times \vec{r}]}{r^3} \quad (1)$$

или для модуля вектора  $d\vec{B}$ :

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I dl \sin \alpha}{r^2}, \quad (2)$$

где  $\mu_0$  – магнитная постоянная,  $\mu$  – магнитная проницаемость среды, в которой создано магнитное поле (в условиях данной задачи  $\mu = 1,0$ ),  $\alpha$  – угол между  $d\vec{l}$  и  $d\vec{r}$ .

Выделим в проводнике с током два равных по величине элемента тока  $I d\vec{l}_1$  и  $I d\vec{l}_2$ , размещенных на концах одного и того же диаметра кольца (рис. 1.47).

Векторы индукции магнитного поля, созданные этими элементами тока, равны соответственно  $d\vec{B}_1$  и  $d\vec{B}_2$  в точке  $O'$ , не совпадают по направлению, но равны по абсолютной величине. Тогда индукция магнитного поля, созданного элементами  $d\vec{l}_1$  и  $d\vec{l}_2$  с током, вдоль оси  $OO'$  (рис. 1.47) составляет:

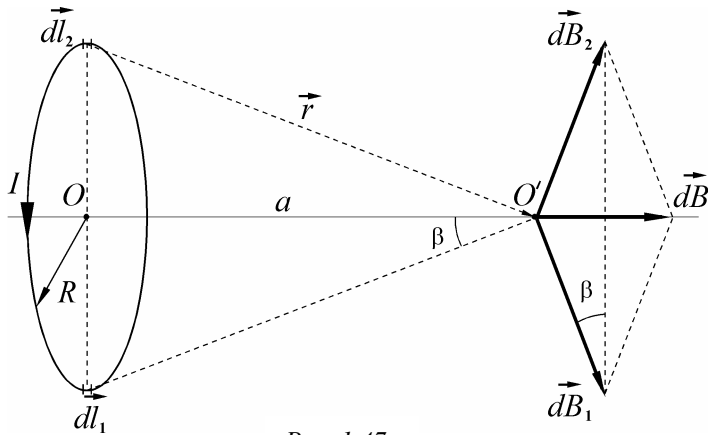


Рис. 1.47

$$dB = 2dB_1 \sin \beta = 2dB_1 \frac{R}{r}. \quad (3)$$

Так как индукция магнитного поля, созданного элементом тока на расстоянии  $r$  от него, равна

$$dB_1 = \frac{\mu_0 I dl_1}{4\pi r^2}, \quad (4)$$

где учтено, что  $\alpha = \pi/2$ , а расстояние  $r$  может быть найдено по теореме Пифагора:

$$r = \sqrt{R^2 + a^2} = (R^2 + a^2)^{1/2}, \quad (5)$$

то выражение (3) с учетом (4) и (5) приобретет вид:

$$dB = \frac{\mu_0 IR dl}{2\pi (R^2 + a^2)^{3/2}}. \quad (6)$$

Так как магнитное поле создается всем круговым током, то результирующая индукция магнитного поля в точке  $O'$  может быть получена путем сложения бесконечно малых величин индукции, созданных всеми элементами тока, то есть интегрирования выражения (6):

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 IR}{2\pi (R^2 + a^2)^{3/2}} \int_0^{\pi R} dl = \frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2 + a^2)^{3/2}}. \quad (7)$$



Интегрирование производится по длине кругового тока от 0 до половины длины окружности  $\pi R$ , так как в (3) учтены индукции полей, созданных двумя элементами тока.

Если в равенстве (7) положить  $a = 0$ , то получим выражение для нахождения индукции магнитного поля в центре кольца с током:

$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{2R}. \quad (8)$$

Подставляя числовые значения величин в (7) и (8), получим:

$$B = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 2,5 \cdot 0,080^2}{2(0,080^2 + 0,12^2)^{3/2}} = 3,3 \cdot 10^{-6} \text{ Тл},$$

$$B_0 = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 2,5}{2 \cdot 0,080} = 20,0 \cdot 10^{-6} \text{ Тл}.$$

**Ответ:**  $B_0 = 20 \text{ мкТл}$ ,  $B = 3,3 \text{ мкТл}$ .

**Пример 16.** Пройдя ускоряющую разность потенциалов 660 кВ, электрон влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Частица движется по окружности радиусом 5,0 см. Определить индукцию магнитного поля.

**Дано:**

$$U = 660 \text{ кВ} = 6,6 \cdot 10^5 \text{ В},$$

$$r = 5,0 \text{ см} = 0,050 \text{ м}.$$

**Найти:**  $B$ .

**Решение.** Задачу целесообразно решать в два этапа, так как первоначально электрон движется под действием сил электрического поля, а после разгона до некоторой скорости движется в магнитном поле. Сначала необходимо выяснить: классической или релятивистской частицей является электрон в условиях данной задачи.

Работа сил электрического поля [3.7] идет на изменение кинетической энергии электрона (полагаем, что имеем дело с классической частицей):

$$eU = \frac{m\nu^2}{2}, \quad (1)$$

откуда скорость электрона с учетом данных задачи равна

$$\nu = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 6,6 \cdot 10^5}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 4,8 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

Убеждаемся, что полученная скорость превышает скорость света в вакууме, а, значит, электрон в данной задаче необходимо рассматривать как частицу релятивистскую. То есть, кинетическая энергия релятивистской частицы равна разности полной энергии и энергии покоя:

$$T = mc^2 - m_0c^2, \quad (2)$$

где  $m_0$  – масса покоя электрона,  $c$  – скорость света в вакууме.

С приближением скорости электрона к скорости света его масса возрастает и определяется из соотношения:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (3)$$

где  $\beta = \nu/c$ .

Теорема об изменении кинетической энергии (1) с учетом соотношений (2) и (3) запишется в виде:

$$eU = m_0c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right). \quad (4)$$

В результате преобразований получим:

$$\frac{1}{1 - \beta^2} = \left( \frac{eU}{m_0c^2} + 1 \right)^2, \quad (5)$$

$$\beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\left( \frac{eU}{m_0c^2} + 1 \right)^2}},$$

подставляя числовые значения в выражение (5), вычислим сначала  $\beta$ , а затем скорость электрона, с которой он влетает в магнитное поле:

$$\beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\left(\frac{eU}{m_0 c^2} + 1\right)^2}} = \sqrt{1 - \frac{1}{\left(\frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 6,6 \cdot 10^5}{9,1 \cdot 10^{-31} (3,0 \cdot 10^8)^2} + 1\right)^2}} = 0,90,$$

$$v = \beta c = 0,90 \cdot 3,0 \cdot 10^8 = 2,7 \cdot 10^8 \text{ м/с.} \quad (6)$$

Уравнение движения электрона в магнитном поле представляет собой релятивистское уравнение динамики:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}, \quad (7)$$

где  $\vec{F}$  – вектор равнодействующей всех сил, приложенных к частице,  $\vec{p}$  – релятивистский импульс.

Так как электрон влетает перпендикулярно линиям магнитной индукции, то он будет двигаться по окружности вокруг одной из линий под действием лишь одной силы – магнитной составляющей силы Лоренца  $F_L$ . Эта сила в процессе движения всегда перпендикулярна вектору скорости, поэтому модуль скорости изменяться не будет, а, значит, не будет со временем изменяться и масса. Уравнение динамики (7) независимо от того, классической или релятивистской является частица, может быть записано аналогично классическому второму закону Ньютона:

$$F_L = m a_n, \quad (8)$$

где  $a_n$  – центростремительное (нормальное) ускорение:

$$a_n = \frac{v^2}{r}. \quad (9)$$

Поскольку электрон влетает перпендикулярно линиям магнитной индукции, то магнитная составляющая силы Лоренца [9.16] равна:

$$F_L = qvB, \quad (10)$$

Закон (8) с учетом (9) и (10) приобретет вид:

$$qvB = m \frac{v^2}{r}. \quad (11)$$

Учитывая соотношение (3), выражение (11) запишется в виде:

$$qB = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \frac{v}{r},$$

откуда магнитная индукция:

$$B = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \frac{v}{qr}. \quad (12)$$

Подставляя числовые значения в (12), находим:

$$B = \frac{9,1 \cdot 10^{-31}}{\sqrt{1-0,90^2}} \frac{2,7 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,050} = 0,070 \text{ Тл.}$$

**Ответ:**  $B = 0,070 \text{ Тл.}$

**Пример 17.** Два иона, имеющие одинаковый заряд, но различные массы, влетели в однородное магнитное поле. Первый ион начал двигаться по окружности радиусом 5,0 см, второй – по окружности радиусом 2,5 см. Найти отношение масс ионов, если они прошли одинаковую ускоряющую разность потенциалов.

**Дано:**

$$R_1 = 5,0 \text{ см} = 0,050 \text{ м,}$$

$$R_2 = 2,5 \text{ см} = 0,025 \text{ м.}$$

**Найти:**  $\frac{m_1}{m_2}$ .

**Решение.** Пройдя ускоряющую разность потенциалов  $U$ , первый ион массой  $m_1$  приобрел скорость  $v_1$ , а второй массой  $m_2$  – скорость  $v_2$ . В условиях данной задачи работа, совершаемая электрическим полем, идет на изменение кинетической энергии заряженной частицы. Считая начальную скорость ионов равной нулю, скорость каждого иона в момент попадания в магнитное поле можно найти из равенства:

$$A = \Delta E_k = E_k - E_{k_0}, \quad (1)$$

где работа  $A$  поля по перемещению заряда  $q$  определяется из соотношения [3.7]:

$$A = qU, \quad (2)$$

$$E_{\kappa_0} = 0, \quad E_{\kappa} = \frac{m\nu^2}{2}. \quad (3)$$

Выражение (1) с учетом (2) и (3) будет иметь вид:

$$qU = \frac{m\nu^2}{2}. \quad (4)$$

Из соотношения (4) запишем выражения для скоростей обоих ионов:

$$\nu_1 = \sqrt{\frac{2qU}{m_1}}, \quad \nu_2 = \sqrt{\frac{2qU}{m_2}}. \quad (5)$$

На ионы, летящие в магнитном поле, действует магнитная составляющая силы Лоренца [9.16], которая сообщает им центростремительные (нормальные) ускорения:

$$a_1 = \frac{\nu_1^2}{R_1}, \quad a_2 = \frac{\nu_2^2}{R_2}. \quad (6)$$

Второй закон Ньютона для движения первого иона (учитывая определение силы Лоренца) будет иметь вид:

$$q\nu_1 B \sin \alpha = m_1 \frac{\nu_1^2}{R_1}, \quad (7)$$

где  $\alpha$  – угол между векторами скорости  $\vec{\nu}_1$  и магнитной индукции  $\vec{B}$ .

Так как по условию задачи ионы движутся по окружностям, то угол  $\alpha = 90^\circ$ . С учетом этого выражение (7) запишем в виде:

$$qB = \frac{m_1 \nu_1}{R_1}. \quad (8)$$

Аналогично рассуждая, можно записать соотношение для второго иона:

$$qB = \frac{m_2 \nu_2}{R_2}. \quad (9)$$

Приравняв правые части (8) и (9), получим:

$$\frac{m_1 \nu_1}{R_1} = \frac{m_2 \nu_2}{R_2}. \quad (10)$$

Подставляя в полученное выражение (10) соотношения (5), получим искомое отношение масс ионов:

$$\frac{m_1}{m_2} = \left( \frac{R_1}{R_2} \right)^2 = \left( \frac{0,050}{0,025} \right)^2 = 4,0.$$

**Ответ:**  $\frac{m_1}{m_2} = 4,0.$

**Пример 18.** Двухпроводная линия состоит из двух параллельно расположенных проводов с радиусом поперечного сечения 10 см (рис. 1.48). Расстояние между осями проводов составляет 50 см. Определить индуктивность единицы длины такой системы (рассматривать магнитное поле только между проводниками).

**Дано:**

$$d = 50 \text{ см} = 0,50 \text{ м},$$

$$r = 10 \text{ см} = 0,10 \text{ м}.$$

**Найти:**  $L'$ .

**Решение.** Для нахождения индуктивности единицы длины двухпроводной линии первоначально необходимо определить магнитный поток через площадь, ограниченную осями проводов, для отрезка длиной  $l$ . Считаем, что система находится в вакууме, тогда магнитная проницаемость среды  $\mu = 1,0$ .

Магнитная индукция, созданная первым проводником с током на расстоянии  $x$  от него, равна [9.12]:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}, \quad (1)$$

а созданная вторым проводником с током на расстоянии  $d - x$  от него, равна:

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi(d - x)}. \quad (2)$$

Токи в проводниках двухпроводной линии текут в противоположных направлениях (рис. 1.48), значит, в точке  $A$  индукция

магнитного поля  $B_1$ , создаваемая первым проводником с током, совпадает по направлению с индукцией магнитного поля  $B_2$ , создаваемой вторым проводником с током. Принцип суперпозиции магнитных полей [9.5] запишем в скалярном виде:

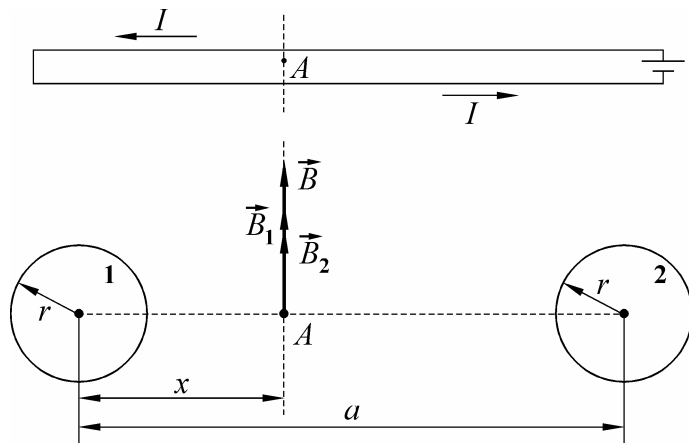


Рис. 1.48

$$B = B_1 + B_2. \quad (3)$$

Выражение (3) с учетом соотношений (1) и (2) будет иметь вид:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} + \frac{\mu_0 I}{2\pi(d-x)}. \quad (4)$$

Если между проводниками выделить узкую полоску шириной  $dx$ , параллельную проводникам с током, то магнитный поток, который проходит через эту полоску [9.19], составляет величину:

$$d\Phi = B l dx = \left[ \frac{\mu_0 I}{2\pi x} + \frac{\mu_0 I}{2\pi(d-x)} \right] l dx, \quad (5)$$

где  $l$  – длина полоски, равная длине отрезка проводников.

Полный магнитный поток, который проходит через пространство между двумя проводниками, вычисляется путем интегрирования дифференциального уравнения (5):

$$\Phi = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \int_r^{d-r} \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{d-x} \right) dx = \frac{\mu_0 I l}{\pi} \ln \frac{d-r}{r}. \quad (6)$$

С другой стороны, учитывая, что с системой проводников индуктивностью  $L$ , по которым течет ток силой  $I$ , сцеплен магнитный поток [10.6]:

$$\Phi = LI, \quad (7)$$

то из выражений (6) и (7) получим выражение для индуктивности системы двух проводников:

$$L = \frac{\mu_0 l}{\pi} \ln \frac{d-r}{r}. \quad (8)$$

Искомая индуктивность единицы длины определяется выражением:

$$L' = \frac{L}{l} = \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{d-r}{r}. \quad (9)$$

После подстановки числовых значений будем иметь:

$$L' = \frac{L}{l} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{\pi} \ln \frac{0,50 - 0,10}{0,10} = 5,55 \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м.}$$

**Ответ:**  $L' = 5,55 \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м.}$

**Пример 19.** Виток радиусом 4,0 см, по которому течет ток силой 15 А, свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией 1,5 Тл. Линии магнитной индукции перпендикулярны плоскости витка. Определить работу, совершаемую внешними силами при повороте витка относительно оси, совпадающей с его диаметром, на угол  $90^\circ$ . Считать, что при повороте витка сила тока в нем остается неизменной.

**Дано:**

$$r = 4,0 \text{ см} = 0,040 \text{ м,}$$

$$I = 15 \text{ А,}$$

$$B = 1,5 \text{ Тл,}$$

$$\alpha = 90^\circ.$$

**Найти:**  $A'$ .

**Решение.** На виток с током, помещенный в магнитное поле, действует вращающий момент [9.4]:



$$M = p_m B \sin \alpha , \quad (1)$$

где  $p_m$  – магнитный момент контура с током,  $B$  – индукция магнитного поля,  $\alpha$  – угол между направлениями векторов  $\vec{p}_m$  и  $\vec{B}$ .

По определению магнитный момент контура с током равен [9.1]:

$$p_m = IS , \quad (2)$$

где  $I$  – сила тока в контуре,  $S$  – площадь, охватываемая контуром.

Так как контур представляет собой окружность, то площадь, охватываемая таким контуром, – площадь круга:

$$S = \pi r^2 . \quad (3)$$

Выражение (2) с учетом (3) будет иметь вид:

$$p_m = I\pi r^2 . \quad (4)$$

В начальном положении (согласно условию задачи) виток свободно установился в магнитном поле, следовательно, момент внешних сил равен нулю, а, значит, векторы  $\vec{p}_m$  и  $\vec{B}$  совпадают по направлению (то есть  $\alpha_0 = 0$ ).

При действии внешних сил виток выходит из положения равновесия, при этом возникает момент сил, определяемый выражением (1), который будет стремиться возратить контур в исходное положение. При повороте витка внешние силы совершают работу против этого момента. Так как момент сил переменный, то для нахождения работы необходимо воспользоваться определением работы вращающего момента в дифференциальной форме:

$$dA' = Md\alpha . \quad (5)$$

С учетом (1) и (4) выражение (5) приобретет вид:

$$dA' = \pi IB r^2 \sin \alpha d\alpha . \quad (6)$$

Интегрирование выражения (6) позволяет найти работу при повороте витка на конечный угол:

$$A' = \pi IB r^2 \int_{\alpha_0}^{\alpha} \sin \alpha d\alpha . \quad (7)$$

Работа, совершаемая внешними силами при повороте на угол  $90^\circ$ , вычисляется путем интегрирования (7) с подстановкой соответствующих границ интегрирования:

$$A' = \pi IBr^2 \int_0^{\pi/2} \sin \alpha d\alpha = -\pi IBr^2 \cos \alpha \Big|_0^{\pi/2} = \pi IBr^2 . \quad (8)$$

Подставляя числовые значения величин в выражение (8), найдем:

$$A' = 3,14 \cdot 15 \cdot 1,5 \cdot 0,040^2 = 0,11 \text{ Дж.}$$

**Ответ:**  $A' = 0,11 \text{ Дж.}$

**Пример 20.** По горизонтальным рельсам, расположенным в вертикальном однородном магнитном поле с индукцией 0,010 Тл, скользит проводник длиной 1,0 м с постоянной скоростью 10 м/с (рис. 1.49). Концы рельсов замкнуты резистором сопротивлением 2,0 Ом. Пренебрегая сопротивлением рельсов и проводника, определить количество теплоты, которое выделяется в резисторе за 4,0 с.

**Дано:**

$$B = 0,010 \text{ Тл,}$$

$$l = 1,0 \text{ м,}$$

$$v = 10 \text{ м/с,}$$

$$R = 2,0 \text{ Ом,}$$

$$t = 4,0 \text{ с.}$$

**Найти:**  $Q$ .

**Решение.** Площадь замкнутого контура, образованного резистором, рельсами и движущимся проводником, изменяется. Изменяется и магнитный поток, пронизывающий этот контур, и в нем возникает ЭДС индукции.

Согласно закону Фарадея [10.1] ЭДС индукции равна:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} . \quad (1)$$

По определению магнитного потока [9.19]:

$$\Phi = BS \cos \alpha , \quad (2)$$

где  $S$  – площадь рамки,  $\alpha$  – угол между вектором магнитной индукции  $\vec{B}$  и нормалью к площади рамки  $\vec{n}$ .

Закон (1) с учетом (2) примет вид:

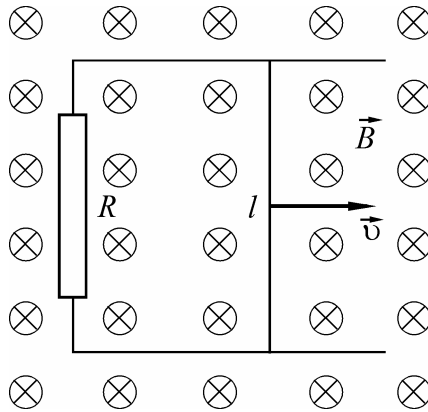


Рис. 1.49

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d}{dt}(BS \cos \alpha). \quad (3)$$

Так как по условию задачи угол  $\alpha = 0^\circ$ , а вектор  $\vec{B} = \text{const}$ , то выражение (3) запишется в виде:

$$\mathcal{E}_i = -B \frac{dS}{dt}. \quad (4)$$

Если площадь замкнутого контура  $S = lx$ , то (4) запишется в виде:

$$\mathcal{E}_i = -B \frac{d(lx)}{dt} = -Bl \frac{dx}{dt}. \quad (5)$$

Величина  $\frac{dx}{dt} = v$  – скорость движения проводника. Поэтому окончательно получим:

$$\mathcal{E}_i = -Blv. \quad (6)$$

Под действием возникшей постоянной ЭДС в контуре будет течь постоянный ток. Количество теплоты  $Q$ , которое выделится в резисторе за время  $\Delta t$ , можно определить по закону Джоуля-Ленца [7.1]:

$$Q = \frac{\mathcal{E}_i^2}{R} t. \quad (7)$$

Подставляя ранее найденное выражение для ЭДС в (7), получим:

$$Q = \frac{B^2 l^2 v^2}{R} t.$$

Учитывая числовые значения величин, получим:

$$Q = \frac{0,010^2 \cdot 1,0^2 \cdot 10^2}{2,0} 4,0 = 0,020 \text{ Дж.}$$

**Ответ:**  $Q = 20 \text{ мДж.}$

**Пример 21.** Определить индуктивность тороида (рис. 1.50), энергию магнитного поля в его стальном сердечнике, если по обмотке течет ток силой 0,50 А. Витки провода обмотки диаметром 0,40 мм с тонкой изоляцией плотно прилегают друг к другу. Площадь сечения сердечника составляет 3,0 см<sup>2</sup>, а диаметр средней линии тороида – 0,40 м. Сердечник до пропускания тока немагнитен.

**Дано:**

$$I = 0,50 \text{ А,}$$

$$S = 3,0 \text{ см}^2 = 3,0 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2,$$

$$d = 0,40 \text{ мм} = 0,40 \cdot 10^{-3} \text{ м,}$$

$$D = 0,40 \text{ м.}$$

**Найти:**  $L, W.$

**Решение.** Сравнивая значения диаметра средней линии тороида с диаметром сечения сердечника ( $D_c$ ), приходим к выводу, что в условиях данной задачи ( $D_c \ll D$ ) для расчета индуктивности тороида можно воспользоваться выражением для расчета индуктивности длинного соленоида [10.8], который согнут в кольцо:

$$L = \mu_0 \mu N^2 V / l^2, \quad (1)$$

где  $\mu_0$  – магнитная постоянная,  $\mu$  – магнитная проницаемость материала сердечника,  $V$  – объем сердечника,  $N$  – количество витков обмотки,  $l$  – длина средней линии тороида.

Объем сердечника определяется из соотношения:

$$V = \pi D S. \quad (2)$$

Величина  $N/l = n = 1/d$  фактически представляет собой число витков, приходящихся на единицу длины тороида (соленоида).

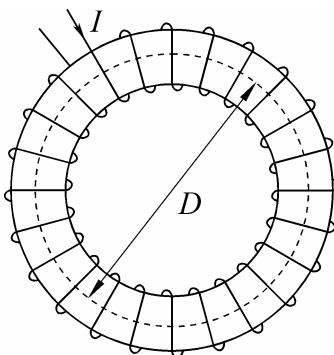


Рис. 1.50

Между напряженностью и индукцией магнитного поля в ферромагнетике имеется зависимость [11.5]:

$$B = \mu \mu_0 H, \quad (3)$$

где магнитная проницаемость  $\mu$  может быть определена по графику зависимости  $B = f(H)$ , приведенному в приложении 12.

Для определения величины магнитного поля в сердечнике воспользуемся теоремой о циркуляции вектора напряженности магнитного поля [11.6]:

$$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_i I_i. \quad (4)$$

В качестве контура интегрирования целесообразно взять среднюю линию тороида, длина которой  $l = \pi D$ . В силу соображений симметрии во всех точках этого контура величина поля должна быть постоянна ( $H = const$ ), поэтому выражение (4) запишется в виде  $Hl = NI$ , откуда:

$$H = \frac{NI}{l} = \frac{I}{d}. \quad (5)$$

Вычисления по (5) позволяют найти значение напряженности магнитного поля в стальном сердечнике:

$$H = \frac{0,50}{0,40 \cdot 10^{-3}} = 1250 \text{ А/м.}$$

Величину магнитной индукции в сердечнике определяем по кривой намагничивания стали (смотри приложение 12):  $B = 1,22$  Тл. Выражение (1) с учетом (2) и (3) будет иметь окончательный вид:

$$L = \frac{\pi DS}{d^2} \frac{B}{H}. \quad (6)$$

После подстановки числовых значений получим:

$$L = \frac{3,14 \cdot 0,40 \cdot 3,0 \cdot 10^{-4} \cdot 1,22}{(0,40 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 1250} = 2,3 \text{ Гн.}$$

Энергия магнитного поля соленоида индуктивностью  $L$ , по обмотке которого течет ток силой  $I$ , выражается соотношением [10.14]:

$$W = \frac{LI^2}{2}. \quad (7)$$

Рассчитанная индуктивность позволяет получить значение энергии магнитного поля тороида:

$$W = \frac{2,3 \cdot 0,50^2}{2} = 0,288 \text{ Дж.}$$

**Ответ:**  $L = 2,3$  Гн,  $W = 288$  мДж.

**Пример 22.** Обмотка тороида с сердечником, в котором имеется узкий вакуумный зазор, содержит 1200 витков (рис. 1.51). Сила тока в обмотке составляет 1,0 А. Диаметр тороида по средней линии равен 32 см. Определить длину вакуумного зазора, при которой индукция магнитного поля в нем будет равна 0,60 Тл?

**Дано:**

$$N = 1200,$$

$$I = 1,0 \text{ А,}$$

$$d = 32 \text{ см} = 0,32 \text{ м,}$$

$$B = 0,60 \text{ Тл.}$$

**Найти:**  $l_0$ .

**Решение.** Для решения задачи необходимо использовать теорему о циркуляции вектора напряженности магнитного поля  $\vec{H}$  [11.6]:

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_i I_i. \quad (1)$$

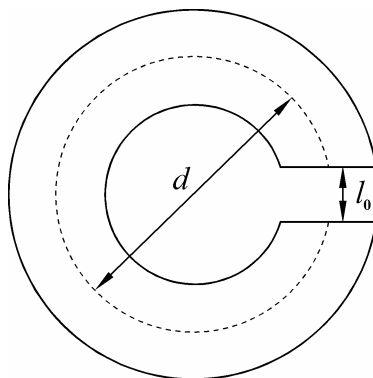


Рис. 1.51

Выберем замкнутый контур  $L$  вдоль средней линии тороида. Тогда левая часть (1) будет определяться выражением:

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = (\pi d - l_0)H + l_0 H_0, \quad (2)$$

где  $H$  и  $H_0$  – модули вектора напряженности магнитного поля в сердечнике и зазоре соответственно.

Таким образом, теорема (1) примет вид:

$$(\pi d - l_0)H + l_0 H_0 = NI. \quad (3)$$

Пренебрегая рассеянием магнитного потока в области зазора, учтем, что  $B = B_0$ , где  $B$  и  $B_0$  – модули векторов индукции магнитного поля в сердечнике и зазоре соответственно.

Для вакуумного зазора величины индукции и напряженности магнитного поля связаны соотношением [11.5]:

$$H_0 = \frac{B_0}{\mu_0}. \quad (4)$$

Для стального сердечника величину  $H$  определим по кривой намагничивания для стали (смотри приложение 12): при  $B = B_0 = 0,60$  Тл значение  $H = 150$  А/м. Подставив (4) в (3), выражая  $l_0$ , получим:

$$l_0 = \frac{\mu_0 (NI - \pi dH)}{B_0 - \mu_0 H}.$$

Подставляя числовые значения, имеем:

$$l_0 = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} (1200 \cdot 1,0 - 3,14 \cdot 0,32 \cdot 150)}{0,60 - 4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 150} = 2,2 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

**Ответ:**  $l_0 = 2,2$  мм.

**Пример 23.** Конденсатор емкостью  $5,0$  мкФ, обладающий зарядом  $0,50$  мКл, в начальный момент времени замкнули на резистор. Найти зависимость силы тока в цепи, а также количества теплоты, выделившегося на активном сопротивлении, от времени. Через какой промежуток времени заряд на конденсаторе уменьшится в пять раз? Сопротивление резистора принять равным  $1,0$  кОм.

**Дано:**

$$C = 5,0 \text{ мкФ} = 5,0 \cdot 10^{-6} \text{ Ф},$$

$$q_0 = 0,50 \text{ мКл} = 0,50 \cdot 10^{-3} \text{ Кл},$$

$$R = 1,0 \text{ кОм} = 1000 \text{ Ом.}$$

$$n = 5,0.$$

**Найти:**  $I = f(t)$ ,  $Q = f(t)$ ,  $\Delta t$ .

**Решение.** Согласно закону Ома для участка цепи [5.15], в которую входят резистор и конденсатор:

$$iR = \varphi_1 - \varphi_2, \tag{1}$$

где  $\varphi_1 - \varphi_2$  – разность потенциалов между обкладками конденсатора,  $i$  – сила тока.



Так как напряжение на конденсаторе [4.10] равно  $u = \varphi_1 - \varphi_2 = q/C$ , то выражение (1) запишется в виде:

$$iR = \frac{q}{C}. \quad (2)$$

Продифференцируем по времени выражение (2), учитывая  $\frac{di}{dt} < 0$ :

$$\frac{di}{dt} R = -\frac{dq}{dt} \frac{1}{C}. \quad (3)$$

Сила тока по определению [5.1]:

$$i = \frac{dq}{dt}, \quad (4)$$

поэтому в (3) с учетом (4), разделяя переменные, получим дифференциальное уравнение вида:

$$\frac{di}{i} = -\frac{1}{RC} dt. \quad (5)$$

Проинтегрируем уравнение (5) по времени от нуля до  $t$ , учитывая, что при этом сила тока изменяется от  $I_0$  до  $I$ :

$$\int_{I_0}^I \frac{di}{i} = -\frac{1}{RC} \int_0^t dt, \text{ следовательно, } \ln i \Big|_{I_0}^I = -\frac{t}{RC} \Big|_0^t, \text{ откуда}$$

$$\ln \frac{I}{I_0} = -\frac{t}{RC}. \quad (6)$$

После потенцирования выражение (6) можно записать в виде:

$$I = I_0 e^{-t/(RC)}. \quad (7)$$

Из равенства (2) при  $q = q_0$  имеем  $i = I_0 = q_0/(RC)$ . С учетом этого уравнение (7) примет вид:

$$I = \frac{q_0}{RC} e^{-t/(RC)}.$$

Выполнив вычисления, получим:

$$I = \frac{0,50 \cdot 10^{-3}}{1000 \cdot 5,0 \cdot 10^{-6}} e^{-t/(1000 \cdot 5,0 \cdot 10^{-6})} = 0,10 e^{-t/0,005}.$$

Количество теплоты, выделяемое в сопротивлении при протекании по нему изменяющегося электрического тока, определяется из закона Джоуля-Ленца [7.1] в дифференциальном виде:

$$dQ = I^2 R dt. \quad (8)$$

Количество теплоты, выделившееся за конечное время  $t$ , определяется выражением, полученным путем интегрирования выражения (8):

$$Q = \int_0^t I^2 R dt. \quad (9)$$

После подстановки (7) в (9) получим:

$$\begin{aligned} Q &= \int_0^t I_0^2 e^{-2t/(RC)} R dt = RI_0^2 \int_0^t e^{-2t/(RC)} dt = RI_0^2 \left( -\frac{RC}{2} \right) e^{-2t/(RC)} \Big|_0^t = \\ &= \frac{q_0^2}{2C} (1 - e^{-2t/(RC)}). \end{aligned}$$

С учетом данных задачи получим:

$$Q = \frac{(0,50 \cdot 10^{-3})^2}{2 \cdot 5,0 \cdot 10^{-6}} (1 - e^{-2t/(1000 \cdot 5,0 \cdot 10^{-6})}) = 0,025 (1 - e^{-400t}) \text{ Дж.}$$

За время  $dt$  через сопротивление  $R$  пройдет заряд (воспользуемся определением силы тока (4) и выражением (7)):

$$dq = I_0 e^{-t/(RC)} dt. \quad (10)$$

Заряд, который прошел за промежуток времени  $\Delta t$ , можно определить путем интегрирования уравнения (10):

$$\begin{aligned} q &= I_0 \int_0^{\Delta t} e^{-t/(RC)} dt = I_0 (-RC) e^{-t/(RC)} \Big|_0^{\Delta t} = I_0 RC (1 - e^{-\Delta t/(RC)}) = \\ &= q_0 (1 - e^{-\Delta t/(RC)}). \end{aligned} \quad (11)$$

По условию задачи заряд на конденсаторе через некоторый промежуток времени уменьшается в пять раз, то есть  $q = q_0/n$ , тогда выражение (11) можно записать в виде:

$$1/n = 1 - e^{-\Delta t/(RC)}, \quad (12)$$

преобразовывая и потенцируя (12), получим искомое выражение для нахождения промежутка времени:

$$\Delta t = RC \ln \left( \frac{n}{n-1} \right).$$

После подстановки числовых значений получим:

$$\Delta t = 1000 \cdot 5,0 \cdot 10^{-6} \cdot \ln\left(\frac{5}{5-1}\right) = 1,12 \cdot 10^{-3} \text{ с.}$$

**Ответ:**  $I = 0,10e^{-t/0,005}$  А,  $Q = 0,025(1 - e^{-400t})$  Дж,  $\Delta t = 1,12$  мс.

**Пример 24.** В замкнутом контуре происходят свободные электромагнитные колебания. Определить частоту колебаний, если максимальный заряд конденсатора 1,0 мкКл, а максимальный ток в контуре – 10 А. Активное сопротивление контура пренебрежимо мало.

**Дано:**

$$q_0 = 1,0 \text{ мкКл} = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ Кл,}$$

$$I_0 = 10 \text{ А.}$$

**Найти:**  $\nu$ .

**Решение.** В колебательном контуре совершаются незатухающие свободные колебания, так как активным сопротивлением контура пренебрегаем. В этом случае выполняется закон сохранения энергии: в любой момент времени энергия контура, определяемая суммой энергии электрического поля конденсатора и магнитного поля катушки, остается постоянной. В момент, когда конденсатор максимально заряжен, сила тока в катушке равна нулю, и, наоборот, когда сила тока в катушке максимальна, – конденсатор полностью разряжен. Закон сохранения (превращения) энергии будет иметь вид [4.18], [10.14]:

$$\frac{q_0^2}{2C} = \frac{LI_0^2}{2} = \text{const.} \quad (1)$$

Период незатухающих электромагнитных колебаний в контуре определяется формулой Томсона [13.6]:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (2)$$

Из соотношения (1) выразим  $LC$ :

$$LC = \frac{q_0^2}{I_0^2}. \quad (3)$$

Учитывая связь периода с частотой  $T = 1/\nu$  [13.27], а также соотношение (3), выражение (2) можно записать в виде:

$$\nu = \frac{I_0}{2\pi q_0}. \quad (4)$$

Подставляя числовые значения в (4), получим искомое значение частоты:

$$\nu = \frac{10}{2 \cdot 3,14 \cdot 1,0 \cdot 10^{-6}} \approx 1,6 \cdot 10^6 \text{ Гц.}$$

Задачу можно также решить, учитывая, что в случае незатухающих электромагнитных колебаний контура выражение, определяющее изменение заряда на конденсаторе с течением времени, имеет вид [13.2]:

$$q = q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi), \quad (5)$$

где  $q_0$  – начальный максимальный заряд конденсатора,  $\omega_0$  – собственная циклическая частота колебаний контура,  $\varphi$  – начальная фаза колебаний.

По определению сила тока является первой производной заряда по времени:

$$i = \frac{dq}{dt} = -\omega_0 q_0 \sin(\omega_0 t + \varphi),$$

или с учетом тригонометрических соотношений:

$$i = \omega_0 q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi + \pi/2). \quad (6)$$

Величина, стоящая перед косинусом – амплитудное значение силы тока, то есть:

$$\omega_0 q_0 = I_0. \quad (7)$$

Воспользовавшись соотношением между частотами [13.27]

$$\omega_0 = 2\pi\nu,$$

выражение (7) преобразуется к виду:

$$\nu = \frac{I_0}{2\pi q_0},$$

то есть совпадает с выражением, полученным первым способом.

**Ответ:**  $\nu = 1,6 \text{ МГц.}$

**Пример 25.** Какую энергию необходимо подвести к колебательному контуру с малым затуханием с логарифмическим декрементом затухания 0,020, чтобы поддерживать в нем незатухающие колебания в течение 30 мин, если контур состоит из конденсатора емкостью 40 нФ и катушки с индуктивностью 5,0 мГн, а максимальное значение силы тока в катушке достигает 6,0 мА?

**Дано:**

$$\lambda = 0,020,$$

$$\Delta t = 30 \text{ мин} = 180 \text{ с},$$

$$C = 40 \text{ нФ} = 4,0 \cdot 10^{-8} \text{ Ф},$$

$$L = 5,0 \text{ мГн} = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ Гн},$$

$$I_0 = 6,0 \text{ мА} = 6,0 \cdot 10^{-3} \text{ А}.$$

**Найти:**  $\Delta W$ .

**Решение.** Вследствие наличия активного сопротивления катушки колебания в контуре будут затухающими, то есть амплитуда силы тока в катушке со временем будет уменьшаться по экспоненциальному закону:

$$I = I_0 e^{-\beta t}, \quad (1)$$

где  $\beta$  – коэффициент затухания.

Так как энергия контура пропорциональна квадрату амплитуды силы тока в катушке индуктивности [10.14], то, используя соотношение (1), получим выражение для изменения со временем энергии контура:

$$W = W_0 e^{-2\beta t}, \quad (2)$$

где  $W_0$  – максимальное значение энергии катушки (контура).

Относительное уменьшение энергии за период с учетом выражения (2) равно:

$$\frac{\Delta W'}{W_0} = \frac{W_0 - W_0 e^{-2\beta T}}{W_0} = 1 - e^{-2\beta T}.$$

Так как колебания слабозатухающие, то коэффициент затухания мал, поэтому, воспользовавшись приближенной формулой

$e^\alpha \approx 1 + \alpha$  при  $\alpha \ll 1,0$ , а также [13.11], получим окончательное выражение для относительного изменения энергии контура:

$$\frac{\Delta W'}{W_0} \approx 2\beta T = 2\lambda. \quad (3)$$

Для нахождения периода слабозатухающих колебаний можно воспользоваться формулой Томсона для периода незатухающих колебаний в электромагнитном контуре [10.6]:

$$T \approx 2\pi\sqrt{LC}. \quad (4)$$

Полная энергия, поддерживаемая в контуре [10.14]:

$$W_0 = \frac{LI_0^2}{2}, \quad (5)$$

Изменение энергии контура за период вследствие потерь (то есть та энергия, которую нужно подвести извне для поддержания незатухающих колебаний) равно

$$\Delta W' = \frac{\Delta W}{\Delta t} T, \quad (6)$$

где  $\Delta W$  – изменение энергии контура за время  $\Delta t$ .

С учетом соотношений (4) – (6) выражение (3) запишется в виде:

$$\frac{\Delta W}{\Delta t} 2\pi\sqrt{LC} \frac{2}{LI_0^2} = 2\lambda. \quad (7)$$

После преобразований выражение (7) будет иметь вид:

$$\Delta W = \frac{\lambda I_0^2 \Delta t}{2\pi} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Подставляя числовые значения, получим:

$$\Delta W = \frac{0,020 \cdot (6,0 \cdot 10^{-3}) \cdot 180}{2 \cdot 3,14} \sqrt{\frac{5,0 \cdot 10^{-3}}{40 \cdot 10^{-9}}} = 7,3 \cdot 10^{-3} \text{ Дж.}$$

**Ответ:**  $\Delta W = 7,3 \text{ мДж}$ .

**Пример 26.** Определить полное, активное и реактивное сопротивления катушки, ее индуктивность, а также полную и реактивную мощности при прохождении через нее переменного тока, мгновенное значение силы которого определяется уравнением

$i = 7,0 \sin(628t + 45^\circ)$  А. Известно, что сдвиг фаз между напряжением на катушке и током в ней составляет  $30^\circ$ , и выделяемая активная мощность равна 160 Вт. Записать также выражение для мгновенных значений напряжения на катушке, на ее активном и индуктивном сопротивлениях. Построить векторную диаграмму для начального момента времени ( $t = 0$ ).

**Дано:**

$$i = 7,0 \sin(628t + 45^\circ) \text{ А,}$$

$$\varphi = 30^\circ,$$

$$P = 160 \text{ Вт.}$$

**Найти:**  $Z, R, X_L, L, S, Q, u(t), u_R(t), u_L(t)$ .

**Решение.** Из выражения для мгновенного значения силы тока  $i = 7,0 \sin(628t + 45^\circ)$  следует, что максимальное (амплитудное) значение силы тока в катушке  $I_m = 7,0$  А, циклическая частота переменного тока  $\omega = 628$  рад/с, начальная фаза  $\psi_i = 45^\circ$ .

Действующие и амплитудные значения силы тока и напряжения связаны с их амплитудными значениями соотношениями [13.20]:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}, \quad (1)$$

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}. \quad (2)$$

Активная мощность, выделяемая в катушке, определяется из выражения [13.20]:

$$P = IU \cos \varphi, \quad (3)$$

где  $I$  и  $U$  – действующие (эффективные) значения силы тока и напряжения соответственно,  $\varphi$  – сдвиг фаз между напряжением и током.

Действующее значение напряжения на катушке индуктивности с учетом (1) вычисляется из соотношения (3):

$$U = \frac{P}{I \cos \varphi} = \frac{P\sqrt{2}}{I_m \cos \varphi},$$

подставляя числовые значения величин, получим:

$$U = \frac{160 \cdot \sqrt{2}}{7,0 \cdot \cos(\pi/6)} = 37,3 \text{ В.}$$

Из закона Ома для переменного тока [13.17] с учетом (1) может быть найдено полное сопротивление катушки:

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{U\sqrt{2}}{I_m} = \frac{37,3 \cdot \sqrt{2}}{7,0} = 7,5 \text{ Ом.}$$

Индуктивное сопротивление катушки в свою очередь связано с полным соотношением:

$$X_L = Z \sin \varphi = 7,5 \cdot 0,5 = 3,75 \text{ Ом.}$$

Активное сопротивление катушки в таком случае может быть найдено из соотношения:

$$R = \sqrt{Z^2 - X_L^2} = Z \cos \varphi = 7,5 \cdot 0,866 = 6,5 \text{ Ом.}$$

По определению индуктивное сопротивление равно [13.17]:

$$X_L = L\omega, \quad (4)$$

следовательно, индуктивность катушки равна:

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{3,75}{628} = 6,0 \cdot 10^{-3} \text{ Гн.}$$

По определению полная мощность равна [13.22]:

$$S = UI, \quad (5)$$

или с учетом значений ранее вычисленных величин и соотношения (1):

$$S = UI = \frac{UI_m}{\sqrt{2}} = \frac{37,3 \cdot 7,0}{\sqrt{2}} = 185 \text{ ВА.}$$

Реактивная мощность может быть найдена из соотношения [13.23]  $Q = \sqrt{S^2 - P^2}$  или [13.21]:

$$Q = UI \sin \varphi = \frac{UI_m \sin \varphi}{\sqrt{2}} = \frac{37,3 \cdot 7,0 \cdot 0,50}{\sqrt{2}} = 92 \text{ ВАр.}$$

Мгновенное значение напряжения на катушке определяется с учетом заданного мгновенного значения силы тока:

$$u = U_m \sin(628t \pm \psi_u), \quad (6)$$

где  $U_m$  – максимальное (амплитудное) значение напряжения на катушке,  $\psi_u$  – сдвиг фаз между напряжением и током с учетом начальной фазы колебаний.



Используя соотношение (2), получим:

$$U_m = U\sqrt{2} = 37,3\sqrt{2} = 52,8 \text{ В.}$$

Сдвиг фаз  $\psi_u = \psi_i + \varphi = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$ .

С учетом всех рассчитанных величин выражение (6) приобретает окончательный вид:

$$u = 52,8 \sin(628t + 75^\circ) \text{ В.}$$

Мгновенное значение напряжения на активном сопротивлении катушки определяется из заданного мгновенного значения силы тока, а также с учетом их синфазности:

$$u_R = U_{Rm} \sin(628t + 45^\circ), \quad (7)$$

где  $U_{Rm}$  – амплитудное значение напряжения.

Так как максимальное и действующее значения напряжения связаны соотношением (2), то  $U_{Rm}$  находим в виде:

$$U_{Rm} = U_R \sqrt{2}. \quad (8)$$

По закону Ома для однородного участка цепи падение напряжения на активном сопротивлении равно  $U = IR$ , следовательно, выражение (8) с учетом (1) запишем в виде:

$$U_{Rm} = I_m R,$$

подставляя числовые значения, получим:

$$U_{Rm} = 7,0 \cdot 6,5 = 45,5 \text{ В.}$$

Окончательно выражение (7) приобретет вид:

$$u_R = 45,5 \sin(628t + 45^\circ) \text{ В.}$$

Мгновенное значение напряжения на индуктивном сопротивлении катушки можно найти с использованием закона самоиндукции [10.9]:

$$u_L = \left| L \frac{di}{dt} \right| = 6,0 \cdot 10^{-3} \cdot 628 \cdot 7,0 \cos(628t + 45^\circ) = 26 \cos(628t + 45^\circ).$$

Используя известные формулы приведения, перейдем от функции косинуса к синусу:

$$u_L = 26 \sin(628t + 135^\circ) \text{ В.} \quad (9)$$

Для построения векторной диаграммы необходимо сначала определить действующие значения напряжений:

$$U_R = IR = \frac{I_m R}{\sqrt{2}} = \frac{7,0 \cdot 6,5}{\sqrt{2}} = 32,2 \text{ В},$$

$$U_L = IX_L = \frac{I_m X_L}{\sqrt{2}} = \frac{7,0 \cdot 3,75}{\sqrt{2}} = 18,6 \text{ В}.$$

Выбираем масштаб по напряжению и току, по горизонтали откладываем положительное направление оси абсцисс и строим под углом  $\psi_i = 45^\circ$  к ней вектор тока  $I$  (рис. 1.52). По направлению этого вектора откладываем в масштабе вектор напряжения  $U_R$ .

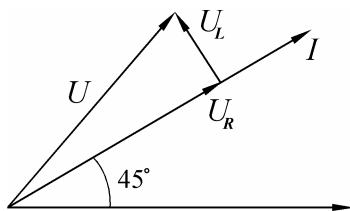


Рис. 1.52

Вектор напряжения  $U_L$  откладываем под углом  $90^\circ$  в сторону опережения вектора тока  $I$ . Складывая эти векторы, получим в выбранном масштабе вектор напряжения  $U$ , приложенного к катушке.

**Ответ:**  $Z = 7,5 \text{ Ом}$ ,  $X_L = 3,75 \text{ Ом}$ ,  $R = 6,5 \text{ Ом}$ ,

$$L = 6,0 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}, S = 185 \text{ ВА}, Q = 92 \text{ ВАр},$$

$$u = 52,8 \sin(628t + 75^\circ) \text{ В},$$

$$u_R = 45,5 \sin(628t + 45^\circ) \text{ В},$$

$$u_L = 26 \sin(628t + 135^\circ) \text{ В}.$$

**Пример 27.** Катушка, индуктивность которой  $50 \text{ мГн}$ , включена последовательно с резистором сопротивлением  $20 \text{ Ом}$  (рис. 1.53). Если ЭДС самоиндукции  $e_L = 100 \sin(314t + 30^\circ) \text{ В}$ , рассчитать мгновенные значения тока и приложенного к цепи напряжения, а также определить активную, реактивную и полную мощности цепи.

**Дано:**

$$e_L = 100 \sin(314t + 30^\circ) \text{ В,}$$

$$L = 50 \text{ мГн} = 0,050 \text{ Гн,}$$

$$R = 20 \text{ Ом.}$$

**Найти:**  $i$ ,  $u$ ,  $P$ ,  $Q$ ,  $S$ .

**Решение.** Задачу решаем символическим методом. Дифференциальные уравнения, связывающие мгновенные значения тока, напряжения и ЭДС, заменяем алгебраическими уравнениями относительно комплексных амплитуд этих величин.

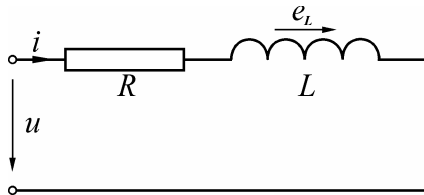


Рис. 1.53

ЭДС самоиндукции  $e_L$  связана с протекающим по катушке током  $i$  соотношением [10.9]:

$$e_L = -L \frac{di}{dt}, \quad (1)$$

или в комплексах [13.18]:

$$\dot{E}_{Lm} = \dot{I}_m (-j\omega L), \quad (2)$$

где  $X_L = \omega L$  – индуктивное сопротивление.

Комплексная амплитуда тока:

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{E}_{Lm}}{-j\omega L} = \frac{100e^{j30^\circ}}{-j314 \cdot 0,050} = 6,36 \cdot e^{j120^\circ} \text{ А.} \quad (3)$$

Мгновенное значение напряжения на входе цепи:

$$u = u_R + u_L = iR + L \frac{di}{dt}, \quad (4)$$

что соответствует алгебраическому уравнению относительно комплексных амплитуд тока  $\dot{I}_m$  и напряжения на входе  $\dot{U}_m$ :

$$\dot{U}_m = \dot{I}_m R + \dot{I}_m j\omega L = \dot{I}_m (R + j\omega L) = \dot{I}_m z e^{j\varphi} = \dot{I}_m Z, \quad (5)$$

где  $z$  – модуль комплексного сопротивления,  $Z$  – комплексное сопротивление цепи,  $\varphi$  – аргумент.

Воспользовавшись определением полного сопротивления [13.18], [13.19] и подставляя данные, получим:

$$z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{20^2 + (3,14 \cdot 0,050)^2} = 25,43 \text{ Ом.} \quad (6)$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L}{R} = \frac{15,7}{20} = 0,785, \text{ откуда } \varphi = 38^\circ. \quad (7)$$

Таким образом,

$$\dot{U}_m = 6,36 \cdot e^{j120^\circ} \cdot 25,43 \cdot e^{j38^\circ} = 161,74 \cdot e^{j158^\circ} \text{ В.} \quad (8)$$

Для перехода от комплексных амплитуд тока и напряжения к их мгновенным значениям обе части равенств (6) и (8) умножаем на  $e^{j\omega t}$ , а затем берем их мнимую часть:

$$\operatorname{Im}[\dot{I}_m e^{j\omega t}] = \operatorname{Im}[6,36 \cdot e^{j120^\circ} \cdot e^{j\omega t}], \quad (9)$$

$$i = 6,36 \sin(\omega t + 120^\circ) \text{ А,}$$

$$u = 161,74 \sin(\omega t + 158^\circ) \text{ В.}$$

В комплексной форме записи получим:

– полная мощность [13.24]

$$\tilde{S} = \dot{U} \dot{I}^* = P + jQ = \frac{\dot{U}_m \dot{I}_m^*}{2} = \frac{161,74 \cdot e^{j158^\circ} \cdot 6,36 \cdot e^{-j120^\circ}}{2} =$$

$$= 514,33 \cdot e^{j38^\circ} \text{ ВА;}$$

– активная мощность [13.25]

$$P = \operatorname{Re}[\dot{U} \dot{I}^*] = \operatorname{Re}[514,33 \cdot e^{j38^\circ}] = 514,33 \cdot \cos 38^\circ = 405,3 \text{ Вт;}$$

– реактивная мощность [13.26]

$$Q = \operatorname{Im}[\dot{U} \dot{I}^*] = \operatorname{Im}[514,33 \cdot e^{j38^\circ}] = 514,33 \cdot \sin 38^\circ = 316,65 \text{ ВАр,}$$

где  $\dot{I}^* = 6,36 \cdot e^{-j120^\circ}$  – сопряженный комплекс тока (сравнить с самим комплексом в выражении (3)),  $\operatorname{Re}[\dot{U} \dot{I}^*]$  и  $\operatorname{Im}[\dot{U} \dot{I}^*]$  – действительная и мнимая части выражения для полной мощности соответственно.

**Ответ:**  $i = 6,36 \sin(\omega t + 120^\circ) \text{ А; } u = 161,74 \sin(\omega t + 158^\circ) \text{ В;}$   
 $\tilde{S} = 514,33 \cdot e^{j38^\circ} \text{ ВА; } P = 405,3 \text{ Вт; } Q = 316,65 \text{ ВАр.}$

## ЗАДАЧИ ДЛЯ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

### 1. ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ. ЗАКОН КУЛОНА

- 1.1. Во сколько раз сила гравитационного притяжения между электроном и протоном, находящимися на некотором расстоянии друг от друга, меньше силы их электростатического притяжения?
- 1.2. Два одинаковых металлических шарика имеют заряды  $5,0$  мкКл и  $-7,0$  мкКл. Найти силу их кулоновского взаимодействия после того, как их привели в соприкосновение, а затем удалили друг от друга на расстояние  $10$  см. Заряженные шарики рассматривать как точечные заряды.
- 1.3. Сила притяжения двух одинаковых металлических шариков, находящихся на расстоянии  $14$  см, равна  $36$  мкН. После того, как шарики были приведены в соприкосновение и удалены на первоначальное расстояние, они стали отталкиваться с силой  $95$  мкН. Определить заряды шариков до соприкосновения. Заряды считать точечными.
- 1.4. Два точечных заряда, находясь в воздухе на расстоянии  $50$  см друг от друга, взаимодействуют с некоторой силой. На каком расстоянии нужно поместить эти заряды в керосине, чтобы сила взаимодействия не изменилась?
- 1.5. Найти силу электростатического отталкивания между ядром атома железа и бомбардирующим его протоном, считая, что протон подошел к ядру атома железа на расстояние  $5,5 \cdot 10^{-15}$  м. Заряд ядра железа составляет  $26$  элементарных зарядов. Влиянием электронной оболочки атома железа пренебречь.
- 1.6. Точечные заряды  $15$  мкКл и  $-8,0$  мкКл находятся на расстоянии  $5,0$  см друг от друга. Определить напряженность поля в точке, удаленной на  $3,0$  см от первого и на  $4,0$  см от второго зарядов, а также силу, действующую в этой точке на точечный заряд  $1,0$  мкКл.
- 1.7. Три одинаковых точечных заряда по  $4,0$  нКл каждый находятся в вершинах равностороннего треугольника со сторо-

- нами 12 см. Определить модуль и направление силы, действующей на один из зарядов со стороны двух других.
- 1.8. Четыре одинаковых заряда по 20 нКл закреплены в вершинах квадрата со стороной 8,0 см. Найти силу, действующую на один из этих зарядов со стороны трех остальных.
  - 1.9. В вершинах правильного треугольника со стороной 10 см находятся заряды 10 мкКл, 20 мкКл, 30 мкКл. Определить силу, действующую на первый заряд со стороны двух других зарядов.
  - 1.10. В вершинах квадрата находятся одинаковые заряды по 10 нКл. Какой отрицательный заряд нужно поместить в центре квадрата, чтобы сила взаимного отталкивания положительных зарядов была уравновешена силой притяжения отрицательного заряда?
  - 1.11. В вершинах правильного шестиугольника со стороной 2,0 см расположены точечные заряды одинаковой величины 2,0 нКл. Найти напряженность электрического поля в центре шестиугольника, если знаки соседних зарядов противоположны.
  - 1.12. В вершинах правильного шестиугольника со стороной 1,5 см расположены шесть положительных зарядов. Найти напряженность электрического поля в центре шестиугольника, если каждый заряд равен 3,0 нКл.
  - 1.13. На расстоянии 25 см находятся два точечных заряда величиной  $-25$  нКл и 50 нКл. Определить силу, действующую на заряд  $-5$  нКл, удаленный от обоих зарядов на расстояние 30 см.
  - 1.14. Расстояние между двумя точечными зарядами 3,0 нКл и 5,0 нКл равно 40 см. Определить местоположение точки, в которую нужно поместить третий заряд так, чтобы система зарядов находилась в равновесии. Каковы величина этого заряда и его знак?
  - 1.15. В вершинах правильного шестиугольника помещены одинаковые положительные заряды по 25 нКл каждый. Какой отрицательный заряд надо поместить в центре шестиугольника, чтобы результирующая сила, действующая на каждый заряд, была равна нулю?

- 1.16.** Два одинаково заряженных алюминиевых шарика подвешены в одной точке на нитях одинаковой длины. При этом нити разошлись на некоторый угол. Шарики погружают в масло. Какова плотность масла, если угол расхождения нитей при погружении в масло остается неизменным?
- 1.17.** Два одинаковых шарика с одноименными зарядами подвешены на нитях в одной точке и находятся на некотором расстоянии друг от друга. Какова должна быть плотность материала шариков, чтобы при их погружении в машинное масло угол между нитями не изменился?
- 1.18.** Два шарика весом 25 мН каждый подвешены на тонких шелковых нитях длиной 5,0 м так, что они соприкасаются друг с другом. Шарикам сообщают одноименные заряды по 40 нКл. Определить расстояние между центрами шариков, на которое они разойдутся после зарядки.
- 1.19.** Материальная точка массой 1,0 г и зарядом 5,0 мкКл, укрепленная на конце изолирующей нити длиной 1,5 м, находится в электрическом поле напряженностью 1,8 кВ/м и вращается вокруг вертикальной оси так, что угол, составляемый нитью с вертикалью, равен  $20^\circ$ . Найти период обращения точки, если силовые линии электрического поля вертикальны и направлены вверх.
- 1.20.** Расстояние между двумя бесконечно длинными параллельными металлическими нитями, заряженными одноименно с линейной плотностью  $6,0 \cdot 10^{-5}$  Кл/м, равно 5,0 см. Найти напряженность поля в точке, удаленной на 5,0 см от каждой нити.
- 1.21.** Две параллельные бесконечные плоскости, расположенные на некотором расстоянии друг от друга, одноименно заряжены с поверхностной плотностью зарядов  $0,50 \cdot 10^{-6}$  Кл/м<sup>2</sup> и  $1,5 \cdot 10^{-6}$  Кл/м<sup>2</sup>. Определить напряженность поля в некоторой точке между плоскостями и вне плоскостей.
- 1.22.** Тонкое кольцо радиусом  $r$  заряжено равномерно с линейной плотностью  $\tau$ . Определить напряженность поля в центре кольца и на высоте  $h$  над кольцом по оси симметрии.

- 1.23.** Тонкое полукольцо радиусом  $r$  заряжено равномерно с линейной плотностью  $\tau$ . Определить напряженность поля в центре кривизны полукольца.
- 1.24.** Расстояние между двумя параллельно расположенными бесконечно длинными металлическими нитями равно 10 см. Одна нить заряжена с линейной плотностью  $6,0 \cdot 10^{-5}$  Кл/м, другая  $3,0 \cdot 10^{-5}$  Кл/м. Найти напряженность поля в точке, удаленной на расстояние 10 см от каждой нити.
- 1.25.** Тонкий стержень длиной 20 см несет равномерно распределенный заряд 0,10 мкКл. Определить напряженность электрического поля, создаваемого этим распределенным зарядом в точке, лежащей на оси стержня на расстоянии 20 см от его ближайшего конца.
- 1.26.** Найти силу, действующую на заряд 2,0 нКл, если он помещен на расстоянии 2,0 см от бесконечно длинной заряженной нити с линейной плотностью заряда 0,10 мкКл/м. Система находится в масле.
- 1.27.** Найти силу, действующую на заряд 1,5 нКл, если он помещен в керосине в поле бесконечной заряженной плоскости с поверхностной плотностью заряда 10 мкКл/м<sup>2</sup>.
- 1.28.** Найти силу, действующую на заряд 3,0 нКл, если он помещен в масле на расстоянии 2,0 см от поверхности заряженного шара с радиусом 2,0 см и поверхностной плотностью заряда 10 мкКл/м<sup>2</sup>.
- 1.29.** С какой силой электрическое поле заряженной бесконечной плоскости действует на единицу длины заряженной бесконечно длинной нити, помещенной в это поле. Линейная плотность заряда на нити составляет 4,0 мкКл/м, поверхностная плотность заряда на плоскости равна 50 мкКл/м<sup>2</sup>.
- 1.30.** С какой силой, приходящейся на единицу длины, отталкиваются две бесконечно длинные нити, одноименно заряженные с одинаковой линейной плотностью заряда, равной 5,0 мкКл/м, находящиеся на расстоянии 4,0 см друг от друга?
- 1.31.** По четверти тонкого кольца радиусом 6,0 см равномерно распределен положительный заряд с линейной плотностью



- 65 нКл/м. Найти силу, действующую на положительный заряд 10 нКл, расположенный в центре кольца.
- 1.32.** Тонкий стержень длиной 15 см несет равномерно распределенный заряд с линейной плотностью 6,0 мкКл/м. Заряд 10 нКл равноудален от концов стержня на расстояние 10 см. Найти силу электростатического взаимодействия заряда и стержня.
- 1.33.** Тонкий стержень длиной 12 см несет равномерно распределенный заряд с линейной плотностью 16 мкКл/м. На продолжении стержня на расстоянии 20 см от ближайшего его конца находится точечный заряд 80 нКл. Найти силу взаимодействия точечного заряда и заряженного стержня.
- 1.34.** Бесконечная равномерно заряженная плоскость имеет поверхностную плотность электрического заряда 90 мкКл/м<sup>2</sup>. Над ней находится медный шарик с зарядом 5,0 мкКл. Какой радиус должен иметь шарик, чтобы он парил над плоскостью?
- 1.35.** Кольцо из проволоки радиусом 10 см имеет отрицательный заряд  $-5,0$  нКл. Найти зависимость напряженности электрического поля на оси кольца от расстояния до центра кольца.
- 1.36.** Два металлических полых концентрических шара заряжены. Диаметр большего шара 0,080 м, заряд на нем 40 нКл, диаметр меньшего шара 0,040 м, заряд на нем 20 нКл. Заряды равномерно распределены по поверхностям шаров. Определить напряженность поля в центре шаров и на расстоянии 0,030 м и 0,050 м от центра.
- 1.37.** В центре металлической полой сферы, радиус которой 0,040 м, расположен точечный заряд 10 нКл. Заряд 40 нКл равномерно распределен по поверхности сферы. Определить напряженность поля в точках, удаленных от центра сферы на расстояние 2,0 см и 8,0 см.

## **2. ТЕОРЕМА ГАУССА ДЛЯ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ВАКУУМЕ**

- 2.1.** Бесконечно длинная тонкая нить заряжена равномерно с линейной плотностью  $\tau$ . Определить напряженность поля,

создаваемого такой нитью в точке, расположенной на расстоянии  $r$  от нее.

- 2.2. Бесконечно длинный цилиндр с радиусом основания  $R$ , несущий равномерно распределенный заряд с объемной плотностью  $\rho$ , создает вокруг себя электростатическое поле. Найти напряженность поля в точке, отстоящей от оси цилиндра на расстояние  $r$  ( $r > R$ ).
- 2.3. Плоскость бесконечной площади заряжена с поверхностной плотностью  $\sigma$ . Найти напряженность поля в точке, отстоящей от плоскости на расстояние  $r$ .
- 2.4. Металлическая сфера радиусом  $R$  равномерно заряжена с поверхностной плотностью заряда  $\sigma$ . Определить напряженность поля в точке, находящейся на расстоянии  $r$  от центра сферы ( $r < R$ ).
- 2.5. Три металлические концентрические сферы радиусами  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  несут на себе заряды с поверхностными плотностями  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $-\sigma_3$ . Определить напряженность поля в точке, расположенной на расстоянии  $r$  ( $R_2 < r < R_3$ ) от общего центра.
- 2.6. Бесконечная плоскость несет равномерно распределенный заряд с поверхностной плотностью  $\sigma$ . На некотором расстоянии от нее расположен круг радиусом  $R$ , плоскость которого составляет угол  $\alpha$  с бесконечной плоскостью. Рассчитать поток вектора напряженности через этот круг.
- 2.7. Два полых металлических шара расположены концентрически. Заряд меньшего шара  $4,0$  нКл, а большего  $10,0$  нКл. Найти напряженности поля внутри меньшего шара; в точке, которая удалена на расстояние  $5,0$  см от общего центра и находится между шарами; в точке, находящейся вне шаров на расстоянии  $10$  см от общего центра.
- 2.8. В центре металлической полый сферы, радиус которой  $5,0$  см, расположен точечный заряд  $8,0$  нКл. Сфера несет на себе равномерно распределенный по ее поверхности заряд  $50$  нКл. Определить напряженность поля в точках, удаленных от центра сферы на расстояние  $1,5$  см и  $7,0$  см.

- 2.9.** На двух бесконечных параллельных плоскостях равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями  $60 \text{ нКл/м}^2$  и  $-120 \text{ нКл/м}^2$ . Найти напряженность электрического поля между плоскостями.
- 2.10.** На двух бесконечных вертикальных параллельных плоскостях равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями  $-40 \text{ нКл/м}^2$  и  $20 \text{ нКл/м}^2$ . Найти напряженность электрического поля слева и справа от обеих плоскостей.
- 2.11.** Бесконечно длинный тонкостенный металлический цилиндр радиуса  $R$  несет равномерно распределенный по его поверхности заряд с поверхностной плотностью  $\sigma$ . Определить напряженность поля в точках, отстоящих от оси цилиндра на расстояние  $r_1$  ( $r_1 < R$ ) и  $r_2$  ( $r_2 > R$ ).
- 2.12.** Три металлических тонкостенных цилиндра, оси симметрии которых совпадают, радиусами оснований  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  несут на себе заряды с поверхностными плотностями  $\sigma_1$ ,  $-\sigma_2$ ,  $-\sigma_3$ . Определить напряженность поля в точке, расположенной на расстоянии  $r$  ( $R_2 < r < R_3$ ) от общей оси.
- 2.13.** На двух коаксиальных бесконечных цилиндрах радиусами  $R_1 = R$  и  $R_2 = 2R$  равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями соответственно  $60 \text{ нКл/м}^2$  и  $-60 \text{ нКл/м}^2$ . Найти зависимость напряженности электрического поля от расстояния, отсчитываемого от оси цилиндров, в областях между осью и первым цилиндром и между первым и вторым цилиндрами.
- 2.14.** На двух коаксиальных бесконечных цилиндрах радиусами  $R_1 = R$  и  $R_2 = 2R$  равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями соответственно  $20 \text{ нКл/м}^2$  и  $-80 \text{ нКл/м}^2$ . Найти зависимость напряженности электрического поля от расстояния, отсчитываемого от оси цилиндров, превышающего радиус второго цилиндра.
- 2.15.** Бесконечный цилиндр радиуса  $R$  равномерно заряжен с объемной плотностью заряда  $\rho$ . Найти зависимость напряженности электрического поля от расстояния  $r$  от оси цилиндра для случаев  $r < R$  и  $r > R$ . Построить график этой зависимости.

- 2.16.** Найти напряженность электрического поля внутри пластинки бесконечной площади и толщиной  $2a$ , равномерно заряженной с объемной плотностью заряда  $\rho$ .
- 2.17.** Найти напряженность электрического поля вне пластинки бесконечной площади и толщиной  $4a$ , равномерно заряженной с объемной плотностью  $\rho$ .
- 2.18.** Найти напряженность электрического поля внутри шара радиусом  $R$ , равномерно заряженного с объемной плотностью  $\rho$ .
- 2.19.** Найти напряженность электрического поля вне шара радиусом  $2R$ , равномерно заряженного с объемной плотностью  $\rho$ .
- 2.20.** Шар радиуса  $R$  равномерно заряжен с объемной плотностью заряда  $\rho$ . Найти зависимость напряженности электрического поля от расстояния  $r$  до центра шара для случаев  $r < R$  и  $r > R$ . Построить график этой зависимости.
- 2.21.** Внутри шара, заряженного равномерно с объемной плотностью  $\rho$ , имеется сферическая полость. Центры полости и шара совпадают. Найти напряженность электрического поля внутри полости.

### **3. РАБОТА СИЛ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ. ПОТЕНЦИАЛ. РАЗНОСТЬ ПОТЕНЦИАЛОВ**

- 3.1.** До какого расстояния могут сблизиться два электрона, если они движутся навстречу друг другу с относительной скоростью  $2,0 \cdot 10^8$  м/с? Массу электронов считать постоянной и равной их массе покоя.
- 3.2.** Протон движется со скоростью  $2,0 \cdot 10^7$  м/с. На какое наименьшее расстояние может приблизиться протон к ядру атома железа? Массу протона считать постоянной и равной его массе покоя. Протон и ядро атома железа считать точечными зарядами. Влиянием электронной оболочки атома железа пренебречь.

- 3.3.** Электрон движется из бесконечности вдоль силовой линии по направлению к поверхности металлической заряженной сферы радиусом 20 см, обладая энергией 500 эВ. Определить минимальное расстояние, на которое приблизится электрон к поверхности сферы, если ее заряд равен  $-15$  нКл.
- 3.4.** Бесконечно длинная положительно заряженная с линейной плотностью заряда  $0,50$  мкКл/м нить создает вокруг себя электрическое поле. Какую скорость получит электрон под действием поля, приблизившись к нити с расстояния  $5,0$  см до расстояния  $2,0$  см?
- 3.5.** Точечный заряд  $2,5$  мкКл перемещается в однородном электрическом поле, напряженность которого  $180$  В/м. Найти силу, действующую вдоль силовой линии поля и разность потенциалов между крайними точками пути, если перемещение заряда при этом составило  $0,50$  м.
- 3.6.** Пылинка массой  $150$  мкг, имеющая электрический заряд  $40$  нКл, влетела в электрическое поле в направлении силовых линий. После прохождения разности потенциалов  $250$  В пылинка имела скорость  $10$  м/с. Определить скорость пылинки до того, как она влетела в поле.
- 3.7.** Электрон, обладавший кинетической энергией  $20$  эВ, влетел в однородное электрическое поле в направлении силовых линий поля. Какой скоростью будет обладать электрон, пройдя в этом поле разность потенциалов  $6,0$  В?
- 3.8.** Электрон, пройдя в однородном электрическом поле путь  $10$  мм, приобрел скорость, равную  $1,5 \cdot 10^5$  м/с. Найти разность потенциалов начальной и конечной точек движения.
- 3.9.** Пылинка массой  $4,0 \cdot 10^{-9}$  г, обладающая электрическим зарядом  $10e$  ( $e$  – заряд электрона), из состояния покоя прошла в вакууме ускоряющую разность потенциалов  $1,5$  МВ. Какова кинетическая энергия пылинки? Какой скоростью стала обладать пылинка?
- 3.10.** Какой минимальной скоростью должен обладать протон, чтобы он мог достигнуть поверхности заряженного до потенциала  $500$  В металлического шара?

- 3.11.** В однородное электрическое поле напряженностью 300 В/м вдоль силовой линии влетает электрон со скоростью  $2,5 \cdot 10^6$  м/с. Определить расстояние, которое пройдет электрон до точки, в которой его скорость будет равна одной трети от начальной.
- 3.12.** Электрическое поле создано бесконечным тонким заряженным прямым стержнем с равномерно распределенным зарядом с линейной плотностью 15 нКл/м. Определить кинетическую энергию электрона в точке, находящейся на расстоянии  $a$  от стержня, если в точке, находящейся на расстоянии  $2a$ , его кинетическая энергия составляет 350 эВ.
- 3.13.** Протон движется против силовой линии однородного электрического поля. В некоторой точке поля с потенциалом 100 В протон имеет скорость 8,0 Мм/с. Определить потенциал точки поля, дойдя до которой протон будет иметь скорость, составляющую две трети первоначальной скорости.
- 3.14.** Каков потенциал капли, образовавшейся из пяти одинаковых капель ртути, заряженных до потенциала 15 В каждая?
- 3.15.** Радиус металлического заряженного шара 12 см. Определить заряд шара, если потенциал поля вне его на расстоянии 8,0 см от его поверхности составляет 36 В.
- 3.16.** Металлическому шару сообщен заряд 2,5 нКл. Определить радиус шара, если потенциал поля в его центре составляет 0,50 В.
- 3.17.** Найти потенциал точки поля, находящейся на расстоянии 1,0 и 5,0 см от центра заряженного шара радиусом 2,0 см. Поверхностная плотность заряда на шаре составляет  $0,20$  мкКл/м<sup>2</sup>.
- 3.18.** Металлический шар, заряженный до потенциала 500 В, имеет поверхностную плотность заряда  $1,0$  мкКл/м<sup>2</sup>. Найти радиус шара.
- 3.19.** Имеется тонкое кольцо радиусом 12 см с распределенным на нем электрическим зарядом с линейной плотностью 750 нКл/м. Определить потенциал в точке, расположенной на оси кольца на расстоянии 15 см от его центра.
- 3.20.** Бесконечно длинный тонкий заряженный стержень образует электрическое поле. Линейная плотность заряда на стержне

составляет 30 пКл/м. Определить разность потенциалов двух точек поля, отстоящих от стержня на расстояние 6,0 см и 10 см.

- 3.21. Электростатическое поле создается бесконечным цилиндром радиуса 10 мм, который несет на себе равномерно распределенный заряд с линейной плотностью 15 нКл/м. Определить разность потенциалов между двумя точками этого поля, отстоящими на расстояние 5,0 мм и 15 мм от поверхности цилиндра.
- 3.22. В двух противоположных вершинах квадрата, сторона которого 20 см, находятся заряды +0,10 мкКл и -0,30 мкКл. Найти потенциал электрического поля в двух других вершинах квадрата, а также в точке пересечения его диагоналей.
- 3.23. Два бесконечно длинных параллельных проводника, расположенных на расстоянии  $r$  друг от друга, заряжены разноименными зарядами с одинаковой по модулю линейной плотностью зарядов  $\tau$ . Определить потенциал поля в точке, лежащей на расстоянии  $r_1$  и  $r_2$  от этих проводников.

#### **4. ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ДИЭЛЕКТРИКАХ. ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ЕМКОСТЬ. КОНДЕНСАТОРЫ**

- 4.1. Обкладки плоского воздушного конденсатора площадью  $100 \text{ см}^2$ , находящиеся на расстоянии 3,0 мм, взаимодействуют с силой 120 мН. Определить разность потенциалов между обкладками.
- 4.2. Обкладки плоского конденсатора, разделенные пластинкой эбонита толщиной 2,0 мм, взаимодействуют с силой 100 мН. Найти заряд на обкладках конденсатора, если разность потенциалов между ними составляет 500 В.
- 4.3. Конденсатор, заряженный до напряжения 200 В, соединен с незаряженным конденсатором такой же электроемкости один раз параллельно, а другой раз последовательно. Какое напряжение установится между обкладками конденсатора в обоих случаях?

- 4.4. Каким образом нужно соединить три конденсатора емкостью 3,0; 6,0 и 9,0 мкФ соответственно, чтобы емкость батареи была минимальной; максимальной?
- 4.5. Шару радиусом  $R_1$  сообщили заряд  $q_1$ , а шару радиусом  $R_2$  – заряд  $q_2$ . Расстояние между шарами много больше их радиусов. Найти отношение поверхностной плотности зарядов на шарах к их радиусам, если шары соединить тонкой длинной металлической проволокой.
- 4.6. Параллельно обкладкам плоского конденсатора введена металлическая пластинка толщиной 6,0 мм. Определить емкость такого конденсатора, если площадь каждой из обкладок  $100 \text{ см}^2$ , а расстояние между ними – 8,0 мм.
- 4.7. Между обкладками плоского конденсатора находится металлическая пластинка толщиной 4,0 мм. На сколько изменится емкость конденсатора в отсутствие этой пластинки? Расстояние между обкладками 6,0 мм, площадь обкладок  $100 \text{ см}^2$ .
- 4.8. Один конденсатор заряжен до напряжения 50 В, другой конденсатор такой же емкости – до напряжения 150 В. Каким станет напряжение между обкладками обоих конденсаторов, если их соединить одноименно заряженными обкладками; разноименно заряженными обкладками?
- 4.9. Два конденсатора емкостью 3,0 и 5,0 мкФ соединены последовательно и подсоединены к источнику постоянного напряжения 12 В. Определить для каждого конденсатора заряд и разность потенциалов между обкладками.
- 4.10. Найти напряжение на каждом из двух конденсаторов емкостью 4,0 и 6,0 мкФ, если они соединены последовательно и подключены к источнику постоянного напряжения 100 В.
- 4.11. К пластинам плоского воздушного конденсатора приложена разность потенциалов 200 В. Площадь пластин  $0,050 \text{ м}^2$ , расстояние между ними 5,0 мм. После отключения конденсатора от источника напряжения пространство между пластинами заполняется эбонитом. Чему равна разность потенциалов между пластинами после заполнения? Найти поверхностные



плотности заряда на пластинах до и после заполнения диэлектриком.

- 4.12. К пластинам плоского конденсатора, находящимся на расстоянии 5,0 мм друг от друга, приложена разность потенциалов 200 В. К одной из пластин прилегла плоскостная диэлектрическая пластинка толщиной 2,0 мм. После отключения конденсатора от источника напряжения пластинку вынимают. Какова будет после этого разность потенциалов между пластинами конденсатора?
- 4.13. Коаксиальный электрический кабель состоит из центральной жилы и концентрической цилиндрической оболочки, между которыми находится диэлектрик (полиэтилен). Найти емкость единицы длины такого кабеля, если радиус жилы 1,5 см, радиус оболочки 4,0 см.
- 4.14. Пространство между обкладками сферического конденсатора с радиусами проводящих концентрических сфер 14 см и 15 см заполнено машинным маслом. Найти емкость такого конденсатора. Какой радиус должен иметь проводящий шар, помещенный в масло, чтобы иметь такую же емкость?
- 4.15. Два металлических шара имеют одинаковые заряды по 3,0 нКл каждый. После соединения шаров тонким длинным проводником их потенциал стал равным 80 В. Определить радиус первого шара, если емкость второго равна 20 пФ.
- 4.16. Два конденсатора включены последовательно. Их емкости и максимально возможные на них напряжения равны 30 мкФ и 60 мкФ, 250 В и 400 В соответственно. К какому максимальному напряжению можно подключить эту батарею конденсаторов?
- 4.17. К заряженному до напряжения 300 В конденсатору емкостью 30 мкФ присоединяют параллельно незаряженный конденсатор емкостью 200 мкФ. Какое напряжение установится на каждом конденсаторе после их соединения?
- 4.18. Систему конденсаторов емкостью 90 мкФ включили в сеть напряжением 220 В. На обкладках одного из трех одинаковых конденсаторов, подключенных в батарее параллельно, появился заряд 5,0 мКл. Найти емкость и заряд каждого из двух остальных конденсаторов.

- 4.19. Системе из двух последовательно соединенных конденсаторов емкостями 20 мкФ и 60 мкФ сообщен заряд 6,0 мКл. Найти емкость и напряжение такой батареи, а также напряжение на обкладках каждого конденсатора.
- 4.20. Конденсаторы, заряженные до разности потенциалов 30 В и 20 В, обладающие емкостями 1,0 мкФ и 0,5 мкФ соответственно, после отключения от источника напряжения соединили одноименными полюсами. Определить разность потенциалов между обкладками конденсаторов после их соединения.
- 4.21. Пространство между обкладками плоского конденсатора полностью заполняют две плоскопараллельные пластинки: стеклянная толщиной 1,5 мм и слюдяная толщиной 2,5 мм. Определить емкость такого конденсатора с площадью пластин  $80 \text{ см}^2$ .
- 4.22. Определить емкость батареи конденсаторов (рис. 1.54), если  $C_1 = C_3 = C_5 = C_7 = 2,0 \text{ мкФ}$ ,  $C_2 = C_4 = C_6 = 10 \text{ мкФ}$ .
- 4.23. Напряжение между точками  $a$  и  $b$  цепи (рис. 1.55) составляет 80 В. Найти напряжение на зажимах (между точками  $a$  и  $c$ ) и общую емкость батареи конденсаторов, если  $C_1 = C_5 = 4,0 \text{ мкФ}$ ,  $C_2 = 2,0 \text{ мкФ}$ ,  $C_3 = 10 \text{ мкФ}$ ,  $C_4 = 5,0 \text{ мкФ}$ .
- 4.24. Плоский конденсатор, расстояние между обкладками которого составляет 2,0 см, а площадь каждой обкладки равна  $200 \text{ см}^2$ , зарядили до разности потенциалов 200 В и отключили от источника напряжения. Какую работу нужно совершить, чтобы увеличить расстояние между обкладками до 6,0 см?

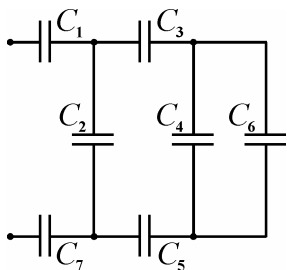


Рис. 1.54

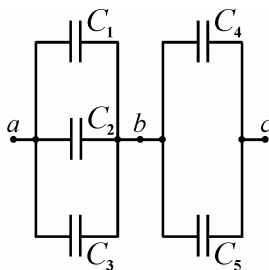


Рис. 1.55

- 4.25.** Напряженность поля внутри плоского воздушного конденсатора с площадью обкладок  $100 \text{ см}^2$  каждая равна  $120 \text{ кВ/м}$ . Напряжение на конденсаторе  $600 \text{ В}$ . Определить энергию, поверхностную плотность зарядов на обкладках и емкость конденсатора.
- 4.26.** Определить работу, совершаемую при раздвигании обкладок плоского конденсатора площадью  $100 \text{ см}^2$  каждая на расстоянии  $1,5 \text{ см}$ , при условии, что его заряд равен  $0,40 \text{ мкКл}$ .
- 4.27.** Два конденсатора одинаковой емкости  $6,0 \text{ мкФ}$  каждый были заряжены: один до  $100 \text{ В}$ , другой до  $200 \text{ В}$ . Затем конденсаторы соединили параллельно сначала одноименно, а затем – разноименно заряженными обкладками. Определить напряжение батареи после соединения, а также изменение энергии системы конденсаторов в обоих случаях.
- 4.28.** Два конденсатора одинаковой емкости  $10 \text{ мкФ}$  каждый заряжены: один до  $150 \text{ В}$ , другой до  $250 \text{ В}$ . Затем конденсаторы соединили последовательно. Определить изменение энергии системы конденсаторов.
- 4.29.** Найти напряженность поля плоского воздушного конденсатора и объемную плотность энергии в нем, если расстояние между обкладками  $0,050 \text{ м}$ . Конденсатор заряжен до разности потенциалов  $600 \text{ В}$  и обладает энергией  $3,2 \text{ мкДж}$ .
- 4.30.** Шар радиусом  $0,50 \text{ м}$  заряжен до потенциала  $20000 \text{ В}$ . Найти энергию заряженного шара.
- 4.31.** Погруженный в масло шар заряжен до потенциала  $40 \text{ кВ}$  и имеет поверхностную плотность заряда  $10 \text{ мкКл/м}^2$ . Найти радиус, заряд, емкость и энергию шара.
- 4.32.** Какова будет напряженность поля конденсатора, если, отключая его от источника напряжения, пластины раздвинуть до расстояния  $5,0 \text{ см}$ ? Площадь каждой пластины плоского воздушного конденсатора равна  $0,020 \text{ м}^2$ , расстояние между ними –  $4,0 \text{ см}$ . К пластинам конденсатора приложена разность потенциалов  $4,0 \text{ кВ}$ . Найти также энергии конденсатора до и после раздвижения пластин.
- 4.33.** Площадь каждой пластины плоского воздушного конденсатора равна  $0,010 \text{ м}^2$ , расстояние между ними –  $3,0 \text{ см}$ . К пластинам конденсатора приложена разность потенциалов  $3,5 \text{ кВ}$ . Какова будет напряженность поля конденсатора, ес-

- ли, предварительно отключив его от источника напряжения, пластины раздвинуть до расстояния 6,0 см? Найти энергию конденсатора до и после раздвижения пластин.
- 4.34.** Найти механическую работу, совершенную электрическими силами при повороте ручки настройки конденсатора переменной емкости, подключенного к батарее с ЭДС в 200 В, если его емкость изменяется от 5,0 мФ до 25 мФ.
- 4.35.** Два конденсатора емкостями 3,0 мкФ и 5,0 мкФ соединили последовательно и зарядили до разности потенциалов 10 кВ. Как изменится энергия системы, если ее отключить от источника напряжения и одноименно заряженные обкладки конденсаторов соединить параллельно?
- 4.36.** Плоский конденсатор с площадью пластин  $50 \text{ см}^2$  каждая, расстояние между которыми 5,0 мм, заполнен фарфором. Найти емкость конденсатора, а также заряд, который необходимо сообщить, чтобы зарядить его до напряжения 200 В. Рассчитать энергию поля конденсатора при наличии диэлектрика и без него.
- 4.37.** Узкий пучок электронов, обладающих скоростью 20 Мм/с, проходит в вакууме посередине между обкладками плоского конденсатора. Какую наименьшую разность потенциалов нужно приложить к пластинам, чтобы электроны не вышли из конденсатора? Расстояние между пластинами 1,0 см, их длина 3,0 см.
- 4.38.** Пылинка, заряд которой  $6,4 \cdot 10^{-18}$  Кл, а масса  $1,0 \cdot 10^{-14}$  кг, удерживается в равновесии в плоском воздушном конденсаторе с расстоянием между обкладками 4,0 мм. Определить разность потенциалов между пластинами конденсатора.
- 4.39.** Пылинка, заряд которой определяется содержанием избыточных 50 электронов, удерживается в равновесии в плоском воздушном конденсаторе, расстояние между обкладками которого равно 5,0 мм, разность потенциалов между ними 75 В. Определить массу пылинки.
- 4.40.** При разности потенциалов 900 В посередине между обкладками плоского конденсатора в равновесии находилась пылинка. Расстояние между пластинами конденсатора 10 мм. При уменьшении напряжения пылинка через 0,50 с достигла нижней обкладки. Определить это напряжение.

## 5. ЗАКОНЫ ОМА ДЛЯ ПОСТОЯННОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА

- 5.1. Источник, замкнутый на сопротивление 10 Ом, дает ток в цепи силой 3,0 А. Если этот же источник замкнуть на сопротивление 20 Ом, то сила тока будет 1,6 А. Найти величины ЭДС и внутреннего сопротивления источника.
- 5.2. Обмотка катушки из медной проволоки при температуре 14 °С имеет сопротивление 10 Ом. После пропускания электрического тока сопротивление обмотки стало 12,2 Ом. До какой температуры нагрелась обмотка?
- 5.3. Определить удельное сопротивление материала провода, который намотан на катушку, имеющую 500 витков со средним диаметром витка 6,0 см, если при напряжении 320 В допустимая плотность тока  $2,0 \cdot 10^6$  А/м<sup>2</sup>. Из какого материала изготовлен провод?
- 5.4. Определить плотность тока, текущего по резистору, изготовленному из нихрома, длиной 5,0 м, если на концах его поддерживается разность потенциалов 2,0 В.
- 5.5. Определить заряд, прошедший по резистору за 10 с, если сила тока в резисторе за это время равномерно возрастала от 0 до 5,0 А.
- 5.6. Определить разность потенциалов на концах никелинового проводника длиной 1,0 м, если плотность тока, текущего по нему,  $2,0 \cdot 10^8$  А/м<sup>2</sup>.
- 5.7. При подключении к источнику тока двух вольтметров, соединенных последовательно, их показания составляют 6,0 В и 3,0 В первого и второго соответственно. При подключении к источнику только первого вольтметра его показание 8,0 В. Найти ЭДС источника.
- 5.8. Аккумулятор замкнут на некоторое сопротивление. Если в цепь включить два амперметра, соединенных между собой параллельно, они покажут токи 2,0 А и 3,0 А. Если амперметры включить в цепь последовательно, то они покажут силу тока 4,0 А. Какова величина силы тока, проходящего в цепи без подключения этих приборов?

- 5.9. Источник с ЭДС 2,0 В имеет внутреннее сопротивление 0,50 Ом. Определить падение напряжения внутри источника при силе тока в цепи 0,25 А. Найти внешнее сопротивление цепи при этих условиях.
- 5.10. ЭДС аккумулятора автомобиля равна 12 В. При силе тока в 3,0 А его КПД равен 0,80. Определить внутреннее сопротивление аккумулятора.
- 5.11. Элемент с ЭДС 6,0 В и внутренним сопротивлением 1,5 Ом замкнут на внешнее сопротивление 8,5 Ом. Найти падение напряжения на внешнем и внутреннем сопротивлениях цепи.
- 5.12. Определить ток короткого замыкания батареи, ЭДС которой 15 В, если при подключении к ней резистора сопротивлением 3,0 Ом сила тока в цепи составляет 4,0 А.
- 5.13. Ток в проводнике изменяется со временем по закону  $i = 3 + 4t^2$ , где  $i$  – в амперах,  $t$  – в секундах. Какой заряд проходит через поперечное сечение проводника за время от начала четвертой до конца десятой секунды? При каком постоянном токе через поперечное сечение проводника за то же время проходит такой же заряд?
- 5.14. Масса железного стержня диаметром 0,10 см составляет 100 г. Определить сопротивление стержня.
- 5.15. Медная и алюминиевая проволоки имеют одинаковую длину  $l$  и одинаковое сопротивление  $R$ . Во сколько раз медная проволока тяжелее алюминиевой?
- 5.16. Обмотка катушки изготовлена из стальной проволоки длиной 100 м и площадью поперечного сечения 16 мм<sup>2</sup>. Найти изменение сопротивления катушки при нагревании ее от 20 до 50 °С.
- 5.17. Найти изменение массы и сопротивления провода, изготовленного из одного и того же материала, если при неизменной длине взять провод с диаметром большим в четыре раза.
- 5.18. Каким сопротивлением должен обладать реостат, чтобы с помощью него можно было изменять напряжение в пределах от 100 В до 400 В при последовательном включении с постоянным сопротивлением 50 Ом? Найти также величину приходящегося на реостат напряжения, когда он включен на максимальное сопротивление.

- 5.19.** Реостат сопротивлением 100 Ом может изменять ток в цепи от 1,2 до 5,0 А. Найти величину резистора постоянного сопротивления в цепи и пределы изменения напряжения на нем с помощью такого реостата.
- 5.20.** Изготовленный из медной проволоки реостат, амперметр и источник тока включены последовательно. При температуре 0 °С сопротивление реостата равно 150 Ом, сопротивление амперметра – 10 Ом, при этом сила тока в цепи составляет 40 мА. Какую силу тока будет показывать амперметр, если реостат нагреется на 40 К? Внутреннее сопротивление источника пренебрежимо мало.
- 5.21.** Обмотка катушки из железной проволоки при температуре 20 °С имеет сопротивление 5,0 Ом. После пропускания тока сопротивление обмотки стало равным 10 Ом. До какой температуры нагрелась обмотка?
- 5.22.** Элемент с ЭДС 30 В и внутренним сопротивлением 0,50 Ом, замкнут на внешнее сопротивление 9,0 Ом. Найти ток в цепи, падения напряжения во внешней цепи и внутри элемента.
- 5.23.** ЭДС элемента равна 9,5 В. При внешнем сопротивлении 4,0 Ом ток в цепи – 2,0 А. Определить внутреннее сопротивление элемента, а также падение напряжения на нем.
- 5.24.** Найти ток в цепи, если амперметр сопротивлением 0,10 Ом, зашунтированный сопротивлением 0,050 Ом, показывает силу тока 5,0 А.
- 5.25.** Какое сопротивление надо взять и как его включить, чтобы предназначенным для измерения токов до 50 мА амперметром сопротивлением 1,0 Ом можно было измерять силу тока до 100 мА?
- 5.26.** Какой величины добавочное сопротивление необходимо подключить к вольтметру, чтобы измерять напряжение до 650 В, если максимально измеряемое напряжение 25 В, а внутреннее сопротивление 5,0 кОм.
- 5.27.** Электрическая цепь (рис. 1.56) состоит из источника тока с внутренним сопротивлением 0,10 Ом и внешнего сопротивления 15 Ом. Найти величину тока во внешней цепи и ЭДС источника, если вольтметр показывает 100 В, а также вели-

чину тока в цепи и показание вольтметра при коротком замыкании источника.

- 5.28.** Каково показание вольтметра (рис. 1.57), если  $\mathcal{E}_1 = 1,5 \text{ В}$ ,  $\mathcal{E}_2 = 3,0 \text{ В}$ ,  $r_1 = 0,20 \text{ Ом}$ ,  $r_2 = 0,30 \text{ Ом}$ ? Током, проходящим через вольтметр, и сопротивлением соединительных проводов пренебречь.

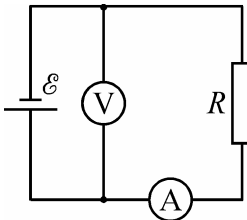


Рис. 1.56

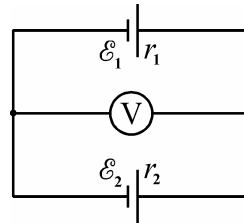


Рис. 1.57

- 5.29.** Батарея из двух параллельно соединенных источников с ЭДС  $3,0 \text{ В}$  и  $4,5 \text{ В}$  и внутренним сопротивлением  $100 \text{ мОм}$  каждый замкнута на сопротивление  $4,0 \text{ Ом}$ . Найти величину тока, проходящего через сопротивление и через источники.
- 5.30.** Два источника соединены последовательно и замкнуты на внешнее сопротивление  $10 \text{ Ом}$ . Параметры источников: ЭДС  $1,5 \text{ В}$  и  $3,0 \text{ В}$ , внутреннее сопротивление  $0,50 \text{ Ом}$  и  $0,60 \text{ Ом}$  соответственно. Найти падение напряжения на внутренних сопротивлениях каждого из источников.
- 5.31.** При подключении к батарее некоторого сопротивления падение напряжения на нем составляет  $25 \text{ В}$ . Если к батарее подключить другое сопротивление, то падение напряжения на нем станет  $27 \text{ В}$ . Определить падение напряжения на обоих сопротивлениях, соединенных параллельно, если ЭДС батареи равна  $300 \text{ В}$ .
- 5.32.** Найти напряжение на зажимах батареи, если она состоит из  $10$  параллельно включенных аккумуляторов с ЭДС  $1,5 \text{ В}$  и внутренним сопротивлением  $0,10 \text{ Ом}$  каждый и дает во внешнюю цепь ток  $6,0 \text{ А}$ .
- 5.33.** Найти разность потенциалов между точками  $A$  и  $B$  схемы, изображенной на рисунке 1.58. Емкости конденсаторов



$C_1 = 3,0 \text{ мкФ}$  и  $C_2 = 4,0 \text{ мкФ}$ ; ЭДС источников  $\mathcal{E}_1 = 1,5 \text{ В}$  и  $\mathcal{E}_2 = 4,5 \text{ В}$ .

- 5.34.** Определить разность потенциалов между точками  $A$  и  $B$  в схеме, изображенной на рисунке 1.59, если  $\mathcal{E} = 12 \text{ В}$ ,  $C_1 = C_4 = 5,0 \text{ мкФ}$ ,  $C_2 = C_3 = 2,0 \text{ мкФ}$ .

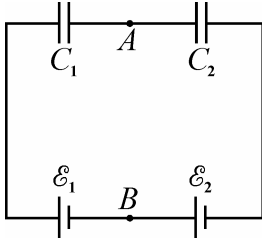


Рис. 1.58

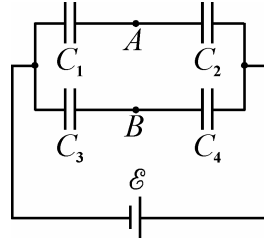


Рис. 1.59

- 5.35.** Найти сопротивление участка цепи (рис. 1.60), если каждое из сопротивлений  $R_1, R_3, R_5, R_7, R_8, R_9$  равно  $4,0 \text{ Ом}$ , а  $R_2, R_4, R_6 - 6,0 \text{ Ом}$ .

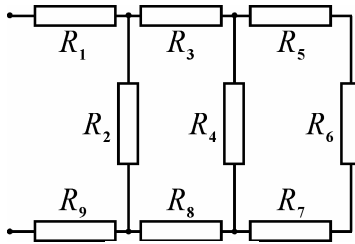


Рис. 1.60

- 5.36.** Определить показания амперметра в схеме, изображенной на рисунке 1.61, если сопротивлением амперметра пренебречь, а значения параметров цепи таковы:  $R_1 = R_2 = R_3 = 5,0 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 10 \text{ Ом}$ ,  $\mathcal{E} = 20 \text{ В}$ .
- 5.37.** Определить величину общего тока в цепи (рис. 1.62) и падение напряжения на сопротивлениях  $R_1$  и  $R_2$ , если  $\mathcal{E}_1 = 80 \text{ В}$ ,  $\mathcal{E}_2 = 70 \text{ В}$ ,  $\mathcal{E}_3 = 50 \text{ В}$ ,  $r_1 = 0,20 \text{ Ом}$ ,  $r_2 = 0,10 \text{ Ом}$ ,  $r_3 = 0,30 \text{ Ом}$ ,  $R_1 = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 15 \text{ Ом}$ .

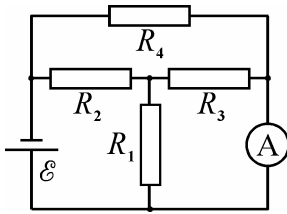


Рис. 1.61

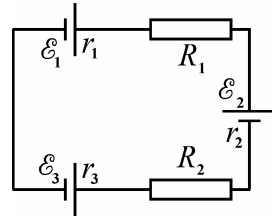


Рис. 1.62

- 5.38. Ток короткого замыкания источника тока с ЭДС 15 В равен 30 А. Найти сопротивление, которое необходимо подключить во внешнюю цепь, чтобы получить от этого источника ток силой 2,0 А.
- 5.39. Аккумулятор с внутренним сопротивлением 1,5 Ом подключен для зарядки к сети напряжением 6,5 В. Найти ЭДС аккумулятора, если при зарядке через него проходит ток силой 0,33 А.
- 5.40. Аккумуляторная батарея с остаточным напряжением 14 В и внутренним сопротивлением 1,5 Ом подключена для зарядки к сети с напряжением 18 В. Какое сопротивление должно быть включено последовательно в цепь, чтобы сила зарядного тока не превышала 2,0 А?

## 6. ПРАВИЛА КИРХГОФА ДЛЯ РАСЧЕТА РАЗВЕТВЛЕННЫХ ЦЕПЕЙ

- 6.1. В цепи (рис. 1.63) ЭДС равна  $\mathcal{E} = 1,5$  В, внутреннее сопротивление источника  $r = 0,50$  Ом, сопротивления резисторов равны соответственно  $R_1 = 1,0$  Ом,  $R_2 = 3,0$  Ом,  $R_3 = 10$  Ом. Найти величины сил токов в отдельных сопротивлениях.
- 6.2. Найти величину силы тока, текущего через гальванометр, включенный в цепь (рис. 1.64), если ЭДС источников и внутренние сопротивления равны соответственно  $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = 1,5$  В,  $r_1 = r_2 = 0,50$  Ом. Величины сопротивлений  $R_1 = R_2 = 2,0$  Ом,  $R_3 = 1,0$  Ом, а сопротивление гальванометра  $R_G = 3,0$  Ом.

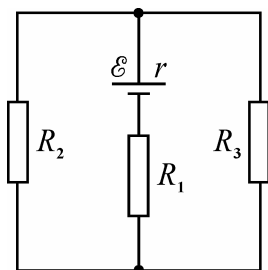


Рис. 1.63

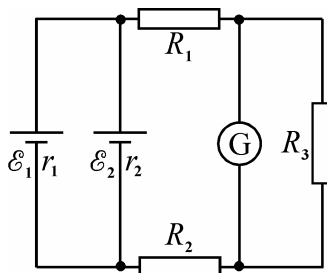


Рис. 1.64

- 6.3. Найти величину тока, проходящего через каждый из элементов (рис. 1.65), внутренние сопротивления которых одинаковы и равны  $0,30 \text{ Ом}$ , а  $\mathcal{E}_1 = 1,3 \text{ В}$ ,  $\mathcal{E}_2 = 1,4 \text{ В}$ ,  $\mathcal{E}_3 = 1,5 \text{ В}$ ,  $R = 0,60 \text{ Ом}$ .
- 6.4. Найти величину тока, проходящего через гальванометр, включенный в цепь (рис. 1.66), если  $\mathcal{E}_1 = 1,5 \text{ В}$ ,  $\mathcal{E}_2 = 2,0 \text{ В}$ ,  $R_1 = 3,0 \text{ кОм}$ ,  $R_2 = 0,50 \text{ кОм}$ ,  $R_3 = R_G = 0,30 \text{ кОм}$ . Внутренними сопротивлениями источников пренебречь.

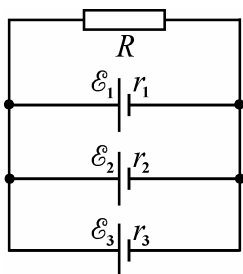


Рис. 1.65

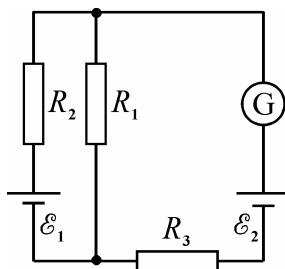


Рис. 1.66

- 6.5. В схеме (рис. 1.67) известны сопротивления во внешней цепи  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  и сила тока, текущего через сопротивление  $R_3$ ,  $I_3$ . Найти силы токов  $I_1$ ,  $I_2$  и ЭДС батареи. Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.
- 6.6. Найти величины токов во всех участках цепи в схеме, изображенной на рисунке 1.68, если  $\mathcal{E}_1 = 12 \text{ В}$ ,  $\mathcal{E}_2 = 15 \text{ В}$ ,

$R_1 = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = R_3 = 4,0 \text{ Ом}$ . Внутренними сопротивлениями источников пренебречь.

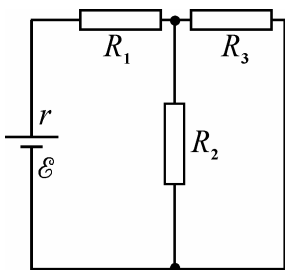


Рис. 1.67

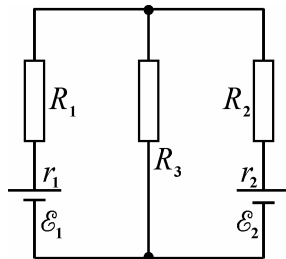


Рис. 1.68

- 6.7. Три источника с ЭДС  $\mathcal{E}_1 = 12 \text{ В}$ ,  $\mathcal{E}_2 = 6,0 \text{ В}$ ,  $\mathcal{E}_3 = 3,0 \text{ В}$  с внутренними сопротивлениями  $r_1 = 0,30 \text{ Ом}$ ,  $r_2 = 0,20 \text{ Ом}$ ,  $r_3 = 0,10 \text{ Ом}$  соединены с тремя резисторами по схеме, изображенной на рисунке 1.69. Определить напряжения на резисторах, если  $R_1 = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 5,0 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 2,0 \text{ Ом}$ .
- 6.8. Найти величины токов во всех участках цепи (рис. 1.70), если ЭДС источников, их внутренние сопротивления и внешние сопротивления соответственно равны  $\mathcal{E}_1 = 18 \text{ В}$ ,  $\mathcal{E}_2 = 15 \text{ В}$ ,  $r_1 = 0,10 \text{ Ом}$ ,  $r_2 = 0,30 \text{ Ом}$ ,  $R_1 = 1,0 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 4,0 \text{ Ом}$ .

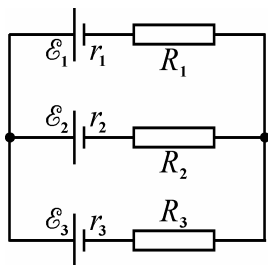


Рис. 1.69

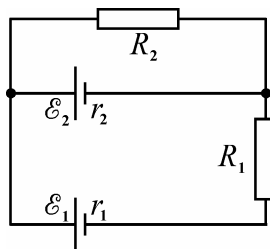


Рис. 1.70

- 6.9. Найти величины токов во всех ветвях и эквивалентное сопротивление внешней цепи при разомкнутом и замкнутом ключе (рис. 1.71), если  $\mathcal{E} = 15 \text{ В}$ ,  $R_1 = R_2 = 5,0 \text{ Ом}$ ,

$R_3 = 6,0 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 4,0 \text{ Ом}$ . Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

- 6.10. Определить ЭДС источника тока и напряжение на участке  $AB$  (рис. 1.72), если сила тока, регистрируемая амперметром, равна  $I = 0,90 \text{ А}$ , внутреннее сопротивление источника  $r = 0,40 \text{ Ом}$ , а сопротивления отдельных резисторов равны  $R_1 = 30 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 24 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 50 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 40 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 60 \text{ Ом}$ .

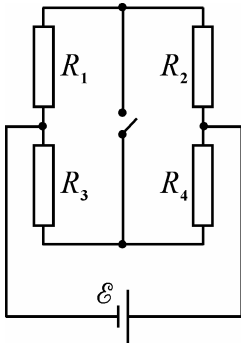


Рис. 1.71

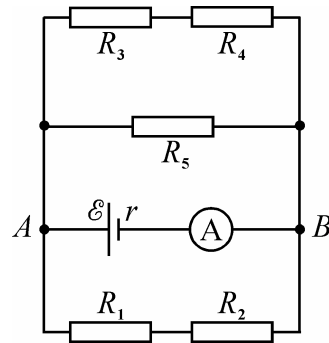


Рис. 1.72

- 6.11. Два источника с ЭДС  $\mathcal{E}_1 = 18 \text{ В}$  и  $\mathcal{E}_2 = 12 \text{ В}$  и внутренними сопротивлениями  $r_1 = 0,50 \text{ Ом}$  и  $r_2 = 0,80 \text{ Ом}$  включены параллельно. Параллельно к ним подключено сопротивление  $R = 10 \text{ Ом}$  (рис. 1.73). Определить величины токов во всех ветвях.

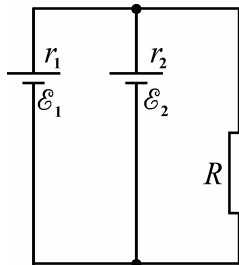


Рис. 1.73

- 6.12.** Найти величины токов в во всех ветвях (рис. 1.74) и напряжение на обоих внешних сопротивлениях, если  $\mathcal{E}_1 = 6,0$  В,  $\mathcal{E}_2 = 4,5$  В,  $r_1 = 0,30$  Ом,  $r_2 = 2,0$  Ом,  $R = 5,0$  Ом.
- 6.13.** Определить величины токов во всех участках цепи (рис. 1.75), если  $\mathcal{E}_1 = 4,5$  В,  $\mathcal{E}_2 = 9,0$  В,  $\mathcal{E}_3 = 15$  В,  $r_1 = 0,10$  Ом,  $r_2 = 0,30$  Ом,  $r_3 = 0,20$  Ом,  $R_1 = 25$  Ом,  $R_2 = 50$  Ом,  $R_3 = 100$  Ом,  $R_4 = 80$  Ом.

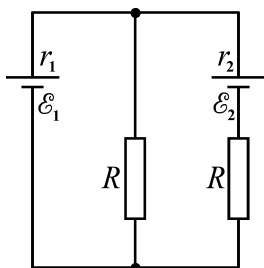


Рис. 1.74

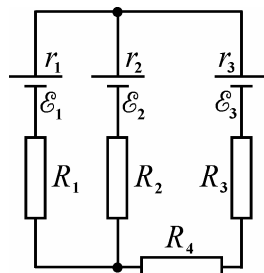


Рис. 1.75

- 6.14.** Определить величины токов в отдельных ветвях цепи (рис. 1.76), если  $\mathcal{E}_1 = 150$  В,  $\mathcal{E}_2 = 120$  В,  $R_1 = 1,0$  Ом,  $R_2 = 0,50$  Ом,  $R_3 = 20$  Ом. Внутренним сопротивлением источников пренебречь.

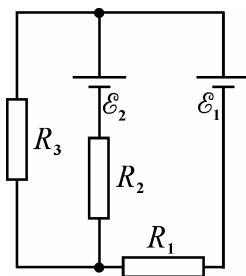


Рис. 1.76

- 6.15.** Найти величины токов в отдельных ветвях и напряжение на сопротивлении  $R$  (рис. 1.77), если  $\mathcal{E}_1 = 6,0$  В,  $\mathcal{E}_2 = 4,5$  В,  $r_1 = 0,30$  Ом,  $r_2 = 2,0$  Ом,  $R = 5,0$  Ом.

- 6.16. Три сопротивления  $R_1 = 5,0 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 1,0 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 3,0 \text{ Ом}$ , а также источник тока с ЭДС  $\mathcal{E}_1 = 1,4 \text{ В}$  соединены, как показано на рисунке 1.78. Определить ЭДС источника тока, который необходимо подключить в цепь между точками  $A$  и  $B$ , чтобы через сопротивление  $R_3$  шел ток силой  $1,0 \text{ А}$  в направлении, указанном стрелкой. Сопротивлением источника тока пренебречь.

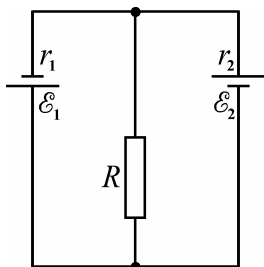


Рис. 1.77

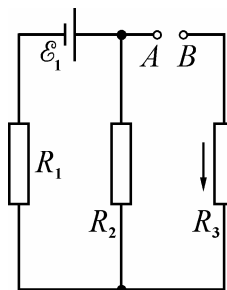


Рис. 1.78

- 6.17. Определить силу тока в сопротивлении  $R_3$  (рис. 1.79) и напряжение на концах этого сопротивления, если  $\mathcal{E}_1 = 4,0 \text{ В}$ ,  $\mathcal{E}_2 = 3,0 \text{ В}$ ,  $R_1 = 2,0 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 6,0 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 1,0 \text{ Ом}$ . Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь.

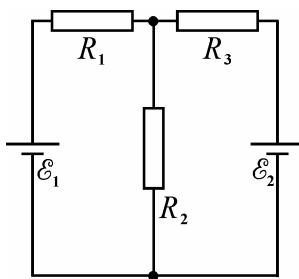


Рис. 1.79

- 6.18. В схеме (рис. 1.80) известны все сопротивления  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$ ,  $R_5$  и сила тока, которая течет через сопротивление  $R_4$ ,

равная  $I_4$ . Найти ЭДС батареи, если ее внутреннее сопротивление пренебрежимо мало.

- 6.19. Найти величину тока в каждой ветви моста Уитстона (рис. 1.81), если ЭДС источника тока равна 3,0 В, сопротивления  $R_1 = 40$  Ом,  $R_2 = 50$  Ом,  $R_3 = 100$  Ом и сила тока, идущего через гальванометр, равна нулю. Сопротивлением источника пренебречь.

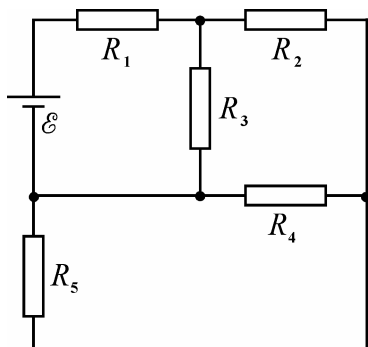


Рис. 1.80

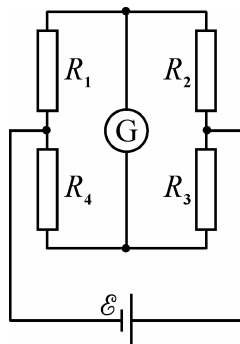


Рис. 1.81

- 6.20. В плечи моста Уитстона (рис. 1.81) включены известные сопротивления  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$  и к нему приложено напряжение  $U$ . Найти сопротивление  $R_1$ , если гальванометр сопротивлением  $r$  показывает ток  $I$ .

## 7. РАБОТА И МОЩНОСТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА

- 7.1. Определить удельную тепловую мощность, выделяемую медным проводом площадью сечения  $10 \text{ см}^2$ , по которому течет ток силой 100 А.
- 7.2. Определить плотность тока, текущего по никелиновому проводнику, если удельная тепловая мощность, выделяемая в проводнике, равна  $1,0 \cdot 10^4 \text{ Дж}/(\text{м}^3 \cdot \text{с})$ .
- 7.3. Определить количество теплоты, выделяющееся в резисторе за две секунды, если сила тока в нем за это время возрастает



по линейному закону от 0 до 4,0 А. Сопротивление резистора 10 Ом.

- 7.4. Два источника тока, ЭДС которых по 2,0 В и внутреннее сопротивление каждого 0,50 Ом, соединены последовательно. При каком внешнем сопротивлении потребляемая полезная мощность будет максимальной?
- 7.5. Два источника тока, ЭДС которых по 1,5 В и внутреннее сопротивление каждого по 0,50 Ом, соединены параллельно. Какое сопротивление нужно подключить к ним, чтобы потребляемая полезная мощность была максимальна?
- 7.6. Источник постоянного тока один раз подсоединяют к резистору сопротивлением 9,0 Ом, другой раз к резистору с сопротивлением 16 Ом. Мощность, выделяемая на сопротивлениях в первом и втором случаях, одинакова. Определить ЭДС и внутреннее сопротивление источника тока.
- 7.7. Электроплитка имеет две одинаковые спирали. Начертить все возможные схемы включения этих спиралей и определить отношение количеств теплоты, полученных от плитки за одно и то же время в каждом из этих случаев.
- 7.8. При каком условии сила тока во внешней цепи будет одинаковой при последовательном и параллельном соединениях  $n$  одинаковых элементов? Чему будет равно отношение потребляемых мощностей в этих случаях?
- 7.9. В течение 5,0 с по резистору сопротивлением 10 Ом течет ток, сила которого равномерно возрастает. В начальный момент сила тока равна нулю. Определить заряд, протекший за 5,0 с, если количество теплоты, выделившееся в резисторе за это время, равно 500 Дж.
- 7.10. Сила тока в резисторе равномерно возрастает от нулевого значения в течение 10 с. За это время выделилось количество теплоты 500 Дж. Определить скорость возрастания тока, если сопротивление резистора 10 Ом.
- 7.11. Имеется электрическая лампочка мощностью 60 Вт, рассчитанная на напряжение 127 В. Какое добавочное сопротивление надо включить последовательно с лампочкой, чтобы она давала нормальный накал при напряжении в сети 220 В?

- 7.12.** Имеются три электрических лампочки, рассчитанные на 110 В каждая, мощности двух из них 75 Вт, а третьей – 100 Вт. Как надо включить эти лампочки, чтобы они давали нормальный накал при напряжении в сети 220 В? Начертить схему. Найти токи, текущие через каждую лампочку при нормальном накале.
- 7.13.** От батареи с ЭДС 600 В требуется передать энергию на расстояние 5,0 км. Потребляемая мощность равна 5,0 кВт. Найти минимальные потери мощности в сети, если диаметр медных подводящих проводов 2,5 см.
- 7.14.** От генератора с ЭДС 220 В требуется передать энергию на расстояние 300 м. Потребляемая мощность составляет 2,0 кВт. Найти минимальное сечение медных подводящих проводов, если потери мощности в сети не должны превышать 1,0 %.
- 7.15.** Элемент с ЭДС 4,0 В дает максимальный ток 2,0 А. Найти наибольшее количество теплоты, которое может быть выделено во внешнем сопротивлении в единицу времени.
- 7.16.** Батарея с ЭДС 200 В и внутренним сопротивлением 1,0 Ом замкнута на внешнее сопротивление 50 Ом. Найти полную и полезную мощности, выделяемые в цепи, а также КПД батареи.
- 7.17.** Две электрические лампочки с сопротивлениями 300 Ом и 200 Ом включены в сеть параллельно. Какая из лампочек потребляет большую мощность? Во сколько раз?
- 7.18.** Какой объем воды можно вскипятить, затратив электрическую энергию 50 кВт·ч? Начальная температура воды равна 20 °С.
- 7.19.** На плитке мощностью 2,0 кВт стоит чайник, в который налито 2,0 л воды при температуре 20 °С. Вода в чайнике закипела через 15 мин после включения плитки. Какое количество теплоты потеряно при этом (на нагревание самого чайника, на излучение и тому подобное)?
- 7.20.** Для отопления комнаты пользуются электрической печью, включенной в сеть напряжением 110 В. Комната теряет в единицу времени количество теплоты 40 МДж/сут. Требуется поддерживать температуру комнаты постоянной. Найти

сопротивление обмотки печи; длину нихромовой проволоки диаметром 1,5 мм, необходимой для такой обмотки; мощность печи.

- 7.21.** Электрический чайник, содержащий 1,0 л воды при температуре 20 °С, забыли выключить. Сопротивление нагревателя чайника 20 Ом. Через какое время после включения вода в чайнике выкипит? Напряжение в сети 220В, КПД нагревателя равен 70 %.
- 7.22.** Электронагревательные приборы, на которых указано  $P_1 = 300$  Вт,  $U_1 = 220$  В и  $P_2 = 500$  Вт,  $U_2 = 220$  В, включены последовательно в сеть с напряжением 220 В. Какая мощность будет выделяться на каждом из них?
- 7.23.** Генератор постоянного тока развивает ЭДС 120 В и дает во внешнюю цепь ток величиной 20 А. Определить мощность, развиваемую генератором; мощность потерь внутри источника; мощность, передаваемую потребителю; КПД источника, если его внутреннее сопротивление равно 0,50 Ом.
- 7.24.** К аккумулятору с внутренним сопротивлением 0,50 Ом подключена проволока сопротивлением 5,0 Ом, а затем параллельно ей еще одна такая же проволока. Во сколько раз изменится количество теплоты, выделяющейся в первой проволоке, после подключения второй?
- 7.25.** В сосуде нагревают 0,50 л воды и 30 г льда. Начальная температура смеси 0 °С. Сколько времени потребуется, чтобы вода закипела, если мощность нагревателя 300 Вт, а его КПД составляет 70 %?
- 7.26.** ЭДС источника 25 В, внутреннее сопротивление 0,50 Ом. Потребляемая мощность подключенного нагревателя 200 Вт. Определить величину тока в цепи и КПД нагревателя.
- 7.27.** Какого сечения необходимо взять свинцовый предохранитель, если известно, что он плавится при повышении температуры проволоки на 20 °С, выполненной из медного провода сечением 8,0 мм<sup>2</sup>? Начальная температура равна 20 °С. Отдачей теплоты в окружающую среду пренебречь.
- 7.28.** Нихромовую проволоку длиной 30 м включили последовательно с лампой мощностью 60 Вт, чтобы лампа, рассчитан-

ная на напряжение 120 В, давала нормальный накал при напряжении в сети 220 В. Найти диаметр этой проволоки.

## 8. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В ЖИДКОСТЯХ И ГАЗАХ

- 8.1. Определить концентрацию одновалентных ионов, образующихся при ионизации воздуха, если при напряженности поля 1,0 кВ/м плотность тока равна  $6,0 \cdot 10^{-6}$  А/м<sup>2</sup>.
- 8.2. Определить концентрацию одновалентных ионов между пластинами, если воздух ионизируют с помощью радиоактивного источника и при напряжении между пластинами 120 В идет ток силой 2,0 мкА. Площадь каждой пластины равна 200 см<sup>2</sup>, расстояние между ними 3,0 см.
- 8.3. Определить заряд ионов, образующихся в воздухе при ионизации его рентгеновскими лучами, если концентрация ионов одного знака составляет  $5,7 \cdot 10^{13}$  м<sup>-3</sup>. При напряженности поля 3,0 кВ/м плотность тока равна  $9,03 \cdot 10^{-6}$  А/м<sup>2</sup>.
- 8.4. Найти концентрацию ионов между пластинами плоского конденсатора емкостью 4,1 пФ, если воздух ионизируется внешним ионизатором, и при напряжении 300 В идет ток 5,0 мкА. Насыщение не имеет места.
- 8.5. Найти число пар ионов, которые образуются за 1,0 с в 1,0 см<sup>3</sup> аргона, находящегося между пластинами конденсатора при ионизации внешним ионизатором. Площадь каждой из пластин конденсатора 200 см<sup>2</sup>, расстояние между ними 3,0 см, ток насыщения между пластинами составляет 2,0 пА.
- 8.6. Найти площадь пластин конденсатора, между обкладками которого за 1,0 с в 1,0 см<sup>3</sup> образуется  $6,6 \cdot 10^6$  пар ионов под действием внешнего ионизатора. Пластины конденсатора находятся на расстоянии 3,0 см друг от друга, ток насыщения равен 5,0 пА.
- 8.7. Найти число пар ионов, образующихся в атмосфере при нормальных условиях в 1,0 см<sup>3</sup> за 1,0 с между пластинами плоского конденсатора площадью 500 см<sup>2</sup> каждая, если при

расстоянии между пластинами 4,0 см ток насыщения составляет 1,0 фА.

- 8.8. Разность потенциалов между облаком и землей в момент разряда (молнии) достигает 10 МВ, а протекший при этом заряд – 20 Кл. Найти энергию разряда и напряженность поля, если высота облаков 5,0 км.
- 8.9. Какой наименьшей скоростью должен обладать электрон, чтобы ионизировать атом азота, если потенциал ионизации азота равен 14,5 В?
- 8.10. Азот ионизируется рентгеновскими лучами. Определить проводимость азота, если в каждом кубическом сантиметре газа находится в условиях равновесия  $1,0 \cdot 10^{-7}$  пар ионов.
- 8.11. Воздух между плоскими электродами ионизационной камеры ионизируется рентгеновскими лучами. Сила тока, текущего через камеру, равна  $1,2 \cdot 10^{-6}$  А. Площадь каждого электрода составляет  $300 \text{ см}^2$ , расстояние между ними – 2,0 см, разность потенциалов 100 В. Найти концентрацию пар ионов между пластинами, если ток далек от насыщения. Подвижность положительных ионов и отрицательных ионов равна соответственно  $1,4 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$  и  $1,9 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ . Заряд каждого иона равен элементарному заряду.
- 8.12. Найти сопротивление трубки длиной 42 см и площадью поперечного сечения  $9,0 \text{ мм}^2$ , если она заполнена азотом, ионизированным так, что в единице объема при равновесии находится  $1,0 \cdot 10^{13} \text{ м}^{-3}$  однозарядных ионов каждого знака.
- 8.13. Какой наименьшей скоростью должен обладать электрон для того, чтобы ионизовать атом водорода? Потенциал ионизации атома водорода равен 13,5 В.
- 8.14. Потенциал ионизации атома гелия равен 24,5 В. Найти работу ионизации.
- 8.15. Напряженность поля между анодом и катодом телевизионной трубки, находящимися на расстоянии 8,0 см друг от друга, равна 120 кВ/м. Найти скорость и энергию электронов в момент удара их об экран трубки.
- 8.16. Анодный ток электронной лампы равен 20 мА. Сколько электронов вылетает каждую секунду из катода лампы?

- 8.17. При покрытии металлического изделия серебром электрический ток через раствор электролита пропускается в течение 10 мин. Определить, при какой плотности тока толщина покрытия будет  $4,5 \cdot 10^{-2}$  см.
- 8.18. При электролизе медного купороса была израсходована энергия 15 МДж. Определить массу меди, выделившейся на электроде, если разность потенциалов на электродах 10 В.
- 8.19. Определить удельную проводимость водного раствора хлористого калия, концентрация которого  $0,10$  г/см<sup>3</sup> при температуре 18 °С, если коэффициент диссоциации этого раствора 0,8.
- 8.20. Удельное сопротивление водного раствора хлористого калия при 18 °С равно  $7,36 \cdot 10^{-2}$  Ом·м. Определить коэффициент диссоциации такого раствора с концентрацией  $0,10$  г/см<sup>3</sup>.
- 8.21. За какое время при электролизе водного раствора хлорной меди ( $CuCl_2$ ) на катоде выделится 15 г меди при силе тока 0,50 А?
- 8.22. При электролизе медного купороса за 2,0 ч выделилось 4,0 г меди. Площадь каждого электрода равна 50 см<sup>2</sup>. Найти плотность тока.
- 8.23. Две электролитические ванны с растворами нитрата серебра ( $AgNO_3$ ) и медного купороса ( $CuSO_4$ ) соединены последовательно. Какая масса серебра выделится за время, в течение которого выделилось 100 мг меди?
- 8.24. Какую электрическую энергию надо затратить, чтобы при электролизе раствора нитрата серебра ( $AgNO_3$ ) выделилось 300 мг серебра? Разность потенциалов на электродах составляет 5,0 В.
- 8.25. Через раствор азотной кислоты пропускается ток 20 А. Какой электрический заряд переносится за 3,0 мин ионами каждого знака?
- 8.26. Определить количество меди, выделившейся на электродах из раствора медного купороса ( $CuSO_4$ ) в течение 3,0 ч при протекании через электролит тока силой 5,0 А.

- 8.27. Сколько меди выделится на катоде, если через раствор медного купороса ( $CuSO_4$ ) прошел электрический заряд, равный 4,0 кКл?
- 8.28. При разряде гальванического элемента разрядным током 0,10 А было израсходовано 3,0 мг цинка. Найти время работы элемента.
- 8.29. При покрытии катодной пластины никелем в течение 4,0 ч масса ее увеличилась на 17,798 г. Определить величину силы тока.
- 8.30. Какой электрический заряд прошел через раствор сернокислого серебра ( $Ag_2SO_4$ ), если на катоде выделилось 8,38 г чистого серебра?
- 8.31. При никелировании деталь покрывается слоем никеля толщиной 20 мкм. Определить плотность тока, если время никелирования 4,0 ч.
- 8.32. При покрытии слоем серебра поверхности  $300\text{ см}^2$  понадобилось пропускать ток силой 3,0 А в течение 5,0 ч через раствор соли серебра. Найти толщину слоя серебра.

## 9. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

- 9.1. В однородном магнитном поле с индукцией 0,50 Тл помещена квадратная рамка, плоскость которой составляет с направлением вектора магнитной индукции угол  $45^\circ$ . Сторона рамки 5,0 см. Найти магнитный поток, пронизывающий рамку.
- 9.2. Рамка, площадь которой  $25\text{ см}^2$ , вращается в однородном магнитном поле с частотой  $5,0\text{ с}^{-1}$ . Ось вращения находится в плоскости рамки и перпендикулярна к направлению магнитного поля. Индукция магнитного поля 1,0 Тл. Найти зависимость магнитного потока, пронизывающего рамку, от времени и наибольшее значение магнитного потока.
- 9.3. По двум бесконечно длинным прямолинейным проводникам, расположенным параллельно друг другу на расстоянии 10 см, в одном направлении текут токи силой 0,50 и 10 А.

Определить магнитную индукцию поля в точке, удаленной на 10 см от каждого проводника.

- 9.4.** По двум бесконечно длинным прямолинейным проводникам, расположенным параллельно друг другу на расстоянии 20 см, в противоположных направлениях текут токи силой 1,0 и 15 А. Определить магнитную индукцию поля в точке, удаленной на 10 см от каждого проводника.
- 9.5.** По двум параллельным бесконечно длинным проводникам, находящимся на расстоянии 5,0 см друг от друга, текут токи противоположного направления величиной 20 А. Определить индукцию магнитного поля в точке, расположенной посередине между проводниками. Чему равна напряженность магнитного поля в точке, которая находится на расстоянии 10 см от одного и 5,0 см от другого проводника?
- 9.6.** По двум бесконечно длинным параллельным проводникам текут токи одного направления величиной 10 А. Вычислить индукцию магнитного поля в точке, которая расположена на расстоянии 30 см от одного проводника и 10 см от другого, если расстояние между ними 30 см.
- 9.7.** По двум бесконечно длинным прямолинейным проводникам, расположенным параллельно друг другу на расстоянии 10 см, текут токи в одном направлении. Напряженность магнитного поля в точке, удаленной на 10 см от каждого проводника, 0,020 мТл. По одному из проводников течет ток силой 0,50 А. Определить силу тока, текущего по другому проводнику.
- 9.8.** По двум бесконечно длинным прямолинейным проводникам текут токи силой 4,0 и 6,0 А. Расстояние между проводниками 15 см. Определить геометрическое место точек, в которых индукция магнитного поля равна нулю.
- 9.9.** По кольцевому проводнику радиусом 10 см течет ток силой 4,0 А. Параллельно плоскости кольцевого проводника на расстоянии 2,0 см над его центром проходит бесконечно длинный прямолинейный проводник, по которому течет ток силой 2,0 А. Определить индукцию магнитного поля в центре кольца. Рассмотреть один любой возможный случай.



- 9.10. По двум круговым виткам, имеющим общий центр, текут токи силой 5,0 и 4,0 А. Радиусы витков соответственно равны 3,0 и 4,0 см. Угол между их плоскостями  $30^\circ$ . Определить магнитную индукцию и напряженность магнитного поля в центре витков. Рассмотреть один любой возможный случай.
- 9.11. Два круговых витка с током лежат в одной плоскости и имеют общий центр. Радиус большего витка 12 см, меньшего – 8,0 см. Напряженность магнитного поля в центре витков равна 50 А/м, если токи текут в одном направлении, и нулю, если в противоположном. Определить силы токов, текущих по круговым виткам.
- 9.12. По круговому проводнику радиусом 0,12 м течет ток силой 0,20 А. Перпендикулярно плоскости кругового проводника проходит бесконечно длинный проводник, по которому течет ток силой 0,10 А. Индукция магнитного поля в центре кругового проводника  $11,3 \cdot 10^{-7}$  Тл. Определить, на каком расстоянии от центра кругового проводника находится прямолинейный проводник.
- 9.13. Проводник длиной 1,0 м согнут в виде квадрата. Определить индукцию магнитного поля и напряженность в точке пересечения диагоналей квадрата, если по проводнику течет ток силой 4,0 А.
- 9.14. Из проволоки длиной 2,0 м сделана квадратная рамка. По рамке течет ток силой 5,0 А. Найти индукцию магнитного поля в центре рамки.
- 9.15. Прямой проводник согнут в виде прямоугольника со сторонами длиной 0,20 и 0,30 м. Какой силы ток нужно пропустить по этому проводнику, чтобы индукция магнитного поля в точке пересечения диагоналей была  $2,4 \cdot 10^{-5}$  Тл.
- 9.16. Прямой проводник длиной 90 см согнут в виде равностороннего треугольника. Какой силы ток нужно пропустить по этому проводнику, чтобы индукция магнитного поля в точке пересечения высот треугольника равнялась  $1,24 \cdot 10^{-6}$  Тл?
- 9.17. Используя теорему о циркуляции вектора магнитной индукции, найти индукцию магнитного поля в точке, отстоящей

на расстояние 1,0 м от бесконечно длинного проводника, по которому течет ток силой 10 А.

- 9.18. Найти индукцию магнитного поля в центре кругового проводочного витка радиусом 10 см, по которому течет ток силой 2,0 А. Задачу решить с использованием закона Био-Савара-Лапласа.
- 9.19. Индукция магнитного поля в центре кругового витка равна 1,5 Тл. Радиус витка 5,0 см. Найти напряженность магнитного поля на оси витка на расстоянии 5,0 см от его плоскости.
- 9.20. Чему равна напряженность магнитного поля на оси кругового витка в точке, расположенной на расстоянии 50 см от центра, если в центре витка, радиус которого 20 см, напряженность равна 10 А/м?
- 9.21. Два круговых витка радиусом 5,0 см каждый расположены в параллельных плоскостях на расстоянии 3,0 см друг от друга. По виткам текут одинаковые токи 3,0 А. Найти напряженность магнитного поля в центре одного из витков в случае, когда токи в витках текут в одном направлении.
- 9.22. Два круговых витка радиусом 4,0 см каждый расположены в параллельных плоскостях на расстоянии 5,0 см друг от друга. По виткам текут одинаковые токи 5,0 А. Найти напряженность магнитного поля в центре одного из витков в случае, когда токи в витках текут в противоположных направлениях.
- 9.23. Бесконечно длинный провод образует круговой виток (петлю), касательный к проводу. По проводу идет ток 3,0 А. Найти радиус витка, если индукция магнитного поля в центре витка равна 1,0 мкТл.
- 9.24. Определить величину тока в короткой катушке радиусом 20 см, содержащей 500 витков, если в центре катушки напряженность магнитного поля составляет 5,0 кА/м.
- 9.25. Найти напряженность магнитного поля на оси внутри соленоида длиной 30 см и диаметром 5,0 см, содержащего 600 витков, если величина тока в обмотке соленоида 3,0 А.
- 9.26. Катушка длиной 20 см имеет 500 витков. Найти индукцию магнитного поля внутри катушки, если по катушке проходит

ток 3,0 А. Диаметр катушки считать малым по сравнению с ее длиной.

- 9.27. Круговой ток радиусом 5,0 см создает магнитное поле напряженностью 80 А/м в точке, расположенной на расстоянии 3,0 см от плоскости тока на его оси. Определить магнитный момент кругового тока.
- 9.28. Соленоид длиной 20 см и диаметром 5,0 см содержит 15 витков на каждом сантиметре длины. Определить магнитный момент соленоида, если по нему идет ток 3,0 А.
- 9.29. Определить скорость равномерного прямолинейного движения электрона, если известно, что максимальное значение напряженности создаваемого им магнитного поля на расстоянии 80 нм от траектории составляет 0,10 А/м.
- 9.30. Найти максимальное значение напряженности магнитного поля, создаваемого прямолинейно движущимся электроном, который прошел ускоряющую разность потенциалов 20 В в точке, отстоящей от его траектории на расстояние 20 нм.
- 9.31. Частица, обладающая энергией 16 МэВ, движется в однородном магнитном поле с индукцией 2,4 Тл по окружности радиусом 24,5 см. Определить заряд этой частицы, если ее скорость  $2,72 \cdot 10^7$  м/с.
- 9.32. Определить площадь поперечного сечения прямолинейного алюминиевого проводника, движущегося с ускорением  $0,40$  м/с<sup>2</sup> в однородном магнитном поле с индукцией  $2,2 \cdot 10^{-4}$  Тл. По проводнику течет ток силой 5,0 А, его направление движения перпендикулярно вектору индукции.
- 9.33. Каким образом нужно расположить прямолинейный алюминиевый проводник в однородном горизонтальном магнитном поле с индукцией 0,040 Тл и какой силы ток пропустить по нему, чтобы он находился в равновесии? Радиус проводника 1,0 мм.
- 9.34. Определить напряженность однородного горизонтального магнитного поля, в котором в равновесии находится незакрепленный прямолинейный медный проводник с током силой 10 А. Диаметр проводника 4,0 мм.
- 9.35. Внутри длинного соленоида перпендикулярно его оси расположен проводник длиной 5,0 см, по которому проходит

ток силой 10 А. Какая сила действует на проводник, если соленоид имеет 25 витков на сантиметр длины и по его обмотке течет ток силой 5,0 А?

- 9.36.** Электрон, обладающий энергией 0,50 кэВ, пролетает в вакууме сквозь однородное магнитное поле напряженностью 1,0 кА/м перпендикулярно полю. Определить скорость электрона, магнитную составляющую силы Лоренца и радиус траектории его движения.
- 9.37.** Какова должна быть скорость электрона, чтобы его траектория была прямолинейной при движении во взаимно перпендикулярных магнитном и электрическом полях? Поля однородны и имеют соответственно напряженности 100 А/м и 500 В/м.
- 9.38.** Между полюсами электромагнита создается однородное магнитное поле с индукцией 0,20 Тл. По проводу длиной 1,0 м, помещенному перпендикулярно к направлению магнитного поля, течет ток 100 А. Найти силу, действующую на провод.
- 9.39.** Два прямолинейных длинных параллельных проводника находятся на расстоянии 30 см друг от друга. По проводникам в одном направлении текут токи 40 А и 50 А. Какую работу надо совершить (на единицу длины проводников), чтобы раздвинуть эти проводники до расстояния 50 см?
- 9.40.** Катушка гальванометра, состоящая из 500 витков тонкой проволоки, намотанной на прямоугольный каркас длиной 4,0 см и шириной 3,0 см, подвешена на нити в магнитном поле с индукцией 0,20 Тл. По катушке течет ток 0,20 мА. Найти вращающий момент, действующий на катушку гальванометра, если плоскость катушки параллельна направлению магнитного поля; составляет угол  $60^\circ$  с направлением вектора магнитной индукции.
- 9.41.** В однородном магнитном поле с индукцией 1,0 Тл движется равномерно проводник длиной 20 см. По проводнику течет ток 3,0 А. Скорость движения проводника равна 10 см/с и направлена перпендикулярно к направлению линий магнитной индукции поля. Найти работу перемещения проводника за 10 с и мощность, затраченную на это перемещение.

- 9.42. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 2,0 кВ, влетает в однородное магнитное поле, направление которого перпендикулярно к направлению его движения. Индукция магнитного поля 1,5 мТл. Найти радиус окружности, по которой движется электрон, период обращения и момент импульса электрона при этом.
- 9.43. Поток  $\alpha$ -частиц (ядер атома гелия), ускоренных разностью потенциалов 1,5 МВ, влетает в однородное магнитное поле напряженностью 2,0 кА/м. Скорость каждой частицы направлена перпендикулярно к направлению линий магнитной индукции. Найти силу, действующую на каждую частицу.
- 9.44. Электрон влетает в однородное магнитное поле, направление линий индукции которого перпендикулярно к направлению его движения. Скорость электрона  $2,0 \cdot 10^7$  м/с. Индукция магнитного поля равна 1,5 мТл. Найти тангенциальное и нормальное ускорения электрона в магнитном поле.
- 9.45. Протон и электрон, двигаясь с одинаковой скоростью, влетают в однородное магнитное поле. Во сколько раз радиус кривизны траектории протона больше радиуса кривизны траектории электрона?
- 9.46. Протон и  $\alpha$ -частица с одинаковой скоростью влетают в однородное магнитное поле, направление линий индукции которого перпендикулярно к направлению их движения. Во сколько раз период обращения протона в магнитном поле больше периода обращения  $\alpha$ -частицы?
- 9.47. Магнитное поле напряженностью 12 кА/м и электрическое поле напряженностью 3,0 кВ/м направлены одинаково. Электрон влетает в электромагнитное поле со скоростью  $2,0 \cdot 10^6$  м/с. Найти нормальное и полное ускорения электрона. Задачу решить, если скорость электрона направлена: а) параллельно направлению электрического поля; б) перпендикулярно к направлению электрического поля.
- 9.48. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 12 кВ, влетает в однородное магнитное поле под углом  $30^\circ$  к направлению линий индукции поля и движется по винтовой траекто-

- рии. Индукция магнитного поля составляет 20 мТл. Найти радиус и шаг винтовой траектории.
- 9.49.** Чему равна механическая мощность, развиваемая при перемещении прямолинейного проводника длиной 10 см со скоростью 3,0 м/с в однородном магнитном поле с индукцией 0,20 Тл, если угол между направлением движения проводника и направлением магнитных силовых линий  $90^\circ$ , а величина тока в проводнике 30 А?
- 9.50.** На двух параллельных шинах, расположенных на расстоянии 20 см, лежит толстый проводник массой 200 г. Шины подключены к источнику напряжения, и по проводнику идет ток 10 А. При включении магнитного поля, перпендикулярного к плоскости, в которой находятся шины, проводник приходит в равномерное движение. Определить величину напряженности поля, если коэффициент трения проводника о шины 0,30.
- 9.51.** Электрон, прошедший ускоряющую разность потенциалов 300 В, попал в вакууме в однородное магнитное поле перпендикулярно к силовым линиям и движется по окружности радиусом 5,0 см. Определить величину напряженности магнитного поля.
- 9.52.** По двум параллельным проводам двухпроводной линии длиной 10 м текут противоположно направленные токи величиной 400 А. С какой силой взаимодействуют провода, если расстояние между ними 50 см?

## 10. ЯВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ

- 10.1.** В однородном магнитном поле с индукцией 125,6 мТл вращается стержень с постоянной частотой  $10 \text{ с}^{-1}$  так, что плоскость его вращения перпендикулярна линиям индукции, а ось вращения проходит через один из его концов. Индуцируемая на концах стержня разность потенциалов равна 0,10 мкВ. Определить длину стержня.
- 10.2.** В однородном магнитном поле с индукцией 0,010 Тл под углом  $30^\circ$  к силовым линиям расположена медная квадрат-

ная рамка со стороной длиной 0,50 м. Диаметр провода 0,20 мм. Рамку повернули перпендикулярно полю. Какой заряд протек в рамке?

- 10.3. Сила тока в соленоиде равномерно возрастает от 0 до 10 А за 1,0 мин, при этом соленоид накапливает энергию 20 Дж. Какая ЭДС индуцируется в соленоиде?
- 10.4. Какой длины нужно взять медную проволоку диаметром 1,0 мм, чтобы изготовить однослойный соленоид с индуктивностью 0,010 Гн? Площадь поперечного сечения соленоида  $7,5 \text{ см}^2$ . Сердечник отсутствует.
- 10.5. По соленоиду, имеющему 1000 витков, проходит ток силой 1,0 А. Какова индуктивность соленоида, если магнитный поток, создаваемый током, равен 0,50 мВб?
- 10.6. В однородном магнитном поле с индукцией 1,0 Тл движется прямолинейный проводник длиной 10 см со скоростью 10 м/с. Направление вектора индукции перпендикулярно проводнику и вектору его скорости. Концы проводника соединены гибким проводом вне поля. Общее сопротивление цепи 10 Ом. Определить мощность, необходимую для движения проводника.
- 10.7. С какой скоростью движется перпендикулярно магнитному полю напряженностью 1,0 кА/м прямой проводник длиной 20 см и сопротивлением 0,10 Ом, если при замыкании проводника по нему идет ток силой 0,050 А? Сопротивление замыкающего провода не учитывать. Магнитную проницаемость среды считать равной единице.
- 10.8. В однородном магнитном поле с индукцией 0,20 Тл движется проводник длиной 20 см. Скорость движения проводника равна 10 м/с и направлена перпендикулярно к магнитному полю. Найти индуцированную в проводнике ЭДС.
- 10.9. Катушка диаметром 15 см, состоящая из 300 витков проволоки, находится в магнитном поле. Найти среднюю ЭДС индукции, возникающую в этой катушке, если индукция магнитного поля увеличивается в течение времени 0,10 с от 0 до 2,0 Тл.
- 10.10. Скорость самолета с реактивным двигателем 2350 км/ч. Найти ЭДС индукции, возникающую на концах крыльев та-

кого самолета, если вертикальная составляющая напряженности земного магнитного поля  $39,8 \text{ А/м}$  и размах крыльев самолета равен  $15 \text{ м}$ .

- 10.11.** В однородном магнитном поле, индукция которого  $0,30 \text{ Тл}$ , равномерно вращается катушка, состоящая из  $200$  витков проволоки. Частота ее вращения составляет  $5,0 \text{ с}^{-1}$ , а площадь поперечного сечения –  $0,020 \text{ м}^2$ . Ось вращения перпендикулярна к оси катушки и направлению магнитного поля. Найти максимальную ЭДС индукции во вращающейся катушке.
- 10.12.** В однородном магнитном поле, индукция которого  $0,50 \text{ Тл}$ , равномерно вращается рамка с угловой скоростью  $15 \text{ рад/с}$ . Площадь рамки  $100 \text{ см}^2$ . Ось вращения находится в плоскости рамки и составляет угол  $30^\circ$  с направлением силовых линий магнитного поля. Найти максимальную ЭДС индукции во вращающейся рамке.
- 10.13.** По соленоиду течет ток силой  $1,0 \text{ А}$ . Магнитный поток, пронизывающий поперечное сечение сердечника, равен  $2,0 \text{ мкВб}$ . Определить индуктивность соленоида, если он имеет  $500$  витков.
- 10.14.** Найти индуктивность соленоида, если при скорости изменения силы тока  $20 \text{ А/с}$  среднее значение возникающей ЭДС самоиндукции  $0,040 \text{ В}$ .
- 10.15.** Виток радиусом  $1,0 \text{ см}$  находится в магнитном поле напряженностью  $20 \text{ кА/м}$ . Плоскость витка перпендикулярна линиям индукции поля. Каково сопротивление витка, если при уменьшении напряженности поля до нуля по нему протекает заряд  $1,0 \text{ мКл}$ ?
- 10.16.** Рамка в виде кольца с током силой  $1,0 \text{ А}$  и радиусом  $2,0 \text{ см}$  находится в воздухе в однородном магнитном поле, напряженность которого равна  $75 \text{ А/м}$ . Плоскость рамки составляет угол  $10^\circ$  с вектором напряженности поля. Какую работу надо совершить, чтобы повернуть рамку перпендикулярно полю?
- 10.17.** Прямолинейный проводник с током силой  $5,0 \text{ А}$  и длиной  $1,0 \text{ м}$  вращается со скоростью  $50 \text{ с}^{-1}$  в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, относительно оси, проходящей



- через конец проводника. Напряженность магнитного поля 50 А/м. Определить работу, совершаемую сторонними силами при вращении проводника за 5,0 мин.
- 10.18.** Определить работу внешних сил, совершаемую при перемещении проводника в течение 30 мин, если проводник движется со скоростью 30 км/ч перпендикулярно магнитному полю, напряженность которого 15 А/м. Длина проводника 20 см, по нему течет ток силой 0,50 А. Считать магнитную проницаемость среды равной единице.
- 10.19.** Соленоид без сердечника с обмоткой из проволоки диаметром 1,0 мм имеет длину 1,0 м и поперечное сечение 40 см<sup>2</sup>. Какой силы ток течет по обмотке при напряжении 25 В, если за время  $1,0 \cdot 10^{-3}$  с в обмотке выделяется столько же теплоты, сколько составляет энергия поля соленоида?
- 10.20.** Обмотка соленоида состоит из 500 витков медной проволоки, поперечное сечение которой 1,5 мм<sup>2</sup>. Длина соленоида 30 см; его активное сопротивление 0,30 Ом. Найти индуктивность соленоида.
- 10.21.** Катушка длиной 15 см и диаметром 2,0 см имеет 300 витков. По катушке идет ток 2,0 А. Найти индуктивность катушки и магнитный поток, пронизывающий площадь ее поперечного сечения.
- 10.22.** Круговой контур радиусом 4,0 см помещен в однородное магнитное поле, индукция которого 0,30 Тл. Плоскость контура перпендикулярна к направлению магнитного поля. Активное сопротивление контура 2,0 Ом. Какой электрический заряд пройдет через катушку при повороте ее на угол 90°?
- 10.23.** Квадратная рамка из медной проволоки сечением 1,5 мм<sup>2</sup> помещена в магнитное поле, индукция которого меняется по закону  $B = B_0 \sin \omega t$ , где  $B_0 = 0,050$  Тл,  $\omega = 2\pi/T$  и  $T = 0,020$  с. Площадь рамки 16 см<sup>2</sup>. Плоскость рамки перпендикулярна к направлению магнитного поля. Найти зависимость от времени и наибольшее значение магнитного потока, пронизывающего рамку.
- 10.24.** Через катушку, индуктивность которой равна 30 мГн, течет ток, изменяющийся со временем по закону  $I = I_0 \sin \omega t$ , где

$I_0 = 4,0 \text{ А}$ ,  $\omega = 2\pi/T$  и  $T = 0,020 \text{ с}$ . Найти зависимость от времени ЭДС самоиндукции, возникающей в катушке; энергии магнитного поля катушки.

- 10.25.** Определить работу, совершаемую при перемещении проводника длиной  $0,50 \text{ м}$ , по которому течет ток  $3,0 \text{ А}$ , в перпендикулярном магнитном поле напряженностью  $100 \text{ кА/м}$ , если перемещение проводника составило  $0,20 \text{ м}$ .
- 10.26.** Виток радиусом  $20 \text{ см}$ , по которому течет ток  $10 \text{ А}$ , помещен в магнитное поле с индукцией  $3,0 \text{ Тл}$  так, что его нормаль образует угол  $60^\circ$  с направлением силовых линий. Определить работу, которую нужно совершить, чтобы удалить виток из поля.
- 10.27.** Чему равна индукция однородного магнитного поля, если при вращении в нем прямолинейного проводника длиной  $0,10 \text{ м}$  вокруг одного из его концов с угловой скоростью  $50 \text{ с}^{-1}$ , на концах проводника возникает разность потенциалов  $0,10 \text{ В}$ ?
- 10.28.** Через катушку радиусом  $3,0 \text{ см}$ , содержащую  $300$  витков, проходит постоянный ток  $3,0 \text{ А}$ . Определить индуктивность катушки, если напряженность магнитного поля в ее центре равна  $20 \text{ кА/м}$ .
- 10.29.** Определить энергию магнитного поля соленоида, содержащего  $400$  витков, которые намотаны на картонный каркас радиусом  $3,0 \text{ см}$  и длиной  $0,30 \text{ м}$ , если по нему идет ток силой  $4,0 \text{ А}$ .

## 11. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ \*

- 11.1.** Определить индуктивность соленоида с железным сердечником, магнитный поток и энергию в нем, если по соленоиду длиной  $30 \text{ см}$  течет ток силой  $3,0 \text{ А}$ , диаметр соленоида  $6,0 \text{ см}$  и на каждый сантиметр длины приходится  $10$  витков.

---

\* При выполнении заданий данной темы необходимо пользоваться графической зависимостью магнитной индукции от напряженности магнитного поля  $B=f(H)$ , размещенной в приложении 12.

- 11.2. В соленоид длиной 30 см, имеющий 900 витков, введен магнитный сердечник. Найти намагниченность железа внутри соленоида, если по нему идет ток силой 1,0 А.
- 11.3. По соленоиду длиной 0,50 м, имеющему 250 витков, течет ток силой 5,0 А. Площадь поперечного сечения  $25 \text{ см}^2$ . В соленоид вставлен железный сердечник. Найти энергию магнитного поля соленоида.
- 11.4. На тороиде с железным сердечником имеется 50 витков проволоки общим сопротивлением 10 Ом. Средний диаметр тороида равен 16 см, площадь его поперечного сечения  $10 \text{ см}^2$ . На обмотку подано напряжение 64 В. Определить поток магнитной индукции в тороиде и магнитную проницаемость железа.
- 11.5. Определить намагниченность платины при внесении в магнитное поле напряженностью 10000 А/м. Магнитная восприимчивость платины составляет  $3,0 \cdot 10^{-4}$ .
- 11.6. Какова индукция магнитного поля напряженностью  $5,0 \cdot 10^3$  А/м, если в него поместить хлористое железо? Магнитная восприимчивость хлористого железа составляет 0,0025.
- 11.7. Тороид с железным сердечником, состоящий из 500 плотно прилегающих друг к другу витков провода, имеет средний диаметр 15 см. Поперечное сечение тороида составляет  $7,0 \text{ см}^2$ . Определить магнитный поток в сердечнике при силе тока в обмотке 0,60 А; величину силы тока, при которой магнитный поток в сердечнике составляет  $8,4 \cdot 10^{-4}$  Вб.
- 11.8. Тороид со стальным сердечником имеет 10 витков на каждый сантиметр длины. По обмотке течет ток силой 2,5 А. Вычислить магнитный поток в сердечнике, если площадь его поперечного сечения составляет  $4,0 \text{ см}^2$ .
- 11.9. Кусок железа внесли в магнитное поле напряженностью 1000 А/м. Определить магнитную проницаемость, намагниченность, магнитную восприимчивость железа в данных условиях.
- 11.10. Удельная магнитная восприимчивость висмута равна  $-1,75 \cdot 10^{-8} \text{ м}^3/\text{кг}$ . Определить магнитную проницаемость

висмута и его намагниченность при внесении в магнитное поле напряженностью 1000 А/м. Каким магнетиком является висмут?

- 11.11.** Напряженность магнитного поля в меди составляет  $1,0 \cdot 10^6$  А/м. Найти намагниченность меди, если ее удельная магнитная восприимчивость равна  $1,1 \cdot 10^{-9}$  м<sup>3</sup>/кг. Каким магнетиком является медь?
- 11.12.** В соленоид длиной 100 мм, имеющий 300 плотно прилегающих друг к другу витков провода, введен железный сердечник. По обмотке течет ток силой 1,0 А. Найти намагниченность и магнитную проницаемость внутри железа.
- 11.13.** Ферромагнитный сердечник введен в соленоид длиной 500 мм и площадью поперечного сечения 10,0 см<sup>2</sup>. Обмотка соленоида состоит из 100 витков. При прохождении по виткам тока 0,25 А магнитный поток через поперечное сечение соленоида оказался равным 0,50 Вб. Определить магнитную проницаемость материала сердечника.
- 11.14.** Во сколько раз возрастет намагниченность железа при увеличении напряженности магнитного поля в нем от 100 до 900 А/м?
- 11.15.** Определить плотность энергии магнитного поля в железном сердечнике соленоида, состоящего из 1000 витков, если его длина 60 см, диаметр 50 см. Сила тока в обмотке 1,0 А.
- 11.16.** При некоторой силе тока плотность энергии магнитного поля соленоида без сердечника равна 0,20 Дж/м<sup>3</sup>. Во сколько раз увеличится плотность энергии поля при той же силе тока, если в соленоид вставить железный сердечник?
- 11.17.** На стальной сердечник сечением 4,0 см<sup>2</sup> намотан соленоид, содержащий 1000 витков, по которым течет ток силой 5,0 А. Определить индуктивность соленоида при этих условиях, если напряженность магнитного поля внутри соленоида составляет 2,0 кА/м.
- 11.18.** На железный сердечник сечением 5,0 см<sup>2</sup> и длиной 30 см намотан соленоид, содержащий 500 витков медной проволоки сечением 1,0 мм<sup>2</sup>. Чему равна индуктивность соленоида при подключении его к источнику с ЭДС 1,26 В? Внутрен-

ним сопротивлением аккумулятора и сопротивлением подводящих проводов пренебречь.

- 11.19.** Постоянный магнит имеет вид кольца с узким зазором между полюсами. Средний диаметр кольца равен 6,0 см, ширина зазора 2,0 мм. Магнитная индукция поля в зазоре составляет 1,2 Тл. Пренебрегая рассеянием поля на краях зазора, найти модули векторов напряженности магнитного поля и намагниченности внутри вещества.
- 11.20.** На железном сердечнике в виде тора со средним диаметром 5,0 см имеется обмотка с общим числом витков, равным 500. В сердечнике сделана узкая поперечная прорезь шириной 1,5 мм. При токе через обмотку, равном 2,0 А, магнитная индукция в прорези равна 1,7 Тл. Пренебрегая рассеянием поля на краях прорези, найти магнитную проницаемость железа в этих условиях.
- 11.21.** Тороидальный сердечник электромагнита со средним диаметром 50 см имеет зазор длиной 1,5 мм. Обмотка тороида равномерно распределена по его длине. Во сколько раз уменьшится индукция магнитного поля в зазоре при том же токе в обмотке, если зазор увеличить в 2,5 раза? Магнитную проницаемость сердечника считать постоянной и равной 800.

## 12. ПРОСТЕЙШИЕ ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

- 12.1.** Конденсатор емкостью 0,30 нФ подключается через сопротивление 500 Ом к источнику постоянного напряжения  $U_0$ . Определить время, по истечении которого разность потенциалов на пластинах конденсатора составит  $0,99U_0$ .
- 12.2.** Конденсатор емкостью 30 мкФ заряжается от батареи с ЭДС 100 В через сопротивление 1,5 МОм. Чему равна постоянная времени цепи? Чему будет равна разность потенциалов на конденсаторе, если с начала зарядки прошло время, численно равное постоянной времени цепи?
- 12.3.** Обкладкам конденсатора емкостью 2,0 мкФ сообщаются разноименные заряды величиной 1,0 мКл. Определить заряд,

- прошедший через сопротивление  $5,0 \text{ кОм}$ , на которое замыкаются обкладки, за  $2,0 \text{ мс}$ .
- 12.4. Конденсатор емкостью  $20 \text{ мкФ}$  заряжается от батареи с ЭДС  $70 \text{ В}$  через сопротивление  $1,0 \text{ МОм}$ . Какой будет разность потенциалов через  $18 \text{ с}$  и  $40 \text{ с}$  после начала зарядки?
  - 12.5. Определить количество теплоты, выделившееся за  $1,5 \text{ мс}$  на сопротивлении  $4500 \text{ Ом}$ , через которое замыкаются обкладки конденсатора емкостью  $3,0 \text{ мкФ}$ . Начальный заряд конденсатора составляет  $5,0 \text{ мКл}$ .
  - 12.6. Конденсатор емкостью  $5,0 \text{ мкФ}$  заряжается от источника постоянного тока с напряжением  $200 \text{ В}$ , затем отключается от него и замыкается на резистор сопротивлением  $0,50 \text{ кОм}$ . Найти напряжение между обкладками через  $0,050 \text{ с}$  после замыкания, а также количество теплоты, выделившееся при этом на резисторе.
  - 12.7. По обмотке электромагнита, сопротивление которого  $10 \text{ Ом}$  и индуктивность  $2,0 \text{ Гн}$ , течет постоянный электрический ток силой  $2,0 \text{ А}$ . Чему равна энергия магнитного поля электромагнита через  $0,10 \text{ с}$  после отключения источника?
  - 12.8. Электрическая лампочка, сопротивление которой в горячем состоянии равно  $10 \text{ Ом}$ , подключается через катушку к аккумулятору с напряжением на зажимах  $12 \text{ В}$ . Индуктивность катушки  $2,0 \text{ Гн}$ , ее сопротивление  $1,0 \text{ Ом}$ . Через какое время после включения лампочка загорится, если она начинает заметно светиться при напряжении на ней  $6,0 \text{ В}$ ?
  - 12.9. Имеется катушка длиной  $20 \text{ см}$  и диаметром  $2,0 \text{ см}$ . Обмотка катушки состоит из  $200$  витков медной проволоки, площадь поперечного сечения которой  $1,0 \text{ мм}^2$ . Катушка включена в цепь с некоторой ЭДС. При помощи переключателя ЭДС выключается, и катушка замыкается накоротко. Через какое время после выключения ЭДС ток в цепи уменьшится в пять раз?
  - 12.10. Катушка индуктивностью  $0,20 \text{ Гн}$  обладает активным сопротивлением  $1,5 \text{ Ом}$ . Во сколько раз уменьшится ток в катушке через время  $0,050 \text{ с}$  после того, как ЭДС выключена и катушка замкнута накоротко?

- 12.11.** Имеется катушка индуктивностью  $0,10$  Гн и сопротивлением  $0,80$  Ом. Определить, во сколько раз уменьшится сила тока в катушке через  $30$  мс, если источник тока отключить и катушку замкнуть накоротко.
- 12.12.** Катушка имеет индуктивность  $0,15$  Гн и активное сопротивление  $10$  Ом. Через какое время после включения в катушке потечет ток, равный половине установившегося?
- 12.13.** Через  $0,050$  с после включения в катушке течет ток, равный четверти установившегося. Найти активное сопротивление катушки, если ее индуктивность  $0,35$  Гн.
- 12.14.** Определить промежуток времени, по истечении которого сила тока замыкания достигнет  $0,90$  предельного значения, если источник тока замыкают на катушку сопротивлением  $15$  Ом и индуктивностью  $0,50$  Гн.
- 12.15.** Определить индуктивность катушки с активным сопротивлением  $25$  Ом, если на нее замкнули источник тока, и через  $0,10$  с сила тока в цепи составила  $0,50$  предельного значения.
- 12.16.** Катушку индуктивностью  $0,60$  Гн подключают к источнику тока. Определить активное сопротивление катушки, если за время  $3,0$  с сила тока через катушку достигает  $80\%$  предельного значения.
- 12.17.** Определить силу тока в цепи через  $0,010$  с после ее размыкания, если сила тока до размыкания составляет  $50$  А. Активное сопротивление цепи равно  $20$  Ом, ее индуктивность –  $0,10$  Гн.
- 12.18.** В электрической цепи, содержащей резистор сопротивлением  $15$  Ом и катушку индуктивностью  $0,050$  Гн, течет ток силой  $20$  А. Определить силу тока в цепи через  $0,15$  с после ее размыкания.
- 12.19.** Соленоид длиной  $0,80$  м имеет однослойную обмотку из алюминиевого провода массой  $400$  г. Определить время релаксации для этого соленоида.
- 12.20.** Цепь состоит из катушки индуктивностью  $0,10$  Гн и источника тока. Источник тока отключили, не разрывая цепи. Время, через которое сила тока уменьшилась до  $0,020$  первоначального значения, равно  $0,050$  с. Определить активное сопротивление катушки.

- 12.21.** Источник тока замкнули на катушку с активным сопротивлением 10 Ом и индуктивностью 0,25 Гн. Через какое время сила тока в цепи достигнет 75 % максимального значения?

### **13. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ. ПЕРЕМЕННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК**

- 13.1.** Колебательный контур состоит из конденсатора электроемкостью 200 пФ и катушки индуктивностью 0,50 мкГн (без сердечника). Определить период собственных электромагнитных колебаний контура.
- 13.2.** Определить период собственных электромагнитных колебаний контура, если в катушку введен ферритовый сердечник с магнитной проницаемостью 1000. Электроемкость конденсатора 100 пФ, индуктивность катушки без сердечника 0,80 мкГн.
- 13.3.** Колебательный контур, состоящий из катушки индуктивности и конденсатора электроемкостью 500 пФ, имеет период колебаний 0,50 мкс. Найти энергию колебательного контура, если максимальная сила тока, протекающего по катушке индуктивности, равна 0,10 А.
- 13.4.** Определить частоту колебаний, возникающих в колебательном контуре, состоящем из параллельно соединенных конденсатора электроемкостью 300 пФ и катушки индуктивности (без сердечника) длиной 20 см, сечением  $2,0 \text{ см}^2$ , содержащей 1000 витков.
- 13.5.** Найти максимальное напряжение на обкладках конденсатора в колебательном контуре, если электроемкость конденсатора 6,0 пФ, индуктивность катушки 0,50 мГн, максимальная сила тока 20 А.
- 13.6.** Колебательный контур состоит из конденсатора и катушки индуктивности. Определить частоту колебаний, возникающих в контуре, если максимальная сила тока в катушке индуктивности равна 1,2 А, максимальная разность потенциалов на обкладках конденсатора составляет 1200 В, энергия контура равна 1,1 мДж.



- 13.7.** Колебательный контур состоит из катушки с индуктивностью  $5,0$  мГн и плоского конденсатора. Расстояние между обкладками конденсатора  $4,0$  мм, площадь обкладок  $2,0$  см<sup>2</sup>, диэлектрик – слюда. Как изменится период колебаний в контуре, если в качестве диэлектрика взять эбонит?
- 13.8.** Колебательный контур, состоящий из катушки индуктивности и конденсатора электроемкостью  $1,0$  нФ, имеет частоту колебаний  $5,0$  МГц. Найти максимальную силу тока, протекающего по катушке, если энергия контура  $0,50$  мкДж.
- 13.9.** На какой диапазон частот можно настроить колебательный контур, если его индуктивность  $5,0$  мГн, а емкость может меняться от  $50$  пФ до  $1000$  пФ?
- 13.10.** Какую индуктивность надо включить в колебательный контур, чтобы при емкости  $10$  мкФ получить частоту электромагнитных колебаний  $20000$  Гц?
- 13.11.** Катушка с индуктивностью  $10$  мкГн присоединена к плоскому конденсатору с площадью пластин  $0,030$  м<sup>2</sup> и расстоянием между ними  $0,10$  мм. Найти диэлектрическую проницаемость среды, заполняющей пространство между пластинами, если контур настроен на длину волны  $750$  м.
- 13.12.** Уравнение изменения со временем разности потенциалов на обкладках конденсатора в колебательном контуре имеет вид  $U = 50 \cos 10000\pi t$  В. Емкость конденсатора  $0,20$  мкФ. Найти период колебаний, индуктивность контура, закон изменения со временем силы тока в цепи и длину волны, соответствующую этому контуру.
- 13.13.** Уравнение изменения со временем тока в колебательном контуре имеет вид  $I = 0,020 \sin 200\pi t$  А. Индуктивность контура  $0,20$  Гн. Найти период колебаний, емкость контура, максимальную энергию магнитного поля и максимальную энергию электрического поля.
- 13.14.** Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью  $0,20$  мкФ и катушки с индуктивностью  $7,5$  мГн. При каком логарифмическом декременте затухания разность потенциалов на обкладках конденсатора за время  $5,0$  мс уменьшится в три раза? Каково при этом активное сопротивление контура?

- 13.15.** Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью 800 нФ, катушки с индуктивностью 20 мГн и активным сопротивлением 2,0 Ом. Во сколько раз уменьшится разность потенциалов на обкладках конденсатора за один период колебаний?
- 13.16.** Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью 40 нФ и катушки длиной 40 см из медной проволоки диаметром 0,50 мм. Найти логарифмический декремент затухания колебаний.
- 13.17.** Резонансная частота колебательного контура, состоящего из последовательно соединенных конденсатора и катушки индуктивности, равна 10 кГц. Определить индуктивность катушки, если полное сопротивление, оказываемое этим контуром переменному току частотой 1,0 кГц, равно 2,0 кОм, а активное сопротивление катушки составляет 8,0 Ом.
- 13.18.** Определить частоту собственных колебаний колебательного контура, который состоит из конденсатора емкостью 5,0 мкФ и катушки длиной 0,10 м и радиусом 2,0 см, содержащей 300 витков, если относительная магнитная проницаемость среды, заполняющей катушку, равна 1,0, а активным сопротивлением катушки можно пренебречь.
- 13.19.** Определить частоту собственных колебаний колебательного контура, содержащего конденсатор емкостью 1,5 мкФ, если максимальная разность потенциалов на его обкладках достигает 80 В, а максимальный ток в катушке равен 25 мА. Активным сопротивлением катушки пренебречь.
- 13.20.** Определить добротность колебательного контура, состоящего из конденсатора емкостью 5,0 мкФ, катушки с индуктивностью 0,20 мГн и активным сопротивлением 1,5 Ом.
- 13.21.** Определить активное сопротивление колебательного контура, индуктивность которого 1,0 Гн, если через 0,10 с амплитудное значение разности потенциалов на обкладках конденсатора уменьшилось в 5,0 раз.
- 13.22.** Во сколько раз уменьшится разность потенциалов на обкладках конденсатора за один период колебаний в контуре, если емкость катушки 0,40 мкФ, индуктивность катушки 0,010 Гн, активное сопротивление контура 2,5 Ом.

- 13.23.** Колебательный контур состоит из конденсатора с емкостью  $0,20 \text{ мкФ}$  и катушки с индуктивностью  $5,5 \text{ мГн}$ . При каком логарифмическом декременте затухания разность потенциалов на обкладках конденсатора уменьшится в три раза через  $1,0 \text{ мс}$ ? Определите сопротивление контура при данных условиях.
- 13.24.** Колебательный контур содержит конденсатор емкостью  $1,1 \text{ нФ}$ , катушку с индуктивностью  $5,0 \text{ мГн}$ . Логарифмический декремент затухания контура равен  $0,0050$ . За какое время вследствие затухания потеряется  $99 \%$  энергии контура?
- 13.25.** Определить логарифмический декремент затухания колебательного контура, если емкость входящего в него конденсатора  $2000 \text{ пФ}$ , индуктивность катушки  $0,15 \text{ мГн}$ , если на поддержание в этом контуре незатухающих колебаний с амплитудным напряжением  $0,90 \text{ В}$  требуется мощность  $1,0 \text{ мкВт}$ .
- 13.26.** Колебательный контур состоит из катушки с индуктивностью  $100 \text{ мкГн}$ , конденсатора емкостью  $4,0 \text{ мкФ}$  и активного сопротивления  $0,50 \text{ Ом}$ . Для создания в нем незатухающих колебаний на конденсаторе необходимо поддерживать напряжение  $10 \text{ В}$ . Какую мощность следует подводить при этом к контуру?
- 13.27.** Катушка длиной  $25 \text{ см}$  и площадью поперечного сечения  $4,0 \text{ см}^2$  включена в цепь переменного тока частотой  $50 \text{ Гц}$ . Число витков катушки  $2000$ . Найти активное сопротивление катушки, если сдвиг фаз между напряжением и током равен  $45^\circ$ .
- 13.28.** Обмотка катушки состоит из  $1000$  витков медной проволоки, площадь поперечного сечения которой  $2,0 \text{ мм}^2$ . Длина катушки  $25 \text{ см}$ , ее диаметр –  $2,0 \text{ см}$ . При какой частоте переменного тока полное сопротивление катушки вдвое больше ее активного сопротивления?
- 13.29.** Два конденсатора с емкостями  $0,50 \text{ мкФ}$  и  $0,20 \text{ мкФ}$  включены последовательно в цепь переменного тока с напряжением  $220 \text{ В}$  и частотой  $50 \text{ Гц}$ . Найти силу тока в цепи и падения потенциалов на первом и втором конденсаторах.

- 13.30.** Катушка длиной 50 см и радиусом 1,0 см имеет обмотку из 2000 витков медной проволоки, площадь поперечного сечения которой  $1,0 \text{ мм}^2$ . Катушка включена в цепь переменного тока частотой 50 Гц. Какую часть полного сопротивления катушки составляют активное сопротивление и индуктивное сопротивление?
- 13.31.** Конденсатор емкостью 20 мкФ и резистор сопротивлением 150 Ом включены последовательно в цепь переменного тока частотой 50 Гц. Какую часть напряжения, приложенного к этой цепи, составляют падения напряжения на конденсаторе и на резисторе?
- 13.32.** Конденсатор и электрическая лампочка соединены последовательно и включены в цепь переменного тока напряжением 380 В и частотой 50 Гц. Какую емкость должен иметь конденсатор для того, чтобы через лампочку протекал ток 0,50 А и падение потенциала на ней было равным 220 В?
- 13.33.** Катушка с активным сопротивлением 20 Ом и некоторой индуктивностью включена в цепь переменного тока напряжением 220 В и частотой 50 Гц. Найти индуктивность катушки, если известно, что катушка поглощает мощность 500 Вт и сдвиг фаз между напряжением и током  $45^\circ$ .
- 13.34.** В цепь переменного тока напряжением 220 В и частотой 50 Гц включены последовательно емкость 50 мкФ, сопротивление 200 Ом и индуктивность 0,50 Гн. Найти силу тока в цепи и падения напряжения на емкости, сопротивлении и индуктивности.
- 13.35.** Индуктивность 50 мГн и активное сопротивление включены параллельно в цепь переменного тока частоты 50 Гц. Найти сопротивление, если известно, что сдвиг фаз между напряжением и током составляет  $30^\circ$ .
- 13.36.** Активное сопротивление и индуктивность соединены параллельно и включены в цепь переменного тока напряжением 220 В и частотой 50 Гц. Найти сопротивление и индуктивность, если известно, что цепь поглощает мощность 500 Вт и сдвиг фаз между напряжением и током равен  $60^\circ$ .
- 13.37.** В цепь переменного тока напряжением 220 В включены последовательно емкость, сопротивление и индуктивность.

Найти падение напряжения на сопротивлении, если падение напряжения на конденсаторе в три раза, а на индуктивности в пять раз выше напряжения на сопротивлении.

- 13.38.** Определить эффективное значение синусоидального тока, если его среднее значение за половину периода равно 5,0 А.
- 13.39.** Конденсатор емкостью 10 мкФ и активное сопротивление 50 Ом включены параллельно в цепь переменного тока с напряжением 120 В и частотой 50 Гц. Определить максимальное и эффективное значения тока, сдвиг фаз между током и напряжением, а также активную мощность.
- 13.40.** Определить эффективное значение тока, активную мощность и сдвиг фаз между током и напряжением, если активное сопротивление 50 Ом и конденсатор емкостью 10 мкФ включены последовательно в цепь переменного тока напряжением 120 В и частотой 50 Гц.
- 13.41.** По  $RC$ -цепи (рис. 1.82) протекает синусоидальный ток с амплитудным значением 2,82 А, частотой 50 Гц. Найти мгновенные значения приложенного к цепи напряжения, напряжений на конденсаторе и резисторе, если сопротивление резистора 50 Ом, емкость конденсатора 31,8 мкФ.
- 13.42.** Для определения параметров катушки измерены подведенное к катушке напряжение и ток в ней (рис. 1.83) при  $\nu_1 = 0$  Гц,  $U_1 = 200$  В,  $I_1 = 2,0$  А;  $\nu_2 = 500$  Гц,  $U_2 = 200$  В,  $I_2 = 1,0$  А. Рассчитать  $R, L$  и показание амперметра при  $\nu_3 = 1000$  Гц,  $U_3 = 200$  В.

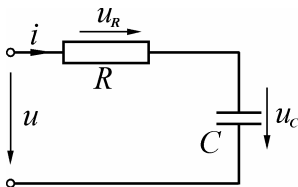


Рис. 1.82

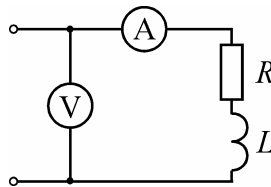


Рис. 1.83

- 13.43.** В цепь переменного тока с эффективным напряжением 220 В подключены последовательно катушка индуктивностью 1,5 Гн и активным сопротивлением 5,0 Ом и конденса-

тор емкостью 1,0 мкФ. Определить величины эффективного тока и активной мощности.

- 13.44. В схеме на рис. 1.84 протекающий ток частотой 300 Гц отстает от приложенного к цепи напряжения на  $45^\circ$ , сопротивление резистора 100 Ом, емкость конденсатора 3,18 мкФ. Определить индуктивность, приложенное напряжение  $\dot{U}_{ac}$  и ток в цепи, если  $\dot{U}_{ab} = 200$  В. Записать выражение для комплексного сопротивления цепи.

- 13.45. При каком значении емкости конденсатора в цепи (рис. 1.85) ток в ветви с катушкой будет в три раза больше тока в ветви с конденсатором? Определить комплексные значения входного сопротивления и входной проводимости. Исходные данные:  $R_1 = 10$  Ом,  $R_2 = 5,0$  Ом,  $L = 1,28$  мГн,  $\nu = 600$  Гц.

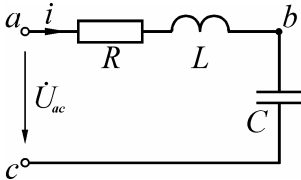


Рис. 1.84

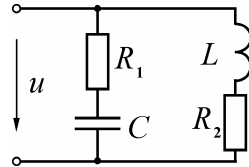


Рис. 1.85

- 13.46. В сеть с напряжением 220 В и частотой 50 Гц включена катушка с активным сопротивлением 24 Ом и индуктивностью 66,2 мГн (рис. 1.86). Определить комплекс тока, величину полной, активной и реактивной мощностей, а также коэффициент мощности.

- 13.47. В сеть с напряжением 380 В включены последовательно батарея конденсаторов емкостью 190 мкФ и резистор с сопротивлением 10 Ом (рис. 1.87). Определить комплекс тока, активную, реактивную и полную мощности цепи.

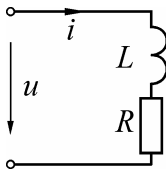


Рис. 1.86

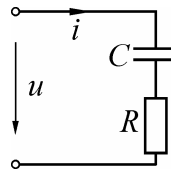


Рис. 1.87

- 13.48.** По данным задачи 13.42 определить активную, реактивную и полную мощности цепи переменного тока.
- 13.49.** Катушка с активным сопротивлением 12 Ом и индуктивностью 51 мГн соединена последовательно с конденсатором, емкость которого 1590 мкФ (рис. 1.88). Найти ток, напряжения, мощности катушки, конденсатора и всей цепи. Напряжение на входе 127 В, частота 50 Гц.
- 13.50.** В сеть с напряжением 127 В включены последовательно катушка с активным сопротивлением 12 Ом и индуктивностью 159 мГн, а также батарея конденсаторов, емкость которой равна 127 мкФ (рис. 1.89). Определить ток в цепи. Записать выражение для мгновенных значений напряжения катушки, если напряжение сети изменяется по закону  $u = 127\sqrt{2} \sin 314t$ .

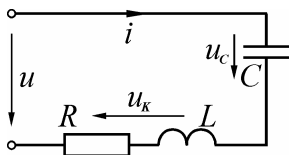


Рис. 1.88

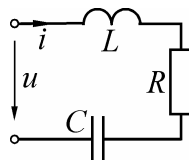


Рис. 1.89

- 13.51.** В сеть с напряжением 220 В и частотой 50 Гц включены последовательно катушка с активным сопротивлением 10 Ом и индуктивным сопротивлением 30 Ом, а также конденсатор, емкость которого равна 290 мкФ. Определить ток, напряжения на зажимах катушки и конденсатора. Вычислить активную мощность и реактивные мощности катушки и конденсатора, а также мощность всей цепи.
- 13.52.** Напряжение на зажимах электрической цепи схемы (рис. 1.90) изменяется по закону  $u = 179 \sin 1256t$ . Определить действующие значения токов схемы, записать выражение для мгновенных значений тока в неразветвленной части цепи и построить векторную диаграмму, если  $R_1 = 20$  Ом,  $L_2 = 40,4$  мГн.
- 13.53.** Найти токи в схеме (рис. 1.91) при условии, что подведенное напряжение равно 380 В, а сопротивления ее участков при частоте 50 Гц равны:  $R_1 = 20$  Ом,  $R_2 = 16$  Ом,  $X_C = 12$  Ом.

Определить напряжение на участках  $db$  и  $ad$ , а также входное сопротивление и входную проводимость схемы.

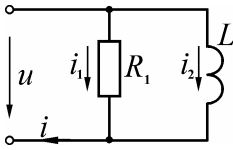


Рис. 1.90

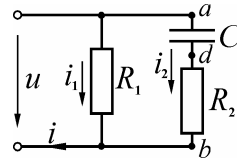


Рис. 1.91

**13.54.** К входным зажимам цепи (рис. 1.92) приложено напряжение  $u = 282 \sin(\omega t + 30^\circ)$  В. Ток, протекающий через конденсатор,  $i = 1,41 \cos \omega t$  А. Емкостное сопротивление конденсатора составляет 147 Ом, индуктивное катушки – 100 Ом. Определить комплексное сопротивление, заменяющее сопротивление  $Z$  и состоящее из последовательно соединенных активного и реактивного сопротивлений. Рассчитать токи  $\dot{I}_1$  и  $\dot{I}_2$ .

**13.55.** Сопротивления цепи схемы на рис. 1.93 при заданной частоте источника питания равны: активное 10 Ом, емкостное конденсатора 10 Ом, индуктивное катушки 5,0 Ом. Определить указанные на рисунке токи при напряжении 50 В.

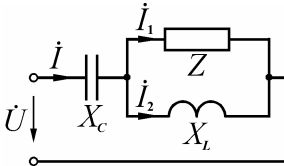


Рис. 1.92

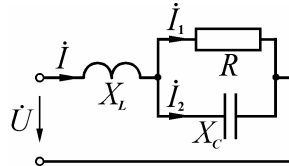


Рис. 1.93

**13.56.** Показание амперметра в первой ветви схемы (рис. 1.94) равно 6,0 А, во второй 3,0 А. Амперметр в неразветвленной части цепи показывает 8,0 А. Найти числовые значения сопротивлений  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $X_L$ , если напряжение на входе схемы 220 В.

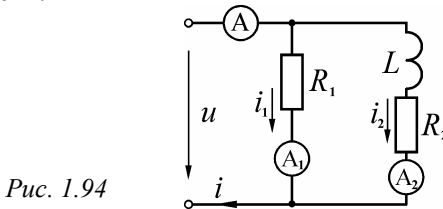


Рис. 1.94



## Раздел 2. ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ

### 14. ВОЛНЫ

Под **волной** понимают разнообразные физические процессы, при которых совершаются периодические изменения какой-либо физической величины во времени и пространстве. Волны бывают **продольные** и **поперечные**. Если изменения физической величины совершаются в направлении распространения возмущения, то такая волна называется **продольной**. **Поперечной** называется волна, у которой колебания совершаются в направлении, перпендикулярном направлению ее распространения.

Основное свойство всех волн, независимо от их природы, состоит в том, что в волне **осуществляется перенос энергии без переноса вещества**.

Геометрическое место точек, до которых дошло возмущение к данному моменту времени, называется **фронтом волны**. Геометрическое место точек, в которых переменная величина в данный момент имеет одинаковую фазу, называется **волновой поверхностью**. В зависимости от формы волновой поверхности (фронта волны) выделяют **плоские** и **сферические волны**. Волновая поверхность плоских волн – плоская, сферических – сферическая.

**Уравнением волны** называют выражение, которое определяет переменную величину как функцию времени и пространственных координат:

$$s = f(t, x, y, z). \quad (14.1)$$

Эта функция является периодической относительно времени и координат.

Волны, у которых волновой фронт перемещается с определенной скоростью, называются **бегущими**. С бегущими волнами связан направленный перенос энергии и импульса. Уравнение плоской бегущей волны, которая распространяется вдоль оси  $Ox$ , имеет вид:

$$s(x, t) = s_0 \cos \left[ \omega \left( t \mp \frac{x}{v} \right) \right], \quad (14.2)$$

где  $s_0$  – **амплитуда (максимальное значение)** переменной величины  $s$ ; выражение  $\omega\left(t \mp \frac{x}{v}\right)$ , стоящее под знаком косинуса, называется **фазой волны**;  $x$  – расстояние от начала координат до данной точки;  $\omega$  – циклическая частота.

Циклическая частота связана с периодом  $T$  или линейной частотой колебаний  $\nu$  соотношением:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu. \quad (14.3)$$

Знак « $\rightarrow$ » или « $\leftarrow$ » в (14.2) соответствует волнам, распространяющимся в положительном или отрицательном направлениях оси  $Ox$  соответственно. Уравнение (14.2) может быть также записано в виде:

$$s(x, t) = s_0 \cos(\omega t \mp kx), \quad (14.4)$$

где величина  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число.

**Волновое число** равно числу волн, укладываемых в отрезке длины, равном  $2\pi$  метров.

Под **длиной волны**  $\lambda$  (рис. 2.1) понимают минимальное расстояние между точками, в которых переменная величина колеблется в одинаковой фазе, или расстояние, которое проходит волна за время, равное периоду:

$$\lambda = vT. \quad (14.5)$$

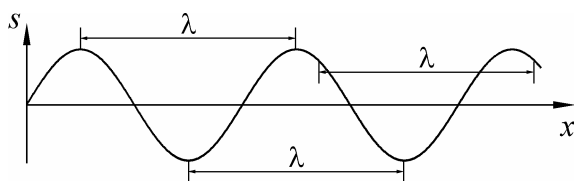


Рис. 2.1

Волна постоянной частоты называется **монохроматической**. Волна, описываемая уравнениями (14.2) или (14.4), является **плоской бегущей монохроматической волной** – волновая поверхность которой в каждый момент времени является частью плоскости.

Уравнение **сферической бегущей монохроматической волны** (волновая поверхность в каждый момент времени представляет собой концентрические сферы) можно представить в виде:

$$s = \frac{s_0}{r} \cos(\omega t \mp kr), \quad (14.6)$$

где  $s_0/r$  – амплитуда волны, уменьшающаяся обратно пропорционально расстоянию от источника; знак « $\rightarrow$ » соответствует волне, распространяющейся от центра (такая волна будет расходящейся), знак « $+$ » соответствует волне, сходящейся к центру (такая волна будет сходящейся).

Скорость распространения монохроматической волны представляет собой **фазовую скорость**, то есть скорость перемещения точек постоянной фазы. Она определяется через циклическую частоту  $\omega$  и волновое число  $k$  :

$$v = \frac{\omega}{k}. \quad (14.7)$$

При переходе волны из одной среды в другую ее частота не изменяется. Поэтому из соотношения (14.7) следует, что при изменении фазовой скорости изменяется длина волны и, соответственно, ее волновое число.

**Волновой пакет** – занимающее ограниченный объем и перемещающееся в пространстве волновое поле. Он представляет собой суперпозицию мало отличающихся друг от друга по длине волны и направлению распространения монохроматических волн, обладающих близкими частотами (рис. 2.2).

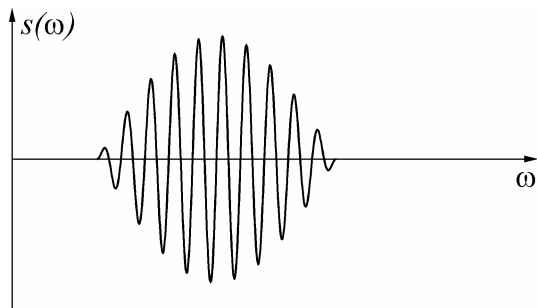


Рис. 2.2

Под **групповой скоростью** понимают скорость распространения монохроматических составляющих волнового пакета, имеющих максимальную амплитуду или энергию. Групповая скорость численно равна отношению изменения частоты  $d\omega$  к соответствующему изменению волнового числа  $dk$  :

$$u = \frac{d\omega}{dk}. \quad (14.8)$$

Связь между фазовой и групповой скоростью устанавливается с помощью формулы Рэлея:

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}. \quad (14.9)$$

Из соотношения (14.9) следует, что, если  $dv/d\lambda > 0$  (случай нормальной дисперсии – смотри главу 22), то групповая скорость меньше, а если  $dv/d\lambda < 0$  (случай аномальной дисперсии), то групповая скорость больше фазовой. При отсутствии дисперсии, например в среде для монохроматических волн или в вакууме для электромагнитных волн,  $dv/d\lambda = 0$  – фазовая скорость равна групповой.

В общем случае для волнового процесса связь между изменением величины  $s$  во времени и пространстве устанавливается с помощью **волнового уравнения**:

$$\nabla^2 s = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 s}{\partial t^2}, \quad (14.10)$$

где  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  – **оператор Лапласа**. (14.11)

В соответствии с **принципом суперпозиции** при *одновременном распространении нескольких волн результирующая амплитуда волны, возникающей при их сложении, будет равна геометрической сумме амплитуд складываемых волн.*

Для волн очень большой амплитуды принцип суперпозиции может нарушаться.

При сложении волн одинаковой частоты и амплитуды, распространяющихся навстречу друг другу (обычно при отражении волн от преград), возникают **стоячие волны**.

**Уравнение стоячих волн**, возникающих вдоль оси  $OX$ , имеет вид:

$$s = 2s_0 \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \cos \omega t. \quad (14.12)$$

Множитель  $\cos \omega t$  показывает, что колебания точек среды с различными координатами осуществляются синфазно, то есть в одинаковой фазе ( $\cos \omega t > 0$ ) либо в противофазе ( $\cos \omega t < 0$ ) с колебаниями источника волны. Множитель  $2s_0 \cos(2\pi x/\lambda)$  представляет собой амплитуду стоячей волны, которая изменяется по гармоническому закону вдоль направления  $OX$ , однако имеет постоянное значение для данной точки.

В стоячей волне **нет направленного переноса энергии**. При стационарном распределении энергии вдоль направления  $OX$  рассматривают характерные точки – **узлы стоячей волны** (встречные бегущие волны приходят в противофазе, гасят друг друга, поэтому частицы среды в этом месте колебаний не совершают) и **пучности** (встречные бегущие волны приходят в одинаковых фазах и усиливают друг друга, поэтому частицы среды в этом месте колеблются с максимальной амплитудой  $2s_0$ ).

Расстояние между двумя соседними узлами или пучностями (равно половине длины бегущей волны  $\lambda/2$ ) называется **длиной стоячей волны**.

В струне, стержне или воздушной трубе длиной  $l$  на концах происходят многократные отражения волн. В этом случае стоячая волна стационарной формы может существовать лишь при определенных условиях.

Если оба конца струны или стержня закреплены или не закреплены (в воздушной трубе – закрыты или открыты торцы с обеих сторон) (рис. 2.3 *а* и *б*), то могут образовываться только такие стоячие волны, для которых на длине  $l$  укладывается целое число полуволн длины бегущей волны. В первом случае на концах (торцах) будут наблюдаться узлы, а во втором – пучности:

$$m \frac{\lambda}{2} = l, \quad (m = 1, 2, \dots). \quad (14.13)$$

Если один из концов струны или стержня закреплен (для воздушной трубы – закрыт один из торцов) (рис. 2.3 *в*), то стоячие

волны образуются, если на длине  $l$  укладывается нечетное число четвертей длин волн бегущей волны. При этом на закрепленном конце (закрытом торце) будет находиться узел, а на свободном – пучность:

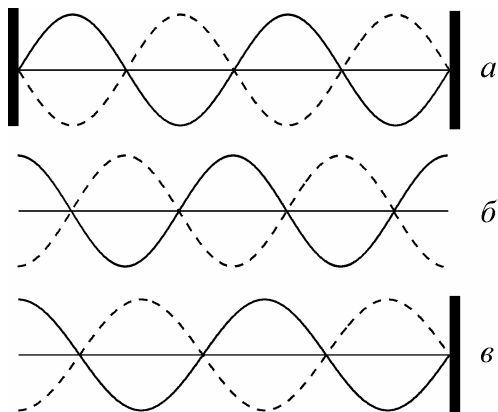


Рис. 2.3

$$(2m + 1) \frac{\lambda}{4} = l, \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (14.14)$$

**Скорости распространения монохроматических волн в различных средах** можно рассчитать из следующих выражений:

*продольных волн в неограниченной упругой среде:*

$$v = \sqrt{K/\rho}, \quad (14.15)$$

где  $K$  – модуль всестороннего сжатия,  $\rho$  – плотность среды;

*продольных волн в тонких стержнях:*

$$v = \sqrt{E/\rho}, \quad (14.16)$$

где  $E$  – модуль упругости (модуль Юнга),  $\rho$  – плотность стержня;

*поперечных (сдвиговых) волн в неограниченной упругой среде:*

$$v = \sqrt{G/\rho}, \quad (14.17)$$

где  $G$  – модуль сдвига,  $\rho$  – плотность среды;

*поперечных волн в натянутой нити (струне):*

$$v = \sqrt{F/(S\rho)}, \quad (14.18)$$

где  $F$  – сила, растягивающая нить;  $S$  – площадь поперечного сечения нити,  $\rho$  – плотность среды.

Последнее выражение (14.18) справедливо лишь в случае, когда напряжение, вызванное сдвигом, мало по отношению к напряжению, вызванному растягивающей силой.

Для характеристики энергии волны используется понятие **объемной плотности энергии**, которая равна отношению энергии волны  $dW$  в некотором объеме к величине этого объема  $dV$  :

$$w = \frac{dW}{dV}. \quad (14.19)$$

Среднее значение объемной плотности энергии волны, имеющей амплитуду  $s_0$  и циклическую частоту  $\omega$  и распространяющейся в упругой среде, равно

$$\langle w \rangle = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} w(t) dt = \frac{1}{2} \rho s_0^2 \omega^2, \quad (14.20)$$

где  $\tau$  – промежуток времени, в течение которого производится усреднение (выбирается много большим периода колебаний волны  $\tau \gg 2\pi/\omega$ ).

**Поток энергии волны** равен мощности, переносимой волной через некоторую площадку:

$$\Phi = \frac{dW}{dt}. \quad (14.21)$$

Соответственно, **среднее по времени значение потока энергии волны** будет равно:

$$\langle \Phi \rangle = \frac{W}{t}. \quad (14.22)$$

**Вектором плотности потока энергии  $\vec{J}$  (вектором Умова)** называется вектор, модуль которого равен отношению потока, переносимого некоторой волной через площадку, ориентированную перпендикулярно направлению ее распространения, к площади этой площадки:

$$\vec{J} = \frac{\Phi}{\Delta S} \vec{j}, \quad (14.23)$$

где  $\vec{j}$  – единичный вектор, ориентированный вдоль направления распространения волны.

Вектор Умова может быть также выражен через фазовую скорость и объемную плотность энергии волны:

$$\vec{J} = \omega \vec{j} . \quad (14.24)$$

Среднее по времени значение модуля вектора Умова  $J$  называют **интенсивностью волны**  $I$ :

$$I = \langle J \rangle = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} J(t) dt , \quad (14.25)$$

где  $\tau$  – некоторый промежуток времени, значительно больший периода колебаний ( $\tau \gg 2\pi/\omega$ ).

Для **монохроматической волны, распространяющейся в упругой среде, интенсивность** равна

$$I = \rho s_0^2 \omega^2 v , \quad (14.26)$$

где  $\rho$  – плотность среды, в которой распространяется волна.

При распространении волн в поглощающей среде их интенсивность уменьшается в соответствии с **законом Бугера**:

$$I = I_0 e^{-\beta x} , \quad (14.27)$$

где  $\beta$  – показатель поглощения,  $I_0$  – начальная интенсивность плоских волн,  $I$  – интенсивность волн после прохождения расстояния  $x$  в среде.

## 15. ЗВУКОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ

Механические колебания в интервале частот 16 – 20000 Гц называются **звуковыми**. Соответствующие им упругие волны в среде (как правило, в воздухе) называются **звуком**. Волны с частотой меньшей 16 Гц называются **инфразвуком**, а с частотой большей 20000 Гц – **ультразвуком**.

Характеристиками звука являются высота, тембр и сила звука. **Высота звука** определяется частотой звуковых колебаний. **Тембр звука** определяется соотношением амплитуд обертонов (то есть колебаний, частота которых кратна частоте основного тона) и амплитуды основного тона.

**Сила звука** – это интенсивность звуковой волны (среднее значение модуля вектора Умова).



Наименьшее значение силы звуковых волн  $I_0$ , воспринимаемых ухом человека, называется **порогом слышимости**. Величине  $I_0$  соответствует некоторое значение **минимального звукового давления**  $\Delta p_0$ , вызывающего звуковые ощущения. Порог слышимости зависит от частоты звука. Наибольшая чувствительность человеческого уха наблюдается для волн с частотой 1000 – 4000 Гц. В частности, для частоты 3000 Гц порог слышимости составляет  $I_0 = 1,0 \cdot 10^{-12}$  Вт/м<sup>2</sup>. Это значение принято считать **порогом слышимости**. Соответствующее ему минимальное звуковое давление равно  $\Delta p_0 = 1,0 \cdot 10^{-5}$  Па.

Для сравнения силы звуковых волн пользуются величиной, называемой **уровнем громкости**, равной десятичному логарифму отношения интенсивности  $I$  данной звуковой волны к величине  $I_0$ :

$$L = \lg \frac{I}{I_0} \quad (15.1)$$

или

$$L = \lg \frac{\Delta p}{\Delta p_0}, \quad (15.2)$$

где  $\Delta p$  – звуковое давление в данном волновом процессе.

*Единица измерения громкости*, определяемой из (15.1), называется *белом* (Б). Один бел громкости имеет волна, интенсивность которой превосходит в 10 раз пороговое значение. На практике пользуются единицей измерения в 10 раз меньшей бела – *децибелом* (дБ). Уровень громкости в децибелах определяется выражением:

$$L = 10 \lg \frac{I}{I_0} = 10 \lg \frac{\Delta p}{\Delta p_0}. \quad (15.3)$$

В газах возможно распространение только продольных звуковых волн, скорость которых определяется выражением:

$$v = \sqrt{p\gamma/\rho}, \quad (15.4)$$

где  $p$  и  $\rho$  – соответственно давление и плотность газа, невозмущенного волной,  $\gamma$  – отношение теплоемкостей газа при постоянном давлении и постоянном объеме:  $\gamma = c_p/c_V$ .

Выражение для скорости распространения продольных звуковых волн в идеальном газе имеет вид:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}, \quad (15.5)$$

где  $R$  – универсальная газовая постоянная;  $M$  – молярная масса газа,  $T$  – термодинамическая температура.

Связь между интенсивностью звуковой волны и амплитудой давления  $(\Delta p)_{\max}$  (разностью между давлением в волновом поле и давлением в той же среде при отсутствии волнового процесса):

$$I = \frac{(\Delta p)_{\max}^2}{2\rho v}. \quad (15.6)$$

**Эффект Доплера** состоит в том, что воспринимаемая частота звука зависит от относительного движения источника волн и наблюдателя (приемника), воспринимающего эти волны.

В случае движения источника звука частоты  $\nu_0$  со скоростью  $v'$  воспринимаемая наблюдателем частота будет равна

$$\nu = \nu_0 \frac{1}{1 \pm v'/v}. \quad (15.7)$$

В случае движения наблюдателя со скоростью  $v'$  воспринимаемая наблюдателем частота будет равна

$$\nu = \nu_0 \left(1 \pm \frac{v'}{v}\right). \quad (15.8)$$

В обоих выражениях (15.7 и 15.8)  $v$  – скорость звука; знак «+» соответствует приближению источника к наблюдателю, «-» соответствует их удалению.

## 16. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

Взаимосвязанные колебания электрических и магнитных полей, распространяющиеся в пространстве с конечной скоростью, называются **электромагнитной волной**.

Электромагнитные волны в вакууме и изотропной среде представляют собой колеблющиеся во взаимно перпендикулярных

плоскостях векторы напряженности электрического  $\vec{E}$  и магнитного  $\vec{H}$  полей, которые вместе с волновым вектором  $\vec{k}$  образуют правую тройку векторов (рис. 2.4). Это означает, что электромагнитные волны являются поперечными.

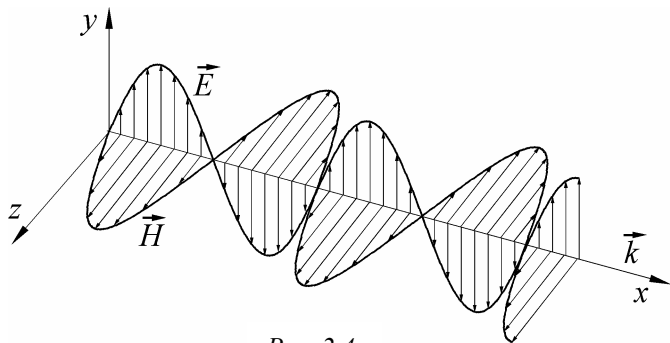


Рис. 2.4

Как и волны в упругой среде, электромагнитные волны бывают **плоские** и **сферические**. Уравнение плоской бегущей монохроматической волны для напряженности электрического поля электромагнитной волны  $\vec{E}$  может быть записано в виде:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}), \quad (16.1)$$

где  $\vec{r}$  – радиус-вектор, проведенный в некоторую точку, в которой определяется  $\vec{E}$ ,  $\vec{k}$  – **волновой вектор**.

Направление волнового вектора перпендикулярно волновой поверхности (волновому фронту), его модуль равен волновому числу. Аналогично (16.1) может быть записано уравнение для напряженности магнитного поля  $\vec{H}$ .

**Скорость распространения электромагнитных волн в вакууме** определяется из соотношения:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}, \quad (16.2)$$

где  $\varepsilon_0$  – электрическая постоянная,  $\mu_0$  – магнитная постоянная.

**Скорость распространения электромагнитных волн в среде** с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$  и магнитной проницаемостью  $\mu$  равна

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}. \quad (16.3)$$

**Абсолютным показателем преломления среды** называется величина, равная отношению

$$n = \frac{c}{v}. \quad (16.4)$$

Принимая во внимание (16.3) и (16.4), можно получить соотношение, связывающее коэффициент преломления с диэлектрическими и магнитными свойствами среды:

$$n = \sqrt{\epsilon\mu}. \quad (16.5)$$

Связь между напряженностью электрического поля и индукцией магнитного поля в электромагнитной волне задается выражением:

$$nE = cB. \quad (16.6)$$

При распространении электромагнитной волны из вакуума в среду с показателем преломления  $n$  ее **частота не изменяется**  $\omega = \omega_0$ , а **длина волны уменьшается** в  $n$  раз:  $\lambda = \lambda_0 / n$  ( $\omega_0$ ,  $\lambda_0$  и  $\omega$ ,  $\lambda$  круговая частота и длина волны соответственно в вакууме и среде).

**Вектор Умова-Пойнтинга** в электромагнитной волне определяется из векторного произведения:

$$\vec{S} = [\vec{E} \times \vec{H}], \quad (16.7)$$

где  $\vec{E}$  – напряженность электрического поля,  $\vec{H}$  – напряженность магнитного поля.

Модуль вектора Умова-Пойнтинга имеет смысл **плотности потока электромагнитной энергии** и равен мощности, переносимой электромагнитной волной через некоторую единичную площадку, ориентированную перпендикулярно направлению ее распространения.

В оптически изотропной среде направление вектора Умова-Пойнтинга совпадает с направлением волнового вектора (рис. 2.4).

**Оптически изотропными** называют среды, оптические свойства которых одинаковы по всем направлениям.

Среднее по времени значение модуля вектора Умова-Пойнтинга называют **интенсивностью** электромагнитной волны:

$$I = \langle S \rangle = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} S(t) dt, \quad (16.8)$$

где  $\tau$  – некоторый промежуток времени, значительно больший периода колебаний:  $\tau \gg 2\pi/\omega$ .

Для изотропной среды, характеризуемой диэлектрической и магнитной проницаемостями, соответственно  $\varepsilon$  и  $\mu$ , интенсивность бегущей монохроматической электромагнитной волны определяется выражением:

$$I = \frac{\varepsilon_0 c E_0^2}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} = \frac{\varepsilon_0 c n E_0^2}{2\mu}. \quad (16.9)$$

Для большинства оптически прозрачных диэлектриков  $\mu \approx 1$ , поэтому выражение (16.9) для подобных сред запишется в виде:

$$I = \frac{\varepsilon_0 c n E_0^2}{2}. \quad (16.10)$$

## 17. ФОТОМЕТРИЯ

**Фотометрия** – совокупность методов измерения энергетических и световых характеристик электромагнитного излучения оптического (видимого) диапазона.

Для измерения энергии в фотометрии используются два метода: **объективный** и **визуальный (субъективный)**. В случае использования объективного метода величина энергии измеряется на основании воздействия электромагнитной волны на фотоприемник, причем сигнал, вырабатываемый фотоприемником, является зависимым от энергии или интенсивности электромагнитной волны. При использовании визуального метода величины, характеризующие энергию волны, оцениваются по зрительному восприятию глаза человека. В зависимости от метода измерения используются два типа фотометрических величин: **энергетические** и **световые**.

## Энергетические фотометрические величины

Основной энергетической величиной в фотометрии является **энергетический поток излучения (поток излучения)**  $\Phi_e$ , характеризующий среднюю мощность излучения, которая переносится электромагнитной волной через некоторую поверхность площадью  $S$ :

$$\Phi_e = \langle P \rangle = \int_{\sigma} \langle S \rangle d\sigma, \quad (17.1)$$

где  $\langle P \rangle$  – среднее значение мощности излучения.

**Энергетическая освещенность**  $\mathcal{E}_e$  – отношение потока излучения, который падает на площадку, к величине ее площади  $\sigma$ :

$$\mathcal{E}_e = \frac{\Phi_e}{\sigma}. \quad (17.2)$$

Если падающий поток распределен на площадке неравномерно, то равенство (17.2) определяет среднюю освещенность.

Под **освещенностью в окрестности некоторой точки** следует понимать величину, равную

$$\mathcal{E}_e = \frac{d\Phi_e}{d\sigma}, \quad (17.3)$$

где  $d\sigma$  – некоторая элементарная площадка, в пределах которой световой поток можно считать постоянным.

Величина, равная произведению освещенности на промежуток времени, в течение которого эта освещенность создается на данной площадке, называется **энергетической экспозицией**:

$$\mathcal{H}_e = \mathcal{E}_e t. \quad (17.4)$$

Энергетическая экспозиция характеризует интегральный эффект, производимый электромагнитной волной на фотоприемник.

Для характеристики точечных источников излучения используют величину, которую называют **энергетической силой излучения**  $J_e$ , равную отношению величины потока излучения, излучаемого внутрь телесного угла  $d\Omega$ , к величине этого угла (рис. 2.5):

$$J_e = \frac{d\Phi_e}{d\Omega}. \quad (17.5)$$

**Мерой телесного угла** является отношение площади  $\sigma_0$  участка, вырезаемого на поверхности сферы конусом с вершиной в ее центре, к квадрату ее радиуса (рис. 2.6):

$$\Omega = \frac{\sigma_0}{R^2}. \quad (17.6)$$

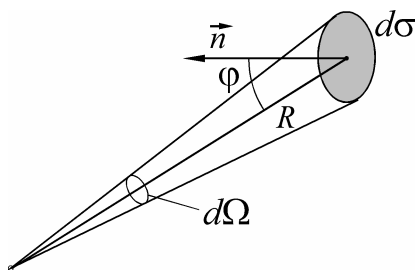


Рис. 2.5

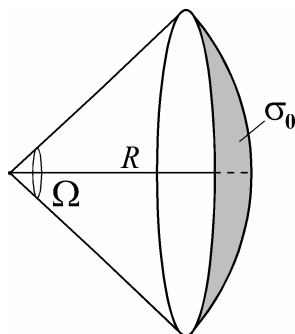


Рис. 2.6

**Телесный угол**, опирающийся на произвольно ориентированную площадку  $d\sigma$ , определяется выражением:

$$d\Omega = \frac{d\sigma \cos \varphi}{R^2}, \quad (17.7)$$

где  $R$  – расстояние от точки наблюдения до площадки  $d\sigma$ ,  $\varphi$  – угол между нормалью к площадке и направлением на источник (рис. 2.7).

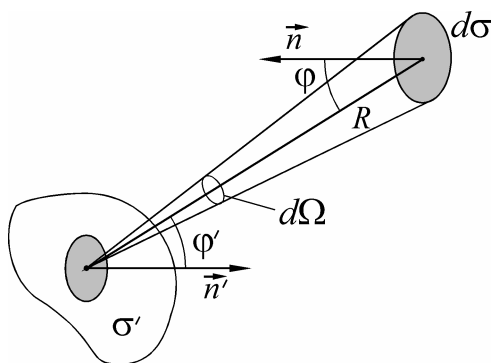


Рис. 2.7

Источники, у которых сила излучения одинакова по всем направлениям, называются **изотропными**. Для таких источников **энергетическая сила излучения** равна

$$J_e = \frac{\Phi_e}{\Omega}. \quad (17.8)$$

Поскольку полный телесный угол равен  $4\pi$ , то световой поток, излучаемый изотропным источником по всем направлениям, будет равен

$$(\Phi_e)_{\text{полн}} = 4\pi J_e. \quad (17.9)$$

Используя соотношения (17.3), (17.5) и (17.7), можно записать выражение для **освещенности** в виде:

$$E_e = \frac{J_e d\Omega}{d\sigma} = \frac{J_e \cos \varphi}{R^2}, \quad (17.10)$$

где  $R$  – расстояние от источника до площадки  $d\sigma$  (рис. 2.6).

Соотношение (17.10) выражает основной закон фотометрии, **закон обратных квадратов**, в соответствии с которым освещенность, создаваемая точечным изотропным источником, обратно пропорциональна расстоянию от источника до приемника.

Для характеристики протяженных источников излучения используют понятия энергетической яркости и светимости.

**Энергетическая яркость** – это отношение потока, который излучается единичной видимой поверхностью источника  $\sigma' \cos \varphi'$  в телесный угол  $d\Omega$ , к величине этого угла (рис. 2.6):

$$L_e(\varphi') = \frac{d\Phi_e}{\sigma' \cos \varphi' d\Omega}. \quad (17.11)$$

**Энергетическую яркость** можно определить также, как энергетическую силу излучения, создаваемую единичной видимой площадкой источника:

$$L_e(\varphi') = \frac{J_e}{\sigma' \cos \varphi'}. \quad (17.12)$$

Источники излучения, яркость которых не зависит от направления излучения, то есть  $L_e(\varphi') = L_e$ , называют **ламбертовыми**. Для ламбертовых источников энергетическая сила излучения равна



$$J_e = J_0 \cos \varphi', \quad (17.13)$$

где  $J_0 = L_e \sigma'$  – сила излучения, создаваемая источником в направлении  $\varphi' = 0^\circ$ . Равенство (17.13) выражает известный в фотометрии **закон Ламберта**.

**Энергетическая светимость**  $M_e$  равна отношению полного энергетического потока, испускаемого протяженным источником излучения по всем направлениям, к величине его площади  $\sigma'$ :

$$M_e = \frac{\Phi_e}{\sigma'}. \quad (17.14)$$

Используя выражение (17.11), можно записать интеграл для вычисления **полной энергетической светимости протяженного источника**:

$$M_e = \int L_e(\varphi') \cos \varphi' d\Omega. \quad (17.15)$$

Для ламбертовых источников связь между яркостью и светимостью определяется соотношением:

$$M_e = \pi L_e. \quad (17.16)$$

## Световые величины

Основной световой величиной является **сила света**. Единицей силы света служит *кандела* (кд), равная силе света в данном направлении от светового источника, который испускает монохроматическое излучение с частотой  $5,40 \cdot 10^{14}$  Гц, а интенсивность излучения его в данном направлении составляет 1/683 Вт/ср.

Сила света в одну канделу испускается с поверхности площадью  $1/60 \text{ см}^2$  черного излучателя в перпендикулярном направлении при температуре затвердевания платины и давлении, равном 101325 Па. Кандела относится к числу основных физических величин Международной системы единиц (СИ).

**Световой поток** равен произведению силы света, испускаемого источником в некоторый телесный угол  $d\Omega$ , на величину этого угла:

$$d\Phi = J d\Omega. \quad (17.17)$$

За единицу светового потока в системе СИ принимается *люмен* (лм). Он равен световому потоку, излучаемому изотропным источ-

ником в одну канделу внутрь телесного угла в один стерадиан:  
 $I_{\text{лм}} = I_{\text{кд}} \cdot I_{\text{ср}}$ .

Остальные световые величины – освещенность, яркость и другие – определяются аналогично энергетическим величинам. Отметим, что в случае световых величин используется световой поток, оцениваемый по зрительному ощущению «среднего» глаза.

Для измерения **освещенности** используется единица *люкс* (лк); люкс равен освещенности поверхности площадью в  $1\text{ м}^2$  при световом потоке падающего на него излучения, равном 1 лм:  $I_{\text{лк}} = I_{\text{лм}} / I_{\text{м}^2}$ . Единицей измерения **яркости** является *кандела на метр квадратный* (кд/м<sup>2</sup>).

Характеристикой, определяющей чувствительность «среднего» глаза человека для монохроматического излучения различных длин волн, является **спектральная световая эффективность**. Она равна отношению светового потока  $\Phi_{\lambda}$  к потоку энергии излучения  $\Phi_{\text{эл}}$ , создающего этот световой поток:

$$V_{\lambda} = \frac{\Phi_{\lambda}}{\Phi_{\text{эл}}}. \quad (17.18)$$

Световая эффективность принимает максимальное значение для длины волны 555 нм. Отношение спектральной световой эффективности  $V_{\lambda}$  при данной длине волны к ее максимальному значению ( $V_{555}$ ) **называют относительной спектральной световой эффективностью**:

$$K_{\lambda} = \frac{V_{\lambda}}{V_{555}}. \quad (17.19)$$

Спектральная зависимость  $K_{\lambda}$  называется **кривой видности** (смотри приложение 14). Величина  $V_{555}$  называется **световым эквивалентом излучения**, она принимается равной 683 лм/Вт, то есть энергетический поток в 1 Вт вызывает зрительное ощущение, соответствующее 683 лм. Величину  $M_{555} = \frac{1}{V_{555}}$  называют **энергетическим механическим эквивалентом света**, равным  $M_{555} = 1,46 \cdot 10^{-3}$  Вт/лм.

Если известна спектральная плотность энергетического потока излучения источника  $\Phi_{e\lambda}$ , причем  $\Phi_{e\lambda} = d\Phi_e/d\lambda$ , то спектральную плотность соответствующего светового потока можно определить из соотношения:

$$\Phi_\lambda = V_{555} K_\lambda \Phi_{e\lambda}. \quad (17.20)$$

**Полный световой поток** определяется интегрированием выражения

$$\Phi = V_{555} \int K_\lambda \Phi_{e\lambda} d\lambda. \quad (17.21)$$

## 18. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ

Под **интерференцией** понимают явление, при котором при наложении волн происходит пространственное перераспределение интенсивности, то есть результирующая интенсивность не равна сумме интенсивностей отдельных волн. Характерным признаком интерференции является чередование участков большей и меньшей интенсивности. Поле, на котором чередуются светлые и темные участки, называется **интерференционной картиной**.

Необходимым условием интерференции является когерентность складывающихся колебаний (или волн).

**Когерентные колебания** (или волны) имеют одинаковую частоту, поляризацию (направление колебаний) и неизменную (или меняющуюся во времени по определенному закону) разность фаз. Источники таких колебаний **называются когерентными источниками**. Гармонические колебания одинаковой частоты всегда когерентны.

**Реальные источники** не являются строго монохроматическими, поэтому их излучение **некогерентно** или **частично когерентно**. Мерой частичной когерентности является **функция видимости** интерференционной картины, под которой понимают величину, определяемую выражением:

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (18.1)$$

где  $I_{\max}$  – интенсивность света в максимуме интерференции,  $I_{\min}$  – интенсивность света в соседнем минимуме.

При суперпозиции когерентных волн  $V=1$ ; для полностью некогерентных волн  $V=0$ ; соотношение  $0 < V < 1$  соответствует частичной когерентности волн.

Максимальная разность хода для двух квазимонохроматических волн, при которой видимость интерференционной картины является хорошей, называется **длиной когерентности**\*.

В каждом из атомов процесс излучения длится наносекунды и только в течение этого времени волны имеют приблизительно постоянные амплитуду и фазу колебаний. Прерывистое излучение света атомами происходит в виде отдельных коротких импульсов, называемых **волновыми цугами (цугами)**. Пространственная протяженность цуга равна

$$l_0 = c\tau_0,$$

где  $c$  – скорость распространения света,  $\tau_0$  – длительность импульса.

Длина когерентности  $l_{\text{ког}}$  не превосходит длины цуга  $l_{\text{ког}} \leq l_0$  и определяется степенью монохроматичности используемого излучения, то есть величиной

$$l_{\text{ког}} = \frac{\lambda^2}{\delta\lambda}, \quad (18.2)$$

где  $\lambda$  – длина волны, соответствующая максимуму спектральной линии,  $\delta\lambda$  – ее ширина.

Этот вид когерентности называют **временной когерентностью**, поскольку внесение разности хода эквивалентно задержке во времени цугов. Основной характеристикой временной когерентности является длина когерентности.

Когерентность, которая определяется размерами источника, называется **пространственной когерентностью**. Пространственная когерентность характеризуется шириной (радиусом)  $d_{\text{ког}}$  и углом когерентности  $\alpha_{\text{ког}}$ . **Угол когерентности** ( $\alpha_{\text{ког}}$ ) определяется как максимальный угловой размер источника ( $\alpha_u$ ), излучение

---

\* Определения понятий квазимонохроматический свет, спектральная линия, ширина спектральной линии смотри в главе 20 «Спектральные приборы».

которого в соответствии с принятым критерием (например,  $V \geq 2/3$ ) можно считать когерентным:

$$\alpha_{\text{ког}} \equiv \alpha_u \approx \frac{\lambda}{2l_{\text{ког}}} . \quad (18.3)$$

**Ширина (радиус) когерентности** равна максимальному расстоянию по фронту волны между точками, в которых световое поле будет являться когерентным в соответствии с принятым критерием.

**Оптическая длина пути** световой волны равна произведению геометрической длины пути  $l$ , проходимого волной, и показателя преломления среды  $n$ , в которой распространяется волна:

$$L = nl . \quad (18.4)$$

Если среда, в которой распространяется свет, является неоднородной, то есть для нее показатель преломления непрерывно изменяется, оптическая длина пути на участке  $AB$  определяется интегрированием:

$$L = \int_{AB} n dl . \quad (18.5)$$

**Оптическая разность хода** двух световых волн представляет собой разность их оптических длин пути:

$$\Delta L = L_2 - L_1 . \quad (18.6)$$

**Сдвиг фаз**, соответствующий этой разности хода, равен:

$$\Delta \Phi = k \Delta L , \quad (18.7)$$

где  $k$  – волновое число.

При интерференции суммарная интенсивность  $I$  не равна сумме интенсивностей отдельных источников  $I_1 + I_2$ , а зависит от разности фаз  $\Delta \Phi$  складываемых колебаний:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta \Phi . \quad (18.8)$$

При сложении когерентных волн **максимум интенсивности** наблюдается при разности хода:

$$\Delta L = m\lambda , \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots), \quad (18.9)$$

или сдвиге фаз:

$$\Delta \Phi = 2\pi m ; \quad (18.10)$$

**минимумы интенсивности** наблюдаются при разности хода:

$$\Delta L = (2m + 1)\lambda/2 , \quad (18.11)$$

или сдвиге фаз:

$$\Delta\Phi = \pi(2m + 1). \quad (18.12)$$

Одной из основных характеристик интерференционной картины является **ширина полос**  $\Delta x$ , под которой понимают расстояние между ближайшими максимумами или минимумами интенсивности. При интерференции плоских волн, угол  $\alpha$  между направлениями распространения которых мал, ширина полос находится из выражения:

$$\Delta x \approx \frac{\lambda}{2\alpha}. \quad (18.13)$$

**Ширина интерференционных полос** на экране, расположенном параллельно двум когерентным точечным источникам света (рис. 2.8), равна

$$\Delta x = \frac{D}{l} \lambda, \quad (18.14)$$

где  $D$  – расстояние от экрана до источников света,  $l$  – расстояние между источниками, причем  $D \gg l$ . Схема, представленная на рис. 2.8, называется **общей интерференционной схемой**.

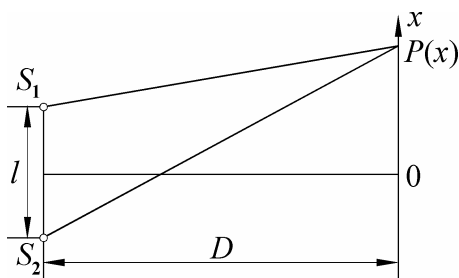


Рис. 2.8

Для наблюдения интерференции можно использовать также тонкие пленки (пластинки), в которых интерферирующие лучи получаются **методом деления амплитуды волны** при отражении пучка света от верхней и нижней границы раздела сред (рис. 2.9 и рис. 2.10).

При падении пучка света (рис. 2.9) на однородную плоскопараллельную пластинку с показателем преломления  $n$ , он частично

отражается (луч 1) от верхней поверхности, а частично преломляется, проходя в оптически более плотную среду.

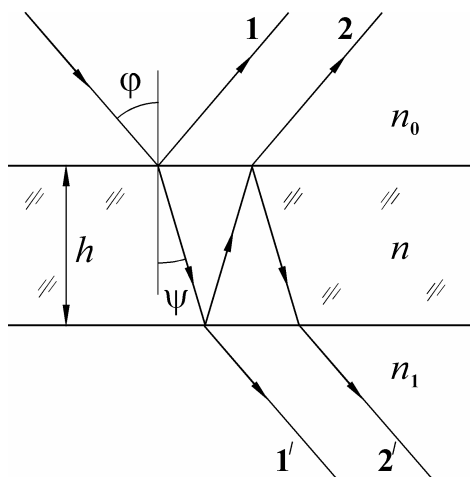


Рис. 2.9

В этой среде луч претерпевает также отражение на нижней поверхности пластинки и затем выходит как луч 2 из нее. Лучи 1 и 2, обладая некоторой разностью хода, будут интерферировать между собой. Интерференционные полосы в этом случае будут наблюдаться (локализованы) в бесконечности или в фокальной плоскости линзы. Наблюдаемые полосы называют **полосами равного наклона**.

Оптическая разность хода световых волн, отраженных от поверхностей тонкой пленки (рис. 2.9), равна

$$\Delta L = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi} + \Delta, \quad (18.15)$$

или, используя угол преломления  $\psi$ ,

$$\Delta L = 2hn \cos \psi + \Delta, \quad (18.16)$$

где  $h$  – толщина пленки,  $n$  – показатель преломления,  $\varphi$  – угол падения,  $\psi$  – угол преломления света в пленке. Наличие слагаемого  $\Delta$  в (18.15) и (18.16) учитывает изменение на  $\pi$  фазы волны, отраженной от оптически более плотной среды.

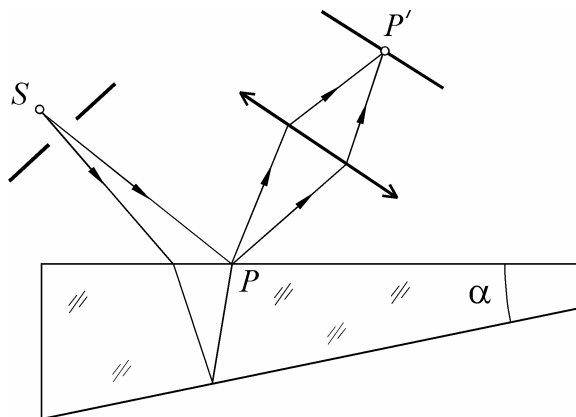


Рис. 2.10

Эту дополнительную разность фаз между лучами 1 и 2 можно учесть, добавив к  $\Delta L$  (или вычтя из нее) половину длины волны излучения в вакууме. Причем если  $n > n_0$  и  $n > n_1$ , то  $\Delta = +\lambda/2$ , при  $n > n_0$  и  $n_1 > n$ , величина  $\Delta = 0$  и при  $n < n_0$  и  $n < n_1$ ,  $\Delta = -\lambda/2$ . Если пластинка находится, например в воздухе ( $n > n_0 = n_1 = 1,0$ ), то  $\Delta = +\lambda/2$ , и соотношение (18.16) будет иметь вид:

$$\Delta L = 2nh \cos \psi + \lambda / 2. \quad (18.17)$$

При падении непараллельного пучка света, создаваемого источником  $S$  на пластинку переменной толщины, простейшим примером которой является тонкий клин (рис. 2.10), наблюдаются интерференционные полосы, локализованные на верхней поверхности клина (точка  $P$ ). Используя собирающую линзу, локализацию интерференционной картины можно переносить на экран (точка  $P'$ ). Такие интерференционные полосы называются **полосами равной толщины**.

Примером полос равной толщины являются **кольца Ньютона**, которые наблюдаются при отражении света на границах раздела воздушного зазора с плоскопараллельной пластиной и плосковыпуклой линзой (рис. 2.11).



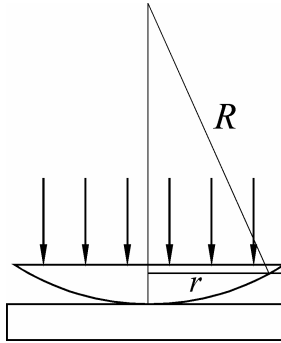


Рис. 2.11

Радиусы **темных колец Ньютона** в отраженном свете (рис. 2.12 а)

$$r_m = \sqrt{Rm\lambda}, \quad (18.18)$$

где  $m$  – номер кольца (причем  $m = 0$  соответствует центральному темному пятну),  $R$  – радиус кривизны линзы.

Радиусы **светлых колец Ньютона** в отраженном свете (рис. 2.12 б)

$$r_m = \sqrt{(2m - 1) \frac{R\lambda}{2}}. \quad (18.19)$$

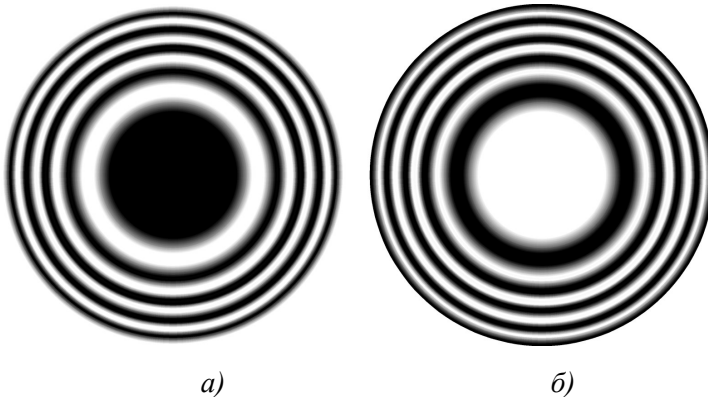


Рис. 2.12

Кольца Ньютона в проходящем свете являются дополнительной картиной к имеющейся при отраженном свете. При монохромати-

ческом освещении на месте темных колец образуются светлые и наоборот, светлым кольцам в отраженном свете будут соответствовать темные в проходящем.

Когерентные источники света можно получить с использованием и других оптических схем, в частности бизеркала Френеля, бипризмы Френеля, зеркала Ллойда, билинзы Бийе и других (подробнее в главе «Примеры решения задач»). Получение интерферирующих пучков в подобных схемах осуществляется **методом деления волнового фронта**.

**Интерферометрами** называются оптические приборы, позволяющие пространственно разделять интерферирующие лучи и создавать между ними определенную разность хода с последующим их наложением. Интерферометры, у которых происходит наложение двух пучков, называют **двухлучевыми**. Примером двухлучевых интерферометров могут служить **интерферометр Рэлея** и **интерферометр Майкельсона**.

На рис. 2.13 изображена схема интерферометра Рэлея. Источник света освещает узкую щель  $S$ , расположенную в фокальной плоскости объектива  $L_1$ . По выходе из объектива свет идет параллельным пучком. От двойной щели  $D$ , помещенной на пути параллельного пучка, в фокальной плоскости зрительной трубы образуются интерференционные полосы. Интерферометр Рэлея является удобным прибором для определения концентрации жидких растворов и газовых смесей по разности показателей преломления жидкостей и газов эталонных и исследуемых.

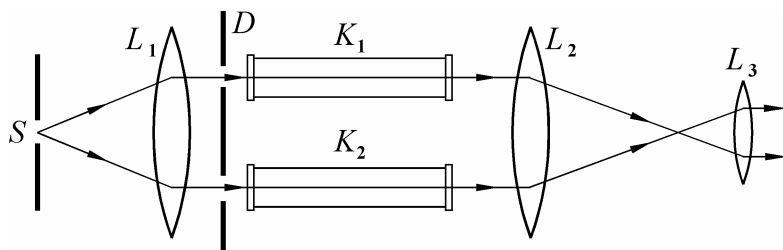


Рис. 2.13

В интерферометре Майкельсона, схема которого изображена на рис. 2.14, свет от монохроматического источника  $S$  направляется на плоскопараллельную разделительную пластину  $P_1$ , которая делит его на два пучка примерно равной амплитуды.

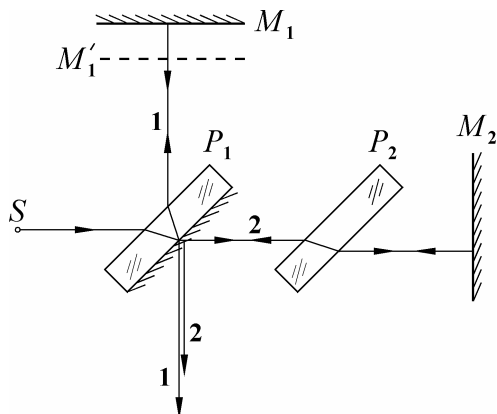


Рис. 2.14

Пучок 1 после отражения от зеркала  $M_1$  преломляется в плоскопараллельной пластинке и направляется в объектив. Пучок 2, отразившись от зеркала  $M_2$ , попадает на отражающую поверхность пластинки  $P_1$ . После отражения от пластинки  $P_1$ , он распространяется параллельно пучку 1 и попадает также в объектив (на рис. 2.14 не показан). В фокальной плоскости объектива при наложении пучков 1 и 2 наблюдается интерференция. При смещении подвижного зеркала  $M_1$  (рис. 2.14) на расстояние  $l$  для интерферирующих пучков 1 и 2 появляется дополнительная разность хода, равная  $2l$ :  $\Delta L = 2l$ .

## 19. ДИФРАКЦИЯ

Под **дифракцией** следует понимать любое отклонение света от прямолинейного распространения, если оно не связано с преломлением или отражением.

В соответствии с **принципом Гюйгенса**, всякую точку, до которой дошла волна в момент времени  $t$ , можно рассматривать как источник вторичных волн. Новый фронт волны в последующий момент времени  $t + \Delta t$  представляет собой огибающую всех возникших элементарных полусферических волн (рис. 2.15). **Френель** предложил рассматривать полное световое поле как результат взаимной интерференции волн, создаваемых всеми вторичными источниками. Часто два положения объединяются в так называемый **принцип Гюйгенса-Френеля**.

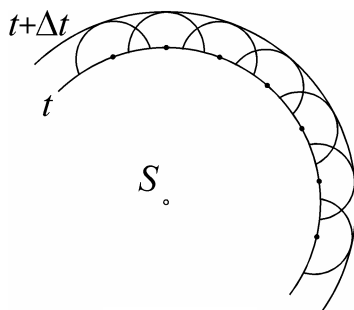


Рис. 2.15

Для приближенного вычисления амплитуды света, дифрагировавшего на простейших препятствиях (отверстии, диске), используют построения Френеля. Для этого строят сферы с радиусами  $r$ ,  $r + \lambda/2$ ,  $r + 2\lambda/2$ , ... с центром в точке  $P$  (рис. 2.16). Эти сферы вырежут на сферической волновой поверхности кольцевые зоны, которые называются **зонами Френеля**. Центральная зона будет иметь вид шарового сегмента. Площади всех зон, в том числе и центральной, примерно равны.

**Радиус внешней границы  $m$ -й зоны Френеля** для сферической поверхности световой волны, создаваемой точечным источником:

$$r_m = \sqrt{\frac{r_0 r}{r_0 + r} m \lambda}, \quad (19.1)$$

где  $r_0$  – радиус кривизны волновой поверхности,  $r$  – расстояние от вершины волновой поверхности до точки, для которой построены зоны Френеля,  $m = 0, 1, 2, \dots$

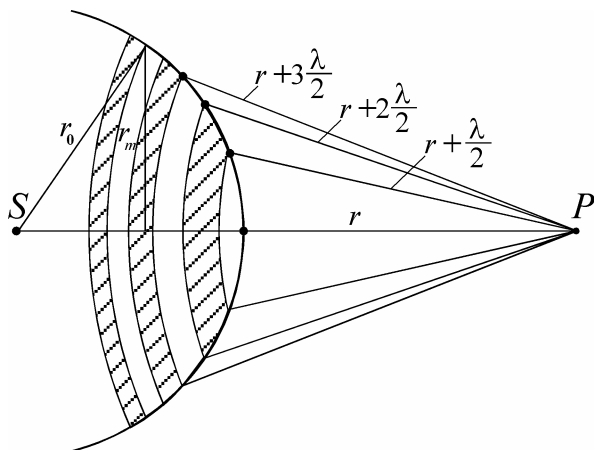


Рис. 2.16

Если волна, падающая на поверхность, является плоской, то радиус внешней границы  $m$ -й зоны Френеля будет равен

$$r_m = \sqrt{rm\lambda}. \quad (19.2)$$

Если на пути световой волны имеется непрозрачный экран с апертурой (отверстием), то интенсивность в точке наблюдения  $P$ , расположенной на оси отверстия, будет равна нулю, если в отверстии можно построить из точки  $P$  четное число зон Френеля. Если число построенных зон будет нечетно, то будет наблюдаться интенсивность, отличная от нуля, при этом при небольших  $m$  амплитуда будет приблизительно равна амплитуде, создаваемой первой зоной Френеля. Амплитуда, создаваемая одной (первой) зоной Френеля в точке наблюдения, в два раза больше амплитуды волны при отсутствии препятствия. Интенсивность волны пропорциональна квадрату ее амплитуды, а значит, будет в этом случае больше в четыре раза.

Число зон Френеля, которые могут быть построены в плоскости отверстия, определяется выражением:

$$m = \frac{\rho^2 (r_0 + r)}{r_0 r \lambda} = \frac{\rho^2}{\rho_1^2}, \quad (19.3)$$

где  $\rho_1^2 = \frac{r_0 r \lambda}{(r_0 + r)}$  – радиус первой зоны Френеля.

Если число зон, закрываемых отверстием или экраном большое, то есть  $m \gg 1$ , то дифракционные эффекты будут незначительными и можно пользоваться законами геометрической оптики. Если число зон невелико ( $m \sim 1$ ), то будет наблюдаться **дифракция Френеля**. При  $m \ll 1$  отверстие или диск перекрывает лишь небольшую часть одной зоны Френеля. В этом случае наблюдается **дифракция Фраунгофера**. Схема наблюдения дифракции Фраунгофера на щели показана на рисунке 2.17.

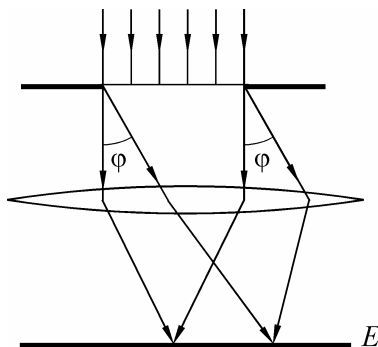


Рис. 2.17

**Минимумы интенсивности** при дифракции Фраунгофера на щели (рис. 2.18) определяются условием:

$$b \sin \varphi = m\lambda, \quad (m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots), \quad (19.4)$$

где  $b$  – ширина щели,  $\varphi$  – угол дифракции.

**Максимумы интенсивности** при дифракции на щели описываются условием:

$$b \sin \varphi_0 = 0, \quad b \sin \varphi_2 = 1,43\lambda, \quad b \sin \varphi_3 = 2,46\lambda, \quad \dots \quad (19.5)$$

При этом соответствующие интенсивности равны  $I_0, 0,047I_0, 0,017I_0, \dots$ . Распределение интенсивности при дифракции света на щели в зависимости от  $\sin \varphi$  показано на рис. 2.18.

Первое равенство в (19.5) определяет условие образования центрального максимума, имеющего место при  $\varphi = 0^\circ$ .

При **наклонном падении плоской волны** на щель под углом  $\theta$  условие дифракционных минимумов имеет вид:

$$b(\sin \varphi - \sin \theta) = m\lambda. \quad (19.6)$$

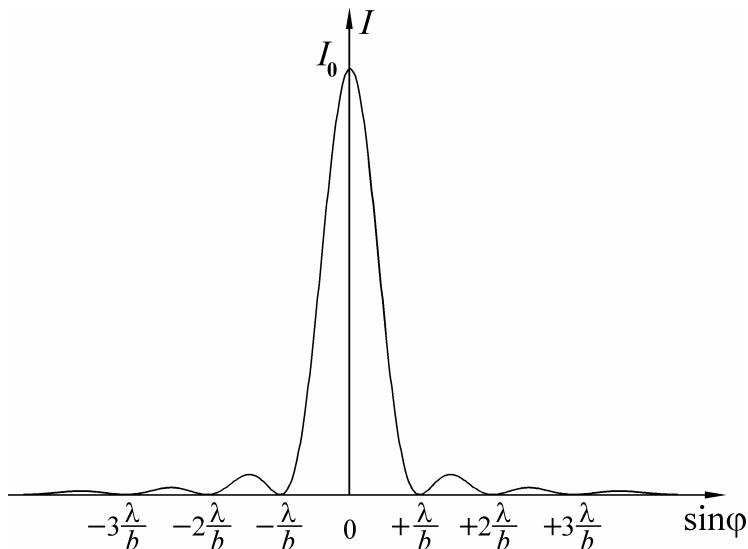


Рис. 2.18

При дифракции Фраунгофера на круглом отверстии угловой размер светлого пятна, видимого из центра круглого отверстия радиуса  $\rho$ , будет равен

$$2\varphi_1 = 1,22\lambda / \rho. \quad (19.7)$$

Второе и третье темные кольца будут наблюдаться под углами:

$$\varphi_2 = 1,12\lambda / \rho, \quad (19.8)$$

$$\varphi_3 = 1,62\lambda / \rho. \quad (19.9)$$

Упорядоченную структуру (рис. 2.19), состоящую из  $N$  одинаковых параллельных щелей ширины  $b$ , разделенных непрозрачными промежутками, имеющими ширину  $a$ , называют **одномерной (линейной) дифракционной решеткой**.

**Главные максимумы интенсивности** при дифракции Фраунгофера на дифракционной решетке определяются условием:

$$d \sin \varphi = m\lambda, \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots), \quad (19.10)$$

где  $d$  – период решетки,  $\varphi$  – угол дифракции,  $m$  – порядок дифракции.

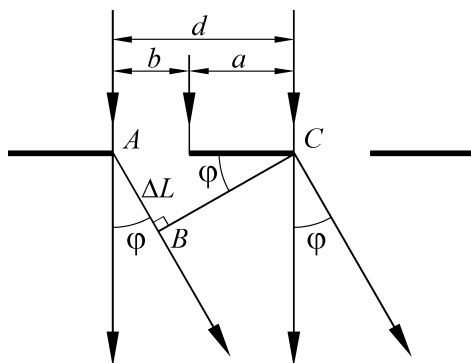


Рис. 2.19

Минимумы дифракции, определяемые условием (19.4), называются **прежними**. Кроме прежних минимумов при дифракции на решетке наблюдаются **дополнительные минимумы**.

**Условие дополнительных минимумов** дифракционной решетки:

$$d \sin \varphi = \pm \frac{m'\lambda}{N}, \quad (m' \neq 0, N, 2N, \dots), \quad (19.11)$$

где  $N$  – число штрихов (щелей) решетки.

На рис. 2.20 изображена дифракционная картина (зависимость интенсивности интерферирующих лучей от угла дифракции), полученная с использованием четырех щелей ( $N=4$ , а также при  $d/b=3$ ). Количество щелей можно также определить, глядя на рисунок: число дополнительных минимумов равно  $N-1$  (на рисунке их три).

**Формула Вульфа-Брэггов** определяет условие образования дифракционных максимумов при падении плоской волны на кристалл с межплоскостным расстоянием  $d$  :

$$2d \sin \vartheta = m\lambda, \quad (19.12)$$

где  $\vartheta$  – угол скольжения волны,  $m=1, 2, 3, \dots$

**Угол скольжения** – угол между падающим лучом и плоскостью решетки (кристалла).



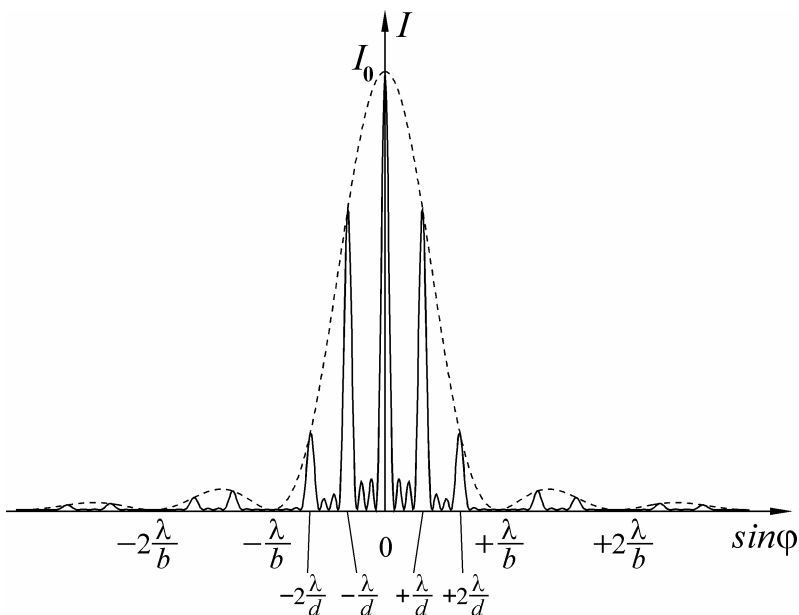


Рис. 2.20

## 20. СПЕКТРАЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ

**Спектральные приборы** – приборы, способные разлагать некогерентное излучение в спектр.

**Спектр** – зависимость интенсивности излучения или поглощения от длины волны. **Спектральная линия** – участки в спектрах, на которых интенсивность излучения усилена (линии излучения, или эмиссионные линии) либо ослаблена (линии поглощения, или абсорбционные линии) по сравнению с непрерывным спектром. Спектральная линия характеризуется **полушириной**  $\Delta\lambda$ , под которой понимают ширину линии, измеренную на половине высоты ее максимальной интенсивности (рис. 2.21). Спектральная линия (излучение), у которой полуширина много меньше длины волны, соответствующей ее максимуму, называется **квази-монохроматической** ( $\Delta\lambda \ll \lambda_{\max}$ ).

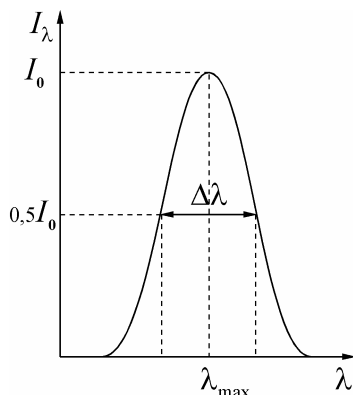


Рис. 2.21

Простейшие спектральные приборы – призма и дифракционная решетка. Основными их характеристиками являются **дисперсия** и **разрешающая способность**.

**Дисперсия** спектрального прибора определяет угловое или линейное расстояние между двумя спектральными линиями, отличающимися по длине волны.

Количественной мерой **угловой дисперсии** является величина, равная отношению углового расстояния  $d\varphi$  между спектральными линиями к разности соответствующих длин волн света  $d\lambda$  :

$$D_{\varphi} = \frac{d\varphi}{d\lambda}. \quad (20.1)$$

**Линейная дисперсия** – величина, равная отношению расстояния между спектральными линиями  $dl$  (на экране, например) к разности их соответствующих длин волн  $d\lambda$  :

$$D_l = \frac{dl}{d\lambda}. \quad (20.2)$$

**Угловая дисперсия для дифракционной решетки** равна

$$D_{\varphi} = \frac{m}{d \cos \varphi}, \quad (20.3)$$

где  $m$  – порядок спектра,  $d$  – период решетки,  $\varphi$  – угол дифракции.

**Линейная дисперсия для дифракционной решетки** равна

$$D_l \approx fD_\varphi, \quad (20.4)$$

где  $f$  – фокусное расстояние линзы, проектирующей спектр на экран.

В случае использования **призмы** спектральное разложение является результатом дисперсии вещества, из которого она изготовлена. При работе призмы обычно устанавливаются на угол наименьшего отклонения  $\alpha$  (рис. 2.22). Причем большее отклонение претерпевают коротковолновые лучи (фиолетовые), а длинноволновые (красные) – меньше.

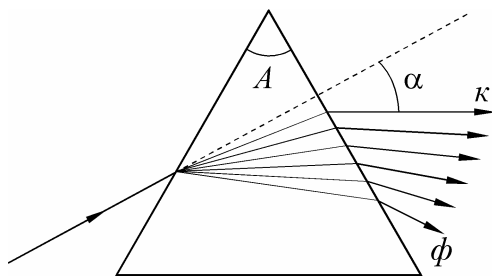


Рис. 2.22

**Преломляющий угол призмы**  $A$ , показатель преломления материала  $n$ , из которого изготовлена призма, и минимальный угол отклонения от первоначального направления распространения  $\alpha$  для данной длины волны связаны соотношением:

$$n = \frac{\sin\left(\frac{A + \alpha}{2}\right)}{\sin\frac{A}{2}}. \quad (20.5)$$

**Угловая дисперсия для призмы** определяется соотношением:

$$D_\alpha = \frac{d\alpha}{d\lambda} = 2 \frac{\sin\frac{A}{2}}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2\frac{A}{2}}} \frac{dn}{d\lambda}. \quad (20.6)$$

Таким образом, показатель преломления и отклонение от первоначального направления распространения лучей для различных длин волн разные.

**Разрешающая способность** – способность спектрального прибора разделять две спектральные линии, мало отличающиеся значением длины волны. Количественной мерой разрешающей способности служит величина:

$$A = \frac{\langle \lambda \rangle}{\delta \lambda}, \quad (20.7)$$

где  $\delta \lambda$  – минимальная разность длин волн двух спектральных линий, которые будут наблюдаться раздельно в соответствии с некоторыми принятыми критериями разрешения,  $\langle \lambda \rangle$  – среднее значение длины волны.

Для оценки разрешающей способности спектральных приборов используется **критерий Рэлея**, согласно которому *две спектральные линии воспринимаются глазом раздельно, если середина максимума интенсивности одной совпадает с краем другой* (рис. 2.23). В этом случае интенсивность в промежутке между линиями составляет не более 80 % от интенсивности максимума.

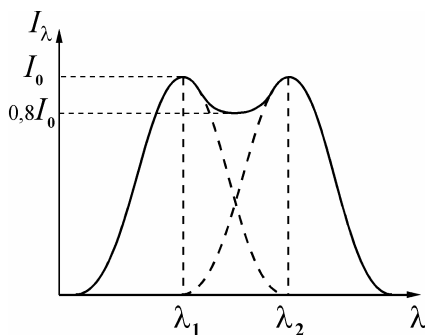


Рис. 2.23

**Разрешающая способность дифракционной решетки** определяется полным числом  $N$  щелей и порядком дифракции  $m$ , в котором наблюдаются спектральные линии:

$$R = mN. \quad (20.8)$$

**Разрешающая способность призмы** определяется размером ее основания  $t$  и дисперсией материала  $dn/d\lambda$ , из которого она изготовлена:

$$A = t \frac{dn}{d\lambda}. \quad (20.9)$$

## 21. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ

Основу геометрической оптики составляют четыре закона: прямолинейного распространения света, независимого распространения световых пучков, отражения и преломления.

В соответствии с **законом прямолинейного распространения**, свет между двумя точками в однородной среде распространяется по прямой, соединяющей эти точки.

В геометрической оптике предполагается, что *световые пучки при пересечении или наложении не влияют друг на друга*. Это утверждение составляет **закон независимости распространения световых пучков**. Световой пучок, прошедший через какую-нибудь область пространства, выходит из нее одним и тем же, независимо от того, заполнена она другим светом или не заполнена. Закон независимости световых пучков обычно дополняют утверждением, определяющим совместное действие световых пучков при их наложении. Оно состоит в том, что освещенность экрана, создаваемая несколькими световыми пучками, равна сумме освещенностей, создаваемых каждым источником в отдельности.

В соответствии с **законом отражения**, *луч падающий, отраженный и нормаль к границе раздела, проведенная в точку падения, лежат в одной плоскости, причем угол падения равен углу отражения*:  $\varphi = \varphi'$  (рис. 2.24). Угол падения, как и угол отражения, отсчитывается от нормали к лучу.

В соответствии с **законом преломления**, *луч падающий, преломленный и нормаль к границе раздела, проведенная в точку падения, лежат в одной плоскости, причем отношение синуса угла падения к синусу угла преломления равно отношению абсолютно-*

го показателя преломления второй среды к показателю преломления первой среды, то есть:

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = n_{21}, \quad (21.1)$$

где  $n_{21} = n_2/n_1$ ;  $n_1$ ,  $n_2$  – абсолютные показатели преломления 1-й и 2-й среды соответственно (рис. 2.25). Угол преломления также отсчитывается от нормали к лучу.

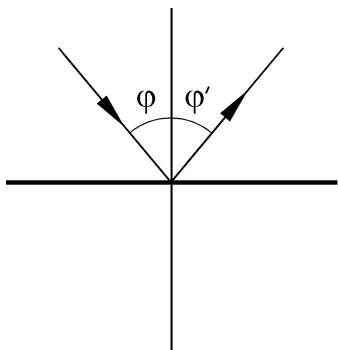


Рис. 2.24

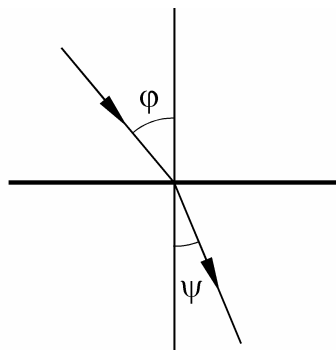


Рис. 2.25

**Светящейся точкой** называют источник излучения с исчезающе малыми размерами. Если лучи исходят из одной точки, то такой пучок называют **гомоцентрическим**, то есть имеющим общий центр (рис. 2.26).

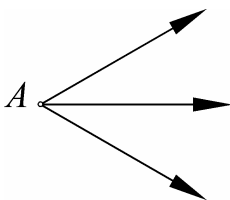


Рис. 2.26

Если после преломления или отражения гомоцентрический пучок, исходящий из точки  $A_1$ , снова превращается в световой пучок, сходящийся в точке  $A_2$ , то  $A_2$  называют **действительным изображением (или изображением) точки  $A_1$**  (рис. 2.27 а). Если же в

точке  $A_2$  пересекаются не сами лучи, а их продолжения, проведенные в направлении, обратном направлению распространения света, то  $A_2$  называют **мнимым изображением точки  $A_1$**  (рис. 2.27 б).

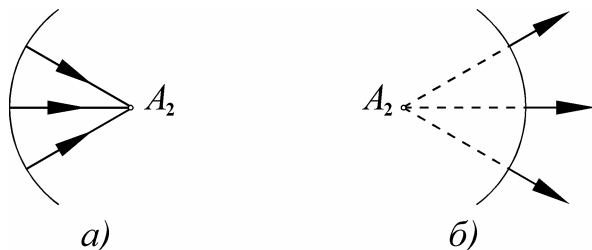


Рис. 2.27

**Основной задачей геометрической оптики** является построение изображения при известном положении предмета на основании знания свойств оптической системы.

**Оптической осью** сферического зеркала называется прямая, проходящая через центр кривизны его отражающей поверхности.

**Фокусом сферического зеркала** называется точка  $F$  (рис. 2.28 а и 2.28 б), находящаяся на его оптической оси, в которой пересекаются лучи светового потока, параллельного его оптической оси. В случае вогнутого зеркала (рис. 2.28 а) фокус (действительный) расположен на середине расстояния между полюсом  $P$  и центром кривизны зеркала  $C$  слева от полюса, а в случае выпуклого зеркала (рис. 2.28 б) – мнимый фокус справа на том же расстоянии. Точка пересечения оптической оси с отражающей поверхностью называется **полюсом зеркала**. Расстояние от полюса зеркала до его фокуса называется **фокусным расстоянием**.

В геометрической оптике принято использовать **правило знаков** для определения расстояний и радиусов кривизны преломляющих и отражающих поверхностей. **Расстояния отсчитываются** от преломляющей или отражающей поверхности и считаются положительными, если они отложены в направлении распространения света. Если же расстояния отложены в направлении противоположном световому лучу, то они считаются отрицательными.

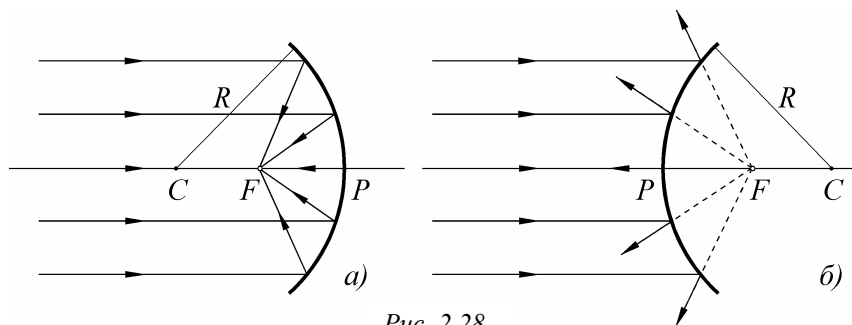


Рис. 2.28

**Радиус кривизны**, отсчитываемый от преломляющей поверхности к центру кривизны, считается положительным, если направление отсчета совпадает с направлением распространения света. Если направление отсчета противоположно направлению распространения света, то радиус кривизны будет отрицательным.

#### Формула сферического зеркала

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} = \frac{1}{f} = \frac{2}{R}, \quad (21.2)$$

где  $f$  – фокусное расстояние зеркала,  $R$  – радиус его кривизны,  $a_1$  и  $a_2$  – расстояния до предмета и изображения от полюса зеркала соответственно. С учетом правила знаков в формуле (21.2) для выпуклого зеркала радиус кривизны  $R$  будет положительным, для вогнутого – отрицательным.

**Линза** – прозрачное тело, ограниченное двумя поверхностями, преломляющими световые лучи, способные формировать оптические изображения. По форме ограничивающих поверхностей линзы бывают **двояковыпуклые** (рис. 2.29 а), **плосковыпуклые** (рис. 2.29 б), **выпукловогнутые** (рис. 2.29 в), **двояковогнутые** (рис. 2.29 г), **плосковогнутые** (рис. 2.29 д), **вогнутовыпуклые** (рис. 2.29 е).

По своим оптическим свойствам линзы подразделяются на **собирающие** и **рассеивающие**. Линза, толщина которой значительно меньше величин радиусов кривизны ограничивающих ее поверхностей, называется **тонкой**.



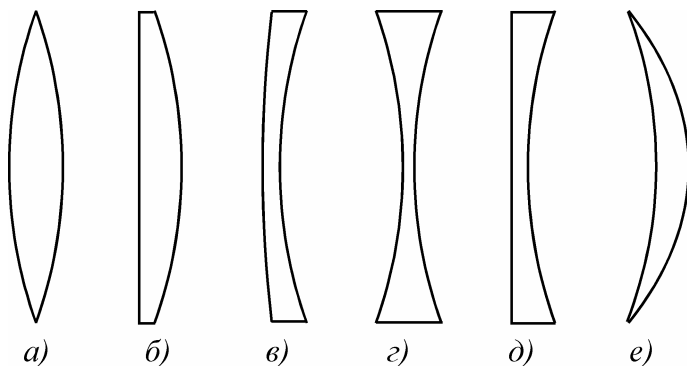


Рис. 2.29

**Фокусом линзы** называется точка, находящаяся на его главной оптической оси, в которой пересекаются лучи (или продолжения лучей) светового потока, прошедшего через эту линзу, если до линзы световой поток параллелен главной оптической оси линзы. Расстояние от оптического центра линзы до его фокуса называется **фокусным расстоянием**.

**Формула тонкой линзы:**

$$-\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} = \frac{1}{f}, \quad (21.3)$$

где  $a_1$  и  $a_2$  – расстояния от оптического центра линзы до предмета и до изображения соответственно (рис. 2.30). Формулы (21.2) и (21.3) также записаны с учетом правила знаков.

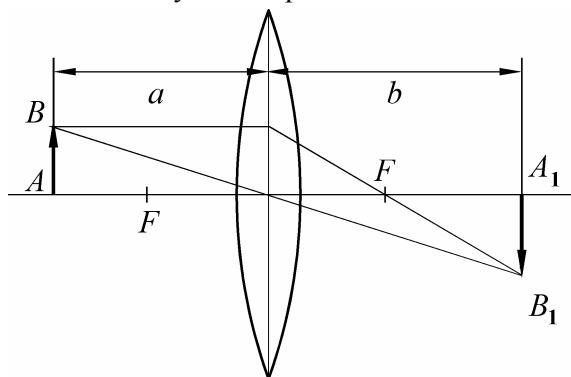


Рис. 2.30

### Оптическая сила тонкой линзы:

$$D = \frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right), \quad (21.4)$$

где  $n$  – относительный показатель преломления линзы,  $R_1$  и  $R_2$  – радиусы кривизны ее поверхностей. Единицей измерения оптической силы является *диоптрия* (дптр). Оптическая сила собирающих линз является величиной положительной, рассеивающих – отрицательной.

При построении изображения в тонкой линзе следует учитывать следующие **свойства лучей**, падающих на линзу.

1. Луч, параллельный главной оптической оси, после линзы проходит через фокус (рис. 2.31).

2. Луч, идущий через фокус линзы, после преломления распространяется параллельно главной оптической оси (рис. 2.32).

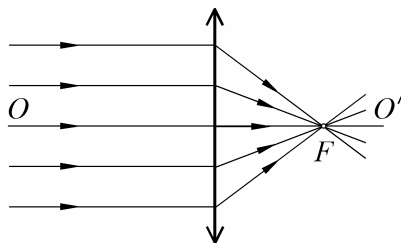


Рис. 2.31

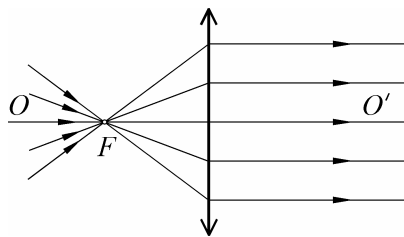


Рис. 2.32

3. Луч, идущий через оптический центр линзы, проходит линзу без преломления (рис. 2.33).

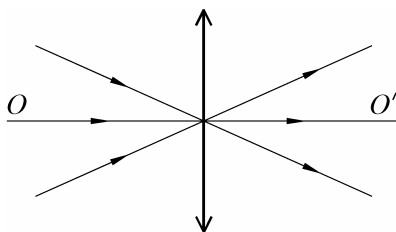


Рис. 2.33

4. Параллельные лучи после прохождения через линзу пересекаются в определенной точке фокальной плоскости (рис. 2.34).

5. Лучи, исходящие из некоторой точки фокальной плоскости, после прохождения через линзу будут параллельными (рис. 2.35).

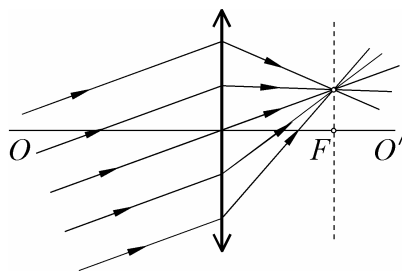


Рис. 2.34

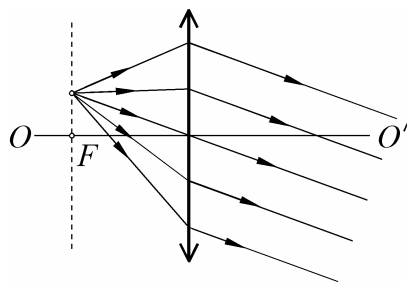


Рис. 2.35

Так как центральную часть линзы для узких пучков можно уподобить плоскопараллельной пластине, то пренебрежение толщиной линзы означает пренебрежение смещением параллельного пучка, идущего под углом к главной оптической оси. Эту прямую называют **побочной осью**. Эти замечания важны для решения задач на построение изображений.

Для построения изображения предмета необходимо построить изображение его характерных точек. Для получения изображения точки достаточно построить ход двух лучей, исходящих из этой точки, при этом ее изображение будет находиться на пересечении преобразованных лучей (**действительное изображение**) или их продолжений (**мнимое изображение**). При построении изображений в тонкой линзе используются в основном свойства лучей: проходящих через оптический центр (рис. 2.33), параллельных главной оптической оси (рис. 2.31, 2.32) и параллельных побочной оптической оси (рис. 2.34, 2.35).

**Лупа** – простейшая оптическая система (собирающая линза) с фокусным расстоянием  $100 \div 10$  мм.

Пусть рассматриваемый предмет располагается в фокусе лупы или на расстоянии, несколько меньшем фокусного (рис. 2.36).

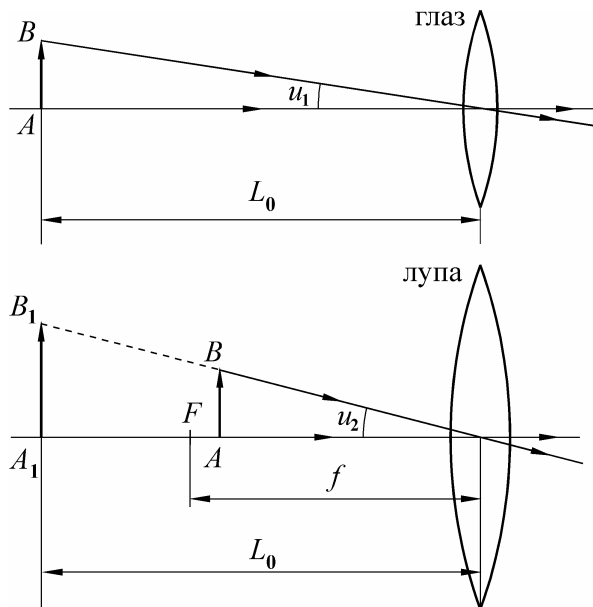


Рис. 2.36

При этом получается мнимое прямое увеличенное изображение предмета, который находится на расстоянии  $L_0$  от глаза или в бесконечности. В обоих случаях угловое увеличение приблизительно равно

$$W = \frac{\operatorname{tg} u_2}{\operatorname{tg} u_1} \approx \frac{L_0}{f}, \quad (21.5)$$

где  $f$  – фокусное расстояние лупы.

**Микроскоп** – оптическая система, в простейшем случае состоящая из окуляра и объектива, основной функцией которой является создание отдельных изображений микроскопических объектов путем их увеличения. Ход лучей в микроскопе подробно рассмотрен в одной из задач главы «Примеры решения задач».

**Увеличение**, даваемое микроскопом, определяется из соотношения:

$$W = \frac{L_0}{f} = \frac{L_0}{f_{об} f_{ок}} \Delta, \quad (21.6)$$

где  $\Delta$  – расстояние между задним фокусом объектива и передним фокусом окуляра, так называемый оптический промежуток,  $f_{об}$  и  $f_{ок}$  – соответственно фокусное расстояние объектива и окуляра (смотри главу «Примеры решения задач»).

**Разрешающая способность микроскопа** характеризуется минимальным расстоянием  $y_0$  между двумя точками, при котором они еще будут различимыми при использовании данного прибора. Она зависит от длины волны света и апертуры  $u_1$  пучка, падающего на объектив:

$$y_1 = \frac{0,61\lambda}{n_1 \sin u_1}. \quad (21.8)$$

Величина  $A = n_1 \sin u_1$  называется **числовой апертурой** объектива микроскопа.

**Телескоп (зрительная труба)** – оптическая система, состоящая из окуляра и объектива, имеющая своим свойством создавать раздельные изображения достаточно удаленных объектов. Ход лучей в телескопе подробно рассмотрен в одной из задач главы «Примеры решения задач».

**Увеличение**, даваемое телескопом, находится из отношения фокусных расстояний объектива  $f_{об}$  и окуляра  $f_{ок}$ :

$$W = \frac{f_{об}}{f_{ок}}. \quad (21.7)$$

Вследствие очень большого расстояния звезды можно рассматривать как точечные источники, несмотря на их огромные размеры. Изображение звезды представляет собой дифракционную картину, которая создается оправой объектива.

Два точечных некогерентных источника 1 и 2 (рис. 2.37) будут разрешенными (наблюдаемыми раздельно), если угловое расстояние между ними  $\psi$  больше углового размера центрального фраунгоферова максимума  $\varphi_1$ , создаваемого каждым из них:

$$\psi \geq \varphi_1 = \frac{1,22\lambda}{D},$$

где  $D$  – диаметр объектива телескопа.

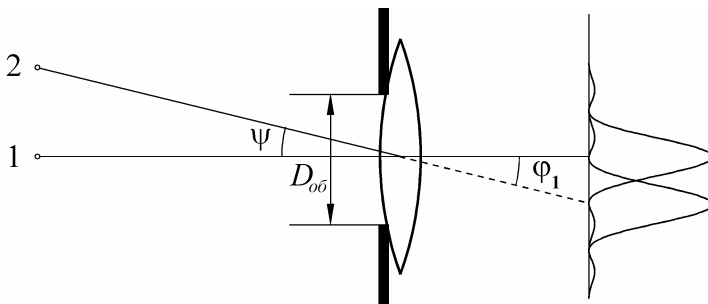


Рис. 2.37

**Разрешающая способность телескопа** – величина, определяемая из соотношения:

$$A = \frac{1}{\psi_0} = \frac{1}{\varphi_1} = \frac{D}{1,22\lambda}. \quad (21.9)$$

## 22. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СВЕТА С ВЕЩЕСТВОМ. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

При прохождении через вещество интенсивность света уменьшается в результате поглощения и рассеяния. При поглощении энергия световой волны превращается в тепловую. Поглощение света описывается законами Бугера-Ламберта и Бера.

**Закон Бугера-Ламберта** записывается в виде:

$$I = I_0 e^{-\eta l}, \quad (22.1)$$

где  $I_0$  и  $I$  – соответственно интенсивности света, падающего на поверхность среды и вышедшего из слоя среды толщиной  $l$ ,  $\eta$  – показатель поглощения, характеризующий способность данной среды поглощать энергию световой волны.

**Закон Бера** выражает зависимость показателя поглощения от концентрации вещества  $C$ :

$$\eta = \varepsilon C, \quad (22.2)$$

где  $\varepsilon$  – коэффициент пропорциональности, не зависящий от концентрации и характерный для молекулы поглощающего вещества.

**Объединенный закон Бугера-Ламберта-Бера** в экспоненциальной форме имеет вид:

$$I = I_0 e^{-\varepsilon' Cl} . \quad (22.3)$$

Если перейти к десятичным логарифмам, то закон (22.3) примет вид:

$$I = I_0 10^{-\varepsilon' Cl} , \quad (22.4)$$

или после логарифмирования

$$\lg \frac{I_0}{I} = \varepsilon' Cl . \quad (22.5)$$

Величина  $\varepsilon'$  – десятичный показатель поглощения, который называют **экстинкцией**.

Величину  $D$ , равную  $\lg(I_0/I)$ , называют **оптической плотностью**. Отношение интенсивности монохроматического потока излучения, прошедшего через исследуемый объект, к интенсивности первоначального потока излучения называют **коэффициентом пропускания** и обозначают  $T$  :

$$T = \frac{I}{I_0} = 10^{-\varepsilon' Cl} . \quad (22.6)$$

Оптическая плотность и коэффициент пропускания связаны между собой соотношением:

$$D = -\lg T . \quad (22.7)$$

Используя определение оптической плотности, закон **Бугера-Ламберта-Бера** можно записать в виде:

$$D = \varepsilon' Cl , \quad (22.8)$$

где  $\varepsilon = \varepsilon' \lg e = 0,43\varepsilon'$  – коэффициент экстинкции вещества.

Величину отношения интенсивности потока монохроматического излучения, поглощенного веществом, к интенсивности потока монохроматического излучения, падающего на него, **называют коэффициентом поглощения**:

$$K = \frac{I_0 - I}{I_0} . \quad (22.9)$$

При отсутствии отражения падающего света выполняется соотношение:

$$K + T = 1 . \quad (22.10)$$

Зависимость показателя преломления света от длины волны (или частоты) называют **дисперсией света**. Количественной характеристикой дисперсии служит величина, называемая **дисперсией вещества**, равная отношению изменения показателя преломления  $dn$  при изменении длины волны излучения от  $\lambda$  до  $\lambda + d\lambda$  к величине спектрального интервала  $d\lambda$  :

$$D = \frac{dn}{d\lambda}. \quad (22.11)$$

Для большинства оптически прозрачных диэлектриков при увеличении длины волны показатель преломления уменьшается ( $dn/d\lambda < 0$ ). Этот случай дисперсии называется **нормальной дисперсией**. Если  $dn/d\lambda > 0$ , то имеет место **аномальная дисперсия**. Для большинства оптически прозрачных диэлектриков наблюдается нормальная дисперсия. Аномальная дисперсия наблюдается для окрашенных сред в области длин волн, где наблюдается наиболее интенсивное поглощение.

Классическая электронная теория позволяет найти зависимость показателя преломления от частоты света  $\omega$  :

$$n_{\omega}^2 = 1 + \frac{Ne^2}{m\epsilon_0} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad (22.12)$$

где  $N$  – концентрация молекул,  $e$  – заряд электрона,  $m$  – масса электрона,  $\omega_0$  – собственная частота колебаний оптического электрона.

Согласно **классической теории дисперсии** показатель преломления газа зависит от концентрации  $N$  и поляризуемости  $\alpha$  его молекул:

$$n^2 = \epsilon = 1 + \chi = 1 + N\alpha. \quad (22.13)$$

**Поляризация света** – упорядочение в ориентации векторов напряженности электрического и магнитного полей световой волны в плоскости, перпендикулярной направлению ее распространения. *(Не следует путать с поляризацией диэлектриков, о которой говорилось в главе 4 «Электрическое поле в диэлектриках. Электрическая емкость. Конденсаторы»).*

Если в процессе распространения волны колебания переменной величины совершаются только в одной плоскости, которая



параллельна направлению их распространения, то такие волны называют **линейно поляризованными**. Плоскость колебаний при этом называют **плоскостью поляризации**. В случае электромагнитных волн плоскость поляризации – это плоскость, в которой совершает колебания вектор напряженности электрического поля  $\vec{E}$ .

Кроме линейной для электромагнитных волн выделяют также **циркулярную** и **эллиптическую поляризацию**. При эллиптической поляризации конец вектора  $\vec{E}$  (и ортогонального ему магнитного поля  $\vec{H}$ ) в проекции на плоскость, перпендикулярную направлению распространения света, описывает эллипс. В циркулярно поляризованной волне конец вектора напряженности электрического поля  $\vec{E}$  (а также  $\vec{H}$ ) совершает вращение так, что его проекция описывает в плоскости, перпендикулярной направлению распространения, окружность. Свет, у которого колебания вектора  $\vec{E}$  изменяются случайным образом по всем направлениям, перпендикулярным лучу, называют **естественными**.

Линейно поляризованный свет получают с помощью специальных устройств, называемых **поляризаторами**. С помощью поляризаторов можно также изучать, является ли данное излучение линейно поляризованным или нет. Поляризационное устройство, служащее для таких целей, называют **анализатором**. Плоскость колебаний вектора  $\vec{E}$  света, пропускаемого поляризатором, называется **плоскостью поляризации поляризатора (плоскостью поляризатора)**.

Если плоскость колебаний линейно поляризованного света, падающего на поляризатор, совпадает с плоскостью поляризатора, то такой свет проходит через поляризатор без ослабления.

Если плоскость поляризации линейно поляризованного света перпендикулярна плоскости поляризатора, то идеальный поляризатор не пропускает свет вообще.

Если плоскость поляризации падающего линейно поляризованного света составляет угол  $\alpha$  с плоскостью поляризатора, то интенсивность прошедшего через поляризатор света будет равна

$$I = I_0 \cos^2 \alpha, \quad (22.14)$$

где  $I_0$  – интенсивность падающего на поляризатор линейно поляризованного света. Выражение (22.14) носит название **закона Малюса**.

Большинство кристаллов обладают **оптической анизотропией\***, которая заключается в зависимости оптических свойств (прежде всего показателя преломления) от направления распространения света в кристалле. Характерным проявлением оптической анизотропии является **двулучепреломление**, суть которого заключается в том, что если направить пучок света на достаточно толстый кристалл исландского шпата, то на выходе мы получим два пространственно разделенных луча. Эти лучи называют соответственно обыкновенным и необыкновенным и обозначают  $o$  и  $e$ . Показатель преломления обыкновенного луча  $n_o$  не зависит, а показатель преломления необыкновенного  $n_e$  зависит от направления его распространения в кристалле.

В кристалле исландского шпата имеется направление, при распространении вдоль которого свет не испытывает двулучепреломление\*\* (рис. 2.38). Такое направление называется **оптической осью кристалла**. В данном кристалле это линия, проведенная через вершины противоположных тупых углов. Любая прямая, проведенная параллельно данному направлению, будет также являться оптической осью. Оптическую ось всегда можно провести через точку падения луча на кристалл. Плоскость, проходящую через эту ось, и падающий луч называют **главной плоскостью (главным сечением кристалла)**.

Оба луча  $o$  и  $e$ , возникающие в кристалле, поляризованы в двух взаимно-перпендикулярных направлениях: колебания вектора  $\vec{E}$  в обыкновенном луче перпендикулярны к главной плоскости; в необыкновенном луче колебания  $\vec{E}$  расположены в главной плоскости кристалла.

---

\* Не обладают оптической анизотропией кристаллы, имеющие кубическую кристаллическую решетку, например кристаллы  $NaCl$ .

\*\* При падении луча на кристалл перпендикулярно оптической оси также не возникает пространственного разделения обыкновенного и необыкновенного лучей.

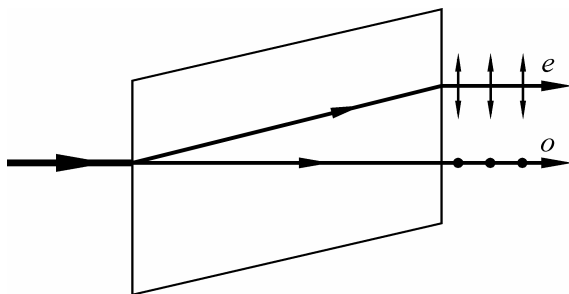


Рис. 2.38

Кристалл, у которого скорость распространения обыкновенной волны больше скорости распространения волны необыкновенной ( $n_e > n_o$ ), называется **положительным**. У **отрицательных кристаллов** скорость распространения обыкновенной волны меньше скорости распространения необыкновенной ( $n_e < n_o$ ).

Если кристалл положительный, то волновой фронт  $o$ -волны опережает волновой фронт волны  $e$ . В результате между ними возникает определенная разность хода, в зависимости от величины которой можно судить о поляризации вышедшего луча. После прохождения пластинки толщиной  $d$  разность фаз  $\Delta\Phi$  между ними равна

$$\Delta\Phi = \Delta\Phi_0 + \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)d, \quad (22.15)$$

где  $\lambda$  – длина волны,  $\Delta\Phi_0$  – разность фаз между обыкновенной и необыкновенной волнами в момент падения на пластинку.

Если  $\Delta\Phi = \pm \frac{\pi}{2} + 2m\pi$ , то после выхода из пластинки две волны, складываясь, в общем случае дают эллиптическую поляризацию. При этом разность хода между обыкновенной и необыкновенной волнами, создаваемая пластинкой, удовлетворяет условию:

$$d(n_o - n_e) = \frac{\lambda}{4} + m\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (22.16)$$

Такая пластинка называется **пластинкой в четверть длины волны (пластинкой в  $\lambda/4$ )**.

Если направление колебаний вектора  $\vec{E}$  волны составляет угол  $\alpha$  с оптической осью  $OO'$  пластинки  $\lambda/4$ , то амплитуду падающей волны  $\vec{E}_0$  можно разложить на две составляющие: обыкновенную и необыкновенную. Амплитуда обыкновенной волны (параллельно оптической оси пластинки) будет равна  $E_{0o} = E_0 \cos \alpha$ , необыкновенной (перпендикулярно оптической оси пластинки) –  $E_{0e} = E_0 \sin \alpha$  (рис. 2.39). После выхода из пластинки  $\lambda/4$  две волны, складываясь, в общем случае дают эллиптическую поляризацию. В частности, если  $\alpha = 45^\circ$  и амплитуда обыкновенной и необыкновенной волн будет одинаковой, то на выходе из пластинки свет будет поляризован циркулярно. При этом положительное значение разности фаз соответствует поляризации по левому кругу, отрицательное – по правому.

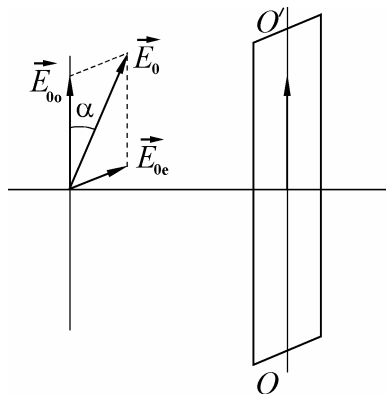


Рис. 2.39

С помощью пластинки в  $\lambda/4$  можно выполнить и обратную операцию: превратить эллиптически или циркулярно поляризованный свет в линейно поляризованный. Если толщина пластинки такова, что разность хода и сдвиг фаз, создаваемые ей, будут соответственно равны

$$d(n_o - n_e) = \frac{\lambda}{2} + m\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots, \quad (22.17)$$

$$\Delta\Phi = \pi + 2\pi m, \quad (22.18)$$

то выходящий из пластинки свет при этом остается линейно поляризованным, но плоскость поляризации поворачивается против часовой стрелки на угол  $2\alpha$ , если смотреть навстречу лучу.

Если для пластинки в целую длину волны разность хода составляет:

$$d(n_o - n_e) = m\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots, \quad (22.19)$$

то выходящий свет в этом случае остается поляризованным линейно, причем плоскость колебаний не изменяет своего направления при любой ориентации пластинки.

При отражении и преломлении света на границе двух диэлектриков состояние поляризации отраженного и преломленного света может изменяться. В случае, когда сумма углов падения и преломления (рис. 2.40) составляет  $90^\circ$  ( $\varphi + \psi = 90^\circ$ ), из закона преломления получим:

$$\operatorname{tg}\varphi_B = n_{21}. \quad (22.20)$$

Выражение (22.20) носит название **закона Брюстера**.

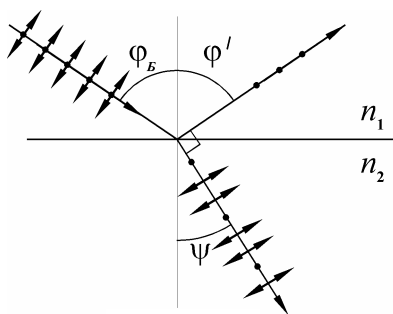


Рис. 2.40

Угол падения, для которого выполняется условие (22.20), называется **углом Брюстера**. При падении света на границу раздела под углом Брюстера составляющая волны, поляризованная в плоскости падения, отражаться от границы раздела не будет. При падении естественного света под углом Брюстера отраженный свет будет полностью поляризован. Плоскость его поляризации будет перпендикулярна плоскости падения. Прошедший через границу раздела свет будет при этом преимущественно поляризован в плоскости падения.

Характеристикой частично поляризованного света является **степень поляризации света**:

$$\mathcal{P} = \frac{I_{\parallel} - I_{\perp}}{I_{\parallel} + I_{\perp}}, \quad (22.21)$$

где  $I_{\parallel}$  – интенсивность света, поляризованного в плоскости падения,  $I_{\perp}$  – интенсивность света, поляризованного в плоскости перпендикулярной плоскости падения. Для естественного света  $I_{\parallel} = I_{\perp}$ , поэтому  $\mathcal{P} = 0$ .

Если при прохождении через некоторую среду плоскость поляризации света поворачивается, то среда называется **оптически активной**. Угол поворота плоскости поляризации при прохождении света через **оптически активное твердое тело (закон Био)**:

$$\alpha = \alpha_0 d, \quad (22.22)$$

где  $\alpha_0$  – постоянная вращения,  $d$  – геометрическая длина пути, пройденная светом в оптически активном веществе.

Угол поворота плоскости поляризации при прохождении света через **оптически активную жидкость**:

$$\alpha = \alpha'_0 c d, \quad (22.23)$$

где  $\alpha'_0$  – удельная постоянная вращения,  $c$  – концентрация оптически активного вещества.

**Эффект Керра** заключается в возникновении оптической анизотропии в жидкости, помещенной в электрическом поле. При этом наводится оптическая ось, направленная вдоль приложенного электрического поля. При распространении пучка света перпендикулярно оптической оси в жидкости будут создаваться две волны – обыкновенная и необыкновенная, движущиеся в одном направлении с различными скоростями  $v_o$  и  $v_e$ . В качестве меры наведенной анизотропии служит величина  $n_e - n_o$ , которая пропорциональна квадрату напряженности электрического поля:

$$n_e - n_o = kE^2, \quad (22.24)$$

где  $k$  – некоторая константа, зависящая от свойств жидкости.

При прохождении через слой жидкости толщиной  $l$  между  $o$  - и  $e$  - волнами возникает оптическая разность хода:

$$\Delta L = l(n_0 - n_e) = BlE^2. \quad (22.25)$$

Величина  $B = k/\lambda$  называется **постоянной Керра**. Для наблюдения эффекта Керра используется ячейка Керра, которая представляет собой сосуд с жидкостью с прозрачными плоскими стенками. В жидкость помещаются пластины плоского конденсатора, к которым подается высокое напряжение (рис. 2.41).

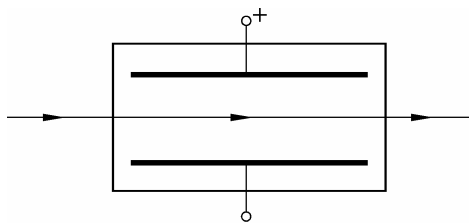


Рис. 2.41

**Оптический эффект Доплера** – изменение частоты колебаний или длины волны, воспринимаемой наблюдателем, при движении источника (излучающего атома) и наблюдателя друг относительно друга. Выделяют **поперечный** и **продольный** эффекты Доплера.

**Продольный эффект Доплера** наблюдается при относительном сближении или удалении источника или приемника. В этом случае частота волны, регистрируемая наблюдателем, будет равна:

$$\nu = \nu_0 \frac{\sqrt{1 \mp v_z/c}}{\sqrt{1 \pm v_z/c}}, \quad (22.26)$$

где  $\nu_0$  – частота излучения неподвижного источника,  $c$  – скорость света в вакууме, где  $v_z$  – проекция скорости движения источника или наблюдателя на направление, соединяющее источник и наблюдателя (рис. 2.42).

Если скорость движения источника (приемника) значительно меньше скорости света в вакууме ( $v \ll c$ ), то выражение (22.26) будет иметь вид:

$$\nu \approx \nu_0 \left( 1 \mp \frac{v_z}{c} \right). \quad (22.27)$$

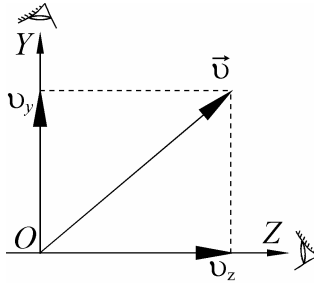


Рис. 2.42

Знак «+» соответствует движению частицы к наблюдателю, а «-» – от наблюдателя.

**Поперечный эффект Доплера** наблюдается при движении источника света в направлении, перпендикулярном линии, соединяющей источник с наблюдателем. Частота  $\nu$ , регистрируемая наблюдателем, будет определяться выражением:

$$\nu = \nu_0 \sqrt{1 - (v_y/c)^2}, \quad (22.28)$$

где  $v_y$  – проекция скорости движения источника или наблюдателя на направление, перпендикулярное линии, соединяющей источник и наблюдателя (рис. 2.42).

Необходимо отметить, что поперечный эффект Доплера значительно менее выражен, чем продольный.



## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**Пример 1.** В упругой среде распространяется плоская поперечная волна, имеющая частоту  $1,2 \cdot 10^4$  Гц и амплитуду колебаний 1,2 мм. Определить длину волны, фазу колебаний, смещение, скорость и ускорение точки, расположенной на расстоянии 30 см от источника в момент времени 0,15 мс, считая начальную фазу равной нулю. Определить разность фаз колебаний двух точек, расположенных на расстоянии 40 см и 42 см от источника. Плотность среды принять равной  $2700 \text{ кг/м}^3$ , модуль поперечной упругости (модуль сдвига)  $2,5 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$ .

**Дано:**

$$\nu = 1,2 \cdot 10^4 \text{ Гц},$$

$$y_0 = 1,2 \text{ мм} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ м},$$

$$x = 30 \text{ см} = 0,30 \text{ м},$$

$$t = 0,15 \text{ мс} = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ с},$$

$$x_1 = 40 \text{ см} = 0,40 \text{ м},$$

$$x_2 = 42 \text{ см} = 0,42 \text{ м},$$

$$\rho = 2700 \text{ кг/м}^3,$$

$$G = 2,5 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2.$$

**Найти:**  $\lambda$ ,  $\Phi$ ,  $y$ ,  $v$ ,  $a$ ,  $\Delta\Phi$ .

**Решение.** В соответствии с [14.5] длина волны равна расстоянию, которое проходит волна за время, равное периоду:

$$\lambda = \nu T. \quad (1)$$

Скорость распространения волн, являющихся по условию задачи поперечными, определим из условия [14.17]:

$$\nu = \sqrt{\frac{G}{\rho}}. \quad (2)$$

Поскольку период и частота связаны между собой соотношением [14.3]  $T = 1/\nu$ , то на основании выражений (1) и (2) имеем:

$$\lambda = \frac{1}{\nu} \sqrt{\frac{G}{\rho}}. \quad (3)$$

Подставляя числовые значения, получим:

$$\lambda = \frac{1}{1,2 \cdot 10^4} \sqrt{\frac{2,5 \cdot 10^{10}}{2700}} = 0,25 \text{ м.}$$

Для определения других характеристик волны запишем ее уравнение [14.4]:

$$y = y_0 \cos(\omega t - kx), \quad (4)$$

где  $y_0$  – амплитуда,  $\omega$  – циклическая частота,  $k$  – волновое число,  $x$  – расстояние от источника до данной точки.

Как известно, в уравнении волны выражение, стоящее под знаком косинуса, является фазой волны  $\Phi$  [14.2] и определяется как

$$\Phi = \omega t - kx. \quad (5)$$

С учетом выражений, связывающих циклическую и линейную частоты [14.3], а также, используя определение волнового числа [14.4], перепишем (5) в виде:

$$\Phi = 2\pi(vt - x/\lambda).$$

Поставив числовые значения, получим:

$$\Phi = 2\pi(1,2 \cdot 10^4 \cdot 1,5 \cdot 10^{-4} - 0,30/0,25) = 1,2\pi.$$

Величину смещения определим, подставив в уравнение (4) значения фазы и амплитуды:

$$y = 1,2 \cdot 10^{-3} \cos(1,2\pi) = -9,7 \cdot 10^{-4} \text{ м} = -0,97 \text{ мм.}$$

Скорость движения частиц среды равна первой производной смещения по времени:

$$v = \frac{dy}{dt}.$$

Дифференцируя (4), имеем:

$$v = -y_0 \omega \sin(\omega t - kx) = -2\pi v y_0 \sin[2\pi(vt - x/\lambda)]. \quad (6)$$

Выполняя вычисления, получим:

$$\begin{aligned} v &= -2 \cdot 3,14 \cdot 1,2 \cdot 10^4 \cdot 1,2 \cdot 10^{-3} \sin \left[ 2\pi \left( 1,2 \cdot 10^4 \cdot 1,5 \cdot 10^{-4} - \frac{0,30}{0,25} \right) \right] = \\ &= 53,2 \text{ м/с.} \end{aligned}$$

Ускорение является первой производной по времени от скорости, поэтому, дифференцируя (6), получим:

$$a = -y_0 \omega^2 \cos(\omega t - kx) = -(2\pi\nu)^2 y_0 \cos(\nu t - x/\lambda).$$

После подстановки числовых данных получим:

$$a = -1,2 \cdot 10^{-3} (2 \cdot 3,14 \cdot 1,2 \cdot 10^4)^2 \cos \left[ 2\pi \left( 1,2 \cdot 10^4 \cdot 1,5 \cdot 10^{-4} - \frac{0,30}{0,25} \right) \right] =$$

$$= 6,2 \cdot 10^6 \text{ м/с}^2.$$

Для определения разности фаз колебаний для точек с координатами  $x_1$  и  $x_2$  воспользуемся соотношением (5):

$$\Delta\Phi = k(x_2 - x_1) = \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1).$$

Подставив заданные в условии задачи значения, получим:

$$\Delta\Phi = \frac{2\pi}{0,25}(0,42 - 0,40) = 0,16\pi.$$

**Ответ:**  $\lambda = 25$  см,  $\Phi = 1,2\pi$ ,  $y = -0,97$  мм,  $\nu = 53,2$  м/с,

$\Delta\Phi = 0,16\pi$ ,  $a = 6,2 \cdot 10^6$  м/с<sup>2</sup>.

**Пример 2.** Определить время, через которое повысится температура стакана воды массой 0,50 кг на 1,0 °С при условии поглощения всей энергии падающей звуковой волны, имеющей уровень громкости 70 дБ. Поглощающая площадь стакана 50 см<sup>2</sup>. Теплоемкостью стакана, а также теплообменом стакана с окружающей средой пренебречь. Минимальная интенсивность звука, воспринимаемая органом слуха человека,  $I_0 = 1,0 \cdot 10^{-12}$  Вт/м<sup>2</sup>.

**Дано:**

$$L = 70 \text{ дБ},$$

$$S = 50 \text{ см}^2 = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2,$$

$$\Delta T = 1,0 \text{ °С},$$

$$m = 0,50 \text{ кг}.$$

**Найти:**  $t$ .

**Решение.** Уровень громкости, выраженный в децибелах (дБ), определяется выражением [15.1]:

$$L = 10 \lg \frac{I}{I_0}, \quad (1)$$

где  $I$  – интенсивность данного звука,  $I_0$  – минимальная интенсивность звука, воспринимаемая органом слуха человека.

Из соотношения (1) получим:

$$\frac{I}{I_0} = 10^{\left(\frac{L}{10}\right)} \text{ или } I = I_0 10^{(0,1L)}. \quad (2)$$

Подставляя числовые значения в (2), имеем:

$$I = 1,0 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{0,1 \cdot 70} = 1,0 \cdot 10^{-5} \text{ Вт/м}^2.$$

Определим энергию, поглощенную стаканом воды площадью  $S$  за время  $t$ :

$$W = IS t. \quad (3)$$

Энергия, необходимая для того, чтобы температура заданного количества воды увеличилась на  $\Delta T = 1,0$  °С, будет определяться выражением:

$$Q = cm\Delta T, \quad (4)$$

где  $c$  – удельная теплоемкость воды,  $m$  – ее масса.

Поскольку вся энергия звуковой волны идет на нагревание воды ( $W = Q$ ), то из соотношений (3) и (4) легко определить время, необходимое для нагревания воды:

$$t = \frac{W}{IS} = \frac{cm\Delta T}{IS}.$$

Подставив числовые значения, получим:

$$t = \frac{4200 \cdot 0,50 \cdot 1,0}{1,0 \cdot 10^{-5} \cdot 50 \cdot 10^{-4}} = 4,2 \cdot 10^{10} \text{ с.}$$

**Ответ:**  $t = 4,2 \cdot 10^{10}$  с.

**Пример 3.** Резонатор, настроенный на частоту 15 кГц, приближается к источнику звука, излучающему акустическую волну длиной 2,5 см. С какой скоростью должен двигаться резонатор, чтобы в нем возникли колебания? Температура воздуха 27 °С.

**Дано:**

$$\nu_{рез} = 15 \text{ кГц} = 1,5 \cdot 10^4 \text{ Гц},$$

$$\lambda_0 = 2,5 \text{ см} = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ м},$$

$$t = 27^\circ\text{C}, T = 300 \text{ К}.$$

**Найти:**  $\nu_n$ .

**Решение.** Как известно, вследствие эффекта Доплера, при относительном движении источника и приемника звука частота  $\nu'$ , регистрируемая приемником, будет отличаться от частоты источника  $\nu_0$ . Количественно эта зависимость выражается соотношением [15.6]:

$$\nu' = \nu_0 \frac{\nu + \nu_n}{\nu - \nu_u}, \quad (1)$$

где  $\nu$  – скорость звука в среде,  $\nu_u$  и  $\nu_n$  – скорости источника и приемника соответственно. В условиях задачи источник неподвижен ( $\nu_u = 0$ ), поэтому выражение (1) запишется в виде:

$$\nu' = \nu_0 \frac{\nu + \nu_n}{\nu} = \nu_0 \left( 1 + \frac{\nu_n}{\nu} \right). \quad (2)$$

Скорость звука в газе зависит от температуры и молярной массы газа [15.5]:

$$\nu = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}}, \quad (3)$$

где  $R$  – универсальная газовая постоянная,  $T$  – абсолютная температура,  $M$  – молярная масса,  $\gamma$  – показатель адиабаты, равный отношению молярной теплоемкости при постоянном давлении к молярной теплоемкости при постоянном объеме:

$$\gamma = \frac{C_{Mp}}{C_{Mv}}. \quad (4)$$

Учитывая, что  $\nu_0 = \nu/\lambda_0$ , а также соотношение (3), запишем (2) в виде:

$$\nu' = \frac{1}{\lambda_0} \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}} \left( 1 + \nu_n \sqrt{\frac{M}{\gamma RT}} \right). \quad (5)$$

Условием возникновения колебаний в резонаторе является равенство частоты излучения источника, приходящего к резонатору, и его собственной частоты:

$$v' = v_{рез} \cdot \quad (6)$$

На основании равенств (5) и (6) получим:

$$v_{рез} = \frac{1}{\lambda_0} \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}} \left( 1 + v_n \sqrt{\frac{M}{\gamma RT}} \right).$$

Откуда искомая скорость резонатора выразится так:

$$v_n = \lambda_0 v_{рез} - \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}}. \quad (7)$$

Принимая для воздуха  $\gamma = 1,4$  (считаем его двухатомным газом), молярную массу  $M = 0,029$  кг/моль и подставляя числовые значения других величин, получим:

$$v_n = 2,5 \cdot 10^{-2} \cdot 1,5 \cdot 10^4 - \sqrt{1,4 \frac{8,31 \cdot 300}{2,9 \cdot 10^{-2}}} = 28 \text{ м/с}.$$

**Ответ:**  $v_n = 28$  м/с.

**Пример 4.** Определить частоту колебаний столба воздуха в трубе длиной 1,12 м при температуре воздуха 27 °С. Рассмотреть случаи, когда труба открыта с обоих концов; труба закрыта с обоих концов; один конец трубы закрыт, а второй – открыт.

**Дано:**

$$l = 1,12 \text{ м},$$

$$t = 27 \text{ °С}; T = 300 \text{ К}.$$

**Найти:**  $v$ .

**Решение.** В трубе (или стержне) происходит отражение колебаний на концах. При этом значительную амплитуду будут иметь только те колебания, для которых в трубе образуются стоячие волны.

Если труба с обоих концов будет закрыта, то на концах будут образовываться узлы; если же труба открыта с обоих концов, то на

концах будут образовываться пучности. В обоих случаях условие образования стоячих волн будет иметь вид:

$$l = \frac{m\lambda}{2}, \quad (1)$$

откуда  $\lambda = \frac{2l}{m}$ , (2)

где  $m$  – натуральное число.

Для определения частоты колебаний воспользуемся соотношением между частотой, скоростью распространения и длиной волны [14.3], [14.5]:

$$v = \frac{v}{\lambda}. \quad (3)$$

Будем считать воздух в трубе идеальным газом. Тогда, подставляя в соотношение (3) выражение для скорости звука в идеальном газе [15.5], получим:

$$v_1 = \frac{m}{2l} \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}}. \quad (4)$$

Максимальную амплитуду будут иметь колебания так называемой собственной частоты (основной тон), получающиеся при  $m = 1$ . С учетом этого, соотношение (4) примет вид:

$$v_{01} = \frac{1}{2l} \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}}. \quad (5)$$

Если один конец трубы закрыт, а второй – открыт, то со стороны закрытого конца будет образовываться узел, а со второго конца, открытого, будет образовываться пучность. Условие образования стоячих волн будет иметь вид [14.14]:

$$l = (2m - 1) \frac{\lambda}{4}. \quad (6)$$

Проделав аналогичные предыдущему случаю выкладки, получим выражение для частоты:

$$v_2 = \frac{2m - 1}{4l} \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}}. \quad (7)$$

Положив  $m = 1$ , определим основную частоту колебаний:

$$v_{02} = \frac{1}{4l} \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}}. \quad (8)$$

Принимая для воздуха показатель адиабаты равным 1,4 (считаем его двухатомным газом), а молярную массу воздуха 0,029 кг/моль, подставляя числовые значения других величин в (5) и (8), получим:

$$v_{01} = \frac{1}{2 \cdot 1,12} \sqrt{\frac{1,4 \cdot 8,31 \cdot 300}{0,029}} = 155 \text{ Гц},$$

$$v_{02} = \frac{1}{4 \cdot 1,12} \sqrt{\frac{1,4 \cdot 8,31 \cdot 300}{0,029}} = 77,4 \text{ Гц}.$$

**Ответ:**  $v_{01} = 155 \text{ Гц}$ ,  $v_{02} = 77,4 \text{ Гц}$ .

**Пример 5.** Точечный изотропный источник, имеющий силу света  $J_0$ , расположен на высоте  $H$  над серединой круглого стола радиуса  $R$ . Определить: а) среднюю освещенность стола; б) во сколько раз средняя освещенность стола меньше максимальной; в) высоту, на которой следует расположить источник, чтобы освещенность на краю стола была максимальной; г) кривую светораспределения\*, которую должен иметь источник, чтобы освещенность стола была равномерной.

**Дано:**

$J_0, H, R$ .

**Найти:**  $\langle \mathcal{E} \rangle, \mathcal{E}_{\max} / \langle \mathcal{E} \rangle, h, J(\varphi')$ .

**Решение.** Средняя освещенность  $\langle \mathcal{E} \rangle$  равна отношению светового потока, падающего на некоторую площадку, к величине площади этой площадки [17.2]:

---

\* Кривая светораспределения – это построенная в полярных координатах зависимость силы света источника от угла  $J(\varphi)$ , образуемого направлением, соответствующим максимальной силе света  $J_0$ , и данным направлением.



$$\langle \mathcal{E} \rangle = \frac{\Phi}{\sigma}. \quad (1)$$

Световой поток, падающий на поверхность стола, определим, используя определение силы света изотропного источника [17.8]:

$$\Phi = J\Omega. \quad (2)$$

Поскольку телесный угол

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos \varphi_0),$$

где  $\varphi_0$  – угол полураствора конуса, опирающегося на поверхность стола, то выражение (2) приобретет вид:

$$\Phi = 2\pi J(1 - \cos \varphi_0). \quad (3)$$

Из рисунка 2.43 следует геометрическое соотношение:

$$\cos \varphi_0 = \frac{H}{\sqrt{H^2 + R^2}}. \quad (4)$$

Площадь определяется как площадь круга:

$$\sigma = \pi R^2. \quad (5)$$

Учитывая (3), (4) и (5), выражение (1) запишем в виде:

$$\langle \mathcal{E} \rangle = \frac{2J}{R^2} \left( 1 - \frac{H}{\sqrt{R^2 + H^2}} \right). \quad (6)$$

В условиях предложенной задачи максимальная освещенность будет наблюдаться в центре стола:

$$\mathcal{E}_{\max} = \frac{J}{H^2} \quad (7)$$

Отношение максимальной освещенности стола к средней определим, воспользовавшись соотношениями (6) и (7):

$$\eta = \frac{\mathcal{E}_{\max}}{\langle \mathcal{E} \rangle} = \frac{R^2}{2H^2} \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{\sqrt{R^2 + H^2}}{H}}} = \frac{R^2 \sqrt{R^2 + H^2}}{2H^2 (\sqrt{R^2 + H^2} - 1)}. \quad (8)$$

При изменении высоты источника над столом освещенность, создаваемая точечным источником на краю стола, будет равна [17.10]:

$$\mathcal{E} = \frac{J_0 \cos \varphi}{r^2}, \quad (9)$$

где  $\varphi$  – угол между нормалью к площадке приемника и направлением на источник,  $r$  – расстояние от приемника до источника.

Из выражения (9) следует, что при уменьшении высоты источника над столом, величина  $r$  будет уменьшаться, однако угол  $\varphi$  будет увеличиваться, что обуславливает немонотонную зависимость освещенности от высоты.

Представим освещенность на краю стола как функцию одной переменной, например угла  $\varphi$ . Из рисунка 2.43 следует геометрическое соотношение  $r = \frac{R}{\sin \varphi}$ , поэтому (9) запишется в виде:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_\varphi = \frac{J_0}{R^2} \sin^2 \varphi \cos \varphi. \quad (10)$$

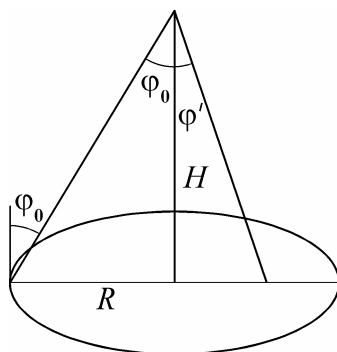


Рис. 2.43

Искомую высоту  $h$  найдем из условия экстремума функции:

$$d\mathcal{E}/d\varphi = 0.$$

Производя дифференцирование выражения (10), получим:

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\varphi} = \frac{J_0}{R^2} (\sin^2 \varphi \cos \varphi)' = \frac{J_0}{R^2} (2 \cos^2 \varphi \sin \varphi - \sin^3 \varphi) = 0. \quad (11)$$

Выполнив тригонометрические преобразования, получим:

$$\operatorname{tg} \varphi = \pm \sqrt{2}, \quad h = R \operatorname{tg} \varphi = \sqrt{2} R.$$

Для определения кривой светораспределения учтем, что при постоянной высоте источника  $H$  над столом в выражении (9)  $r = H/\cos \varphi'$  (рис. 2.43), поэтому:

$$\mathcal{E}_{\varphi'} = \frac{J}{H^2} \cos^3 \varphi'. \quad (12)$$

Из полученной зависимости следует, что освещенность будет постоянной, то есть не будет зависеть от угла, если

$$J = J(\varphi') = \frac{J_0}{\cos^3 \varphi'},$$

где  $J_0$  – сила света, создаваемая источником в направлении  $\varphi' = 0$ , то есть в центре стола.

**Ответ:**  $\langle \mathcal{E} \rangle = \frac{2J}{R^2} \left( 1 - \frac{H}{\sqrt{R^2 + H^2}} \right)$ ;  $\mathcal{E}_{\max} = \frac{J}{H^2}$ ;

$$\eta = \frac{\mathcal{E}_{\max}}{\langle \mathcal{E} \rangle} = \frac{R^2 \sqrt{R^2 + H^2}}{2H^2 (\sqrt{R^2 + H^2} - 1)}; \quad h = \sqrt{2}R; \quad J = J(\varphi') = \frac{J_0}{\cos^3 \varphi'}.$$

**Пример 6.** Лампа накаливания, излучающая поток  $2,5 \cdot 10^3$  лм, помещена в центр шара диаметром 25 см из матового стекла. Определить светимость и яркость внешней поверхности шара, если 25 % всего потока источника поглощается стеклом.

**Дано:**

$$\Phi = 2,5 \cdot 10^3 \text{ лм,}$$

$$d = 25 \text{ см} = 0,25 \text{ м,}$$

$$K = 0,25.$$

**Найти:**  $L$ ,  $M$ .

**Решение.** Определим световой поток, излучаемый поверхностью матового шара по всем направлениям:

$$\Phi' = (1 - K)\Phi, \quad (1)$$

где  $(1 - K)$  – коэффициент пропускания матового стекла, равный отношению прошедшего (рассеянного) светового потока  $\Phi'$  к величине излучаемого лампой падающего потока  $\Phi$ .

Светимость шара равна отношению излученного потока  $\Phi'$  к площади его поверхности  $\sigma$  [17.14]:

$$M = \frac{\Phi'}{\sigma} = \frac{(1-K)\Phi}{\pi d^2}. \quad (2)$$

Для определения яркости поверхности  $L$  шара воспользуемся связью светимости и яркости для ламбертова источника [17.16]:

$$L = \frac{M}{\pi}. \quad (3)$$

С учетом (2) выражение (3) примет вид:

$$L = \frac{(1-K)\Phi}{\pi^2 d^2}. \quad (4)$$

Выполняя вычисления, получим:

$$M = \frac{(1-0,25)2,5 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 0,25^2} = 9,6 \cdot 10^3 \text{ лм/м}^2,$$

$$L = \frac{(1-0,25)2,5 \cdot 10^3}{3,14^2 \cdot 0,25^2} = 3,0 \cdot 10^3 \text{ кд/м}^2.$$

**Ответ:**  $M = 9,6 \cdot 10^3 \text{ лм/м}^2$ ,  $L = 3,0 \cdot 10^3 \text{ кд/м}^2$ .

**Пример 7.** Сквозь отверстие в ставне в комнату падает пучок солнечного света, образующий зайчик на листе белой бумаги (рис. 2.44). Площадь зайчика равна  $80 \text{ см}^2$ , освещенность  $1,5 \cdot 10^4 \text{ лк}$ , коэффициент отражения бумаги  $0,85$ . Какова освещенность: а) потолка комнаты над листом бумаги, если ее высота  $3,5 \text{ м}$ ; б) стены на высоте  $2,5 \text{ м}$  от пола? Стена находится от зайчика на расстоянии  $3,0 \text{ м}$  и расположена перпендикулярно к плоскости падения солнечных лучей на пол.

**Дано:**

$$\sigma = 80 \text{ см}^2 = 8,0 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2,$$

$$E_0 = 1,5 \cdot 10^4 \text{ лк},$$

$$K = 0,85,$$

$$H = 3,5 \text{ м,}$$

$$h = 2,5 \text{ м,}$$

$$R = 3,0 \text{ м.}$$

**Найти:**  $\mathcal{E}_A$ ,  $\mathcal{E}_B$ .

**Решение.** На основании закона обратных квадратов [17.10] освещенность, создаваемая источником силы света  $J$ , равна:

$$\mathcal{E} = \frac{J \cos \varphi}{r^2}, \quad (1)$$

где  $r$  – расстояние от источника до точки наблюдения (площадки, где определяется освещенность),  $\varphi$  – угол между нормалью к площадке и направлением на источник.

Для определения силы света освещенного зайчика воспользуемся законом Ламберта [17.13]:

$$J = J_0 \cos \varphi', \quad (2)$$

где  $J_0$  – сила света, создаваемая протяженным источником в направлении, перпендикулярном его поверхности ( $\varphi' = 0$ ). Для ламбертова источника можно записать:

$$J_0 = L\sigma, \quad (3)$$

а также [17.16]:

$$M = \pi L, \quad (4)$$

где  $L$  – яркость,  $M$  – светимость источника,  $\sigma$  – его площадь.

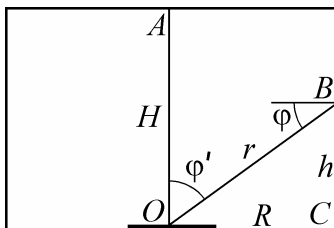


Рис. 2.44

Коэффициент отражения  $K$  равен отношению светимости поверхности к ее освещенности  $\mathcal{E}_0$ :

$$K = \frac{M}{\mathcal{E}_0}. \quad (5)$$

Учитывая соотношения (2) – (5), запишем выражение (1) в виде:

$$\mathcal{E} = \frac{K\mathcal{E}_0\sigma}{\pi r^2} \cos\varphi \cos\varphi' . \quad (6)$$

Для точки  $A$ , расположенной на потолке комнаты над освещенным пятном,  $\varphi = \varphi' = 0$ ,  $r = H$  и выражение (6) примет вид:

$$\mathcal{E}_A = \frac{K\mathcal{E}_0}{\pi H^2} \sigma .$$

Производя вычисления, получим:

$$\mathcal{E}_A = \frac{0,85 \cdot 1,5 \cdot 10^4}{3,14 \cdot 3,5^2} 8,0 \cdot 10^{-3} = 2,7 \text{ лк.}$$

Определим освещенность в точке  $B$ , находящейся на стене (рис. 2.44). Из прямоугольного треугольника  $\Delta OBC$  очевидны следующие геометрические соотношения:  $\varphi' = 90^\circ - \varphi$ ,

$r^2 = h^2 + R^2$ ,  $\cos\varphi = \frac{R}{r}$ ,  $\sin\varphi = \frac{h}{r}$ . С учетом этого выражение (6)

запишется в виде:

$$\mathcal{E}_B = \frac{K\mathcal{E}_0\sigma R h}{\pi(R^2 + H^2)^2} . \quad (7)$$

Подставляя числовые значения в (7), имеем:

$$\mathcal{E}_B = \frac{0,85 \cdot 1,5 \cdot 10^4 \cdot 8,0 \cdot 10^{-3} \cdot 3,0 \cdot 2,5}{3,14(3,0^2 + 3,5^2)^2} = 0,54 \text{ лк.}$$

**Ответ:**  $\mathcal{E}_A = 2,7$  лк,  $\mathcal{E}_B = 0,54$  лк.

**Пример 8.** Чему равны напряженности электрического и магнитного полей световой волны с длиной 500 нм, если при нормальном падении она создает освещенность 500 лк?

**Дано:**

$$\lambda = 500 \text{ нм} = 5,00 \cdot 10^{-7} \text{ м,}$$

$$\mathcal{E} = 500 \text{ лк.}$$

**Найти:**  $E_0$ ,  $H_0$ .

**Решение.** Для решения задачи выполним перевод световой освещенности, заданной в люксах, в энергетическую, выраженную в Вт/м<sup>2</sup>. Для этого воспользуемся кривой видности (смотри приложение 14). Для заданной длины волны относительная спектральная чувствительность среднего человеческого глаза составляет  $K_\lambda = 0,37$ . С учетом относительной спектральной чувствительности энергетическая освещенность  $\mathcal{E}_e$  будет равна [17.2], [17.20]:

$$\mathcal{E}_e = \frac{\mathcal{E}}{V_{555}K_\lambda}, \quad (1)$$

где  $V_{555}$  – максимальная спектральная чувствительность глаза, равная 683 лм/Вт.

Поскольку энергетическая освещенность тождественна интенсивности ( $I \equiv \mathcal{E}_e$ ), то для определения напряженности электрического и магнитных полей воспользуемся выражением для интенсивности монохроматических электромагнитных волн в вакууме [16.10]:

$$I = \frac{\varepsilon_0 c E_0^2}{2} = \frac{\mu_0 c H_0^2}{2}, \quad (2)$$

где  $E_0$  и  $H_0$  – амплитудные значения напряженности электрического и магнитного полей соответственно.

Из соотношений (1) и (2), подставляя числовые значения величин, получим:

$$E_0 = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}}{\varepsilon_0 c V_{555} K_\lambda}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 500}{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 3,0 \cdot 10^8 \cdot 683 \cdot 0,37}} = 38,6 \text{ В/м},$$

$$H_0 = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}}{\mu_0 c V_{555} K_\lambda}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 500}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 3,0 \cdot 10^8 \cdot 683 \cdot 0,37}} = 0,102 \text{ А/м}.$$

**Ответ:**  $E_0 = 38,6 \text{ В/м}$ ,  $H_0 = 0,102 \text{ А/м}$ .

**Пример 9.** Изображение Солнца проецируется на экран с помощью линзы с фокусным расстоянием 20 см и диаметром

2,5 см (рис. 2.45). Определить освещенность изображения, если при отсутствии линзы освещенность равна  $2,5 \cdot 10^4$  лк. Угловой размер Солнца  $\alpha_c = 30'$ .

**Дано:**

$$f = 20 \text{ см} = 0,20 \text{ м},$$

$$d = 2,5 \text{ см} = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ м},$$

$$\mathcal{E} = 2,5 \cdot 10^4 \text{ лк},$$

$$\alpha_c = 30' = 8,7 \cdot 10^{-3} \text{ рад}.$$

**Найти:**  $\mathcal{E}'$ .

**Решение.** Поскольку расстояние до Солнца намного больше фокусного расстояния линзы, то с большой точностью можно считать, что изображение будет расположено в фокальной плоскости линзы, то есть на расстоянии, равном фокусному (рис. 2.45). Если не учитывать поглощения и рассеяния, то световой поток  $\Phi$ , падающий на линзу, будет равен потоку  $\Phi'$ , прошедшему через нее и формирующему изображение:

$$\Phi = \Phi' \quad (1)$$

В условиях задачи изображение Солнца будет спроецировано на экран в виде диска.

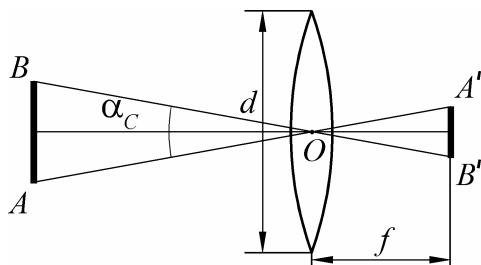


Рис. 2.45

В большинстве случаев можно с большой точностью считать, что солнечные лучи падают на линзу практически перпендикулярно. Тогда световой поток, падающий на линзу, будет равен [17.2]:



$$\Phi = \mathcal{E}\sigma, \quad (2)$$

где  $\mathcal{E}$  – освещенность линзы,  $\sigma$  – ее площадь ( $\sigma = \pi d^2/4$ ).

Освещенность изображения определим из соотношения:

$$\mathcal{E}' = \frac{\Phi'}{\sigma_u} \quad (3)$$

Площадь изображения будет равна

$$\sigma_u = \frac{(\pi f \alpha_c)^2}{4}. \quad (4)$$

Из соотношений (1) – (4) получим:

$$\mathcal{E}' = \frac{\mathcal{E}}{\alpha_c^2} \left( \frac{d}{f} \right)^2. \quad (5)$$

Полезно заметить, что величина  $(d/f)^2$  называется светосилой линзы. Подставляя в выражение (5) числовые значения, получим:

$$\mathcal{E}' = \frac{2,5 \cdot 10^4}{(8,7 \cdot 10^{-3})^2} \left( \frac{2,5 \cdot 10^{-2}}{0,20} \right)^2 = 5,2 \cdot 10^6 \text{ лк.}$$

**Ответ:**  $\mathcal{E}' = 5,2 \cdot 10^6$  лк.

**Пример 10.** В схеме Юнга расстояние между двумя узкими щелями 2,5 мм. На экране, расположенном на расстоянии 2,0 м, наблюдается система интерференционных полос. На какое расстояние и в какую сторону сместится интерференционная картина, если одну из щелей перекрыть тонкой стеклянной пластинкой толщиной 10 мкм? Длина волны монохроматического источника, используемого в схеме, 600 нм. Определить также число полос, на которое сместится интерференционная картина при внесении указанной пластинки.

**Дано:**

$$l = 2,5 \text{ мм} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ м,}$$

$$D = 2,0 \text{ м,}$$

$$h = 10 \text{ мкм} = 1,0 \cdot 10^{-5} \text{ м},$$

$$\lambda = 600 \text{ нм} = 6,0 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

**Найти:**  $x_1$ ,  $N$ .

**Решение.** Пусть экран расположен на расстоянии  $D$  от линии, соединяющей два источника (рис. 2.46).

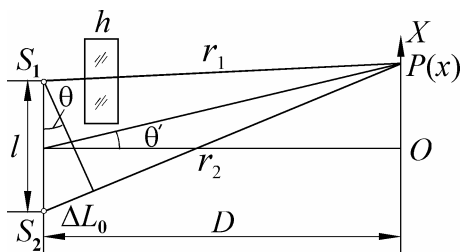


Рис. 2.46

В плоскости экрана выберем ось  $OX$ , параллельную прямой  $S_1S_2$ . В схеме Юнга щели  $S_1$  и  $S_2$  представляют собой источники когерентных цилиндрических волн. Поэтому на экране, расположенном на достаточно большом расстоянии от  $S_1$  и  $S_2$ , наблюдается интерференционная картина в виде светлых и темных полос, параллельных щелям. В точку  $O$  на экране волны от двух источников приходят в одинаковой фазе, то есть их разность хода равна нулю. При отсутствии пластинки здесь будет наблюдаться максимум для всех длин волн. Этот максимум называется центральным или нулевым.

В некоторую точку  $P(x)$  экрана с координатой  $x \neq 0$  волны приходят с определенной разностью хода (рис. 2.46):

$$\Delta L_0 = r_2 - r_1. \quad (1)$$

Учитывая, что  $D \gg x$  и  $D \gg l$ , где  $l$  – расстояние между щелями,  $D$  – расстояние от щелей до экрана, можем записать (рис. 2.46):

$$\Delta L_0 \approx l \sin \theta \text{ и } \sin \theta \approx \operatorname{tg} \theta' = \frac{x}{D}, \text{ тогда}$$

$$\Delta L_0 \approx \frac{lx}{D}. \quad (2)$$

Для точек экрана, имеющих положительные значения координаты ( $x > 0$ ), волна от источника  $S_1$  опережает волну от источника  $S_2$ . Для точек, у которых координата  $x < 0$ , волна, образуемая  $S_1$ , приходит с отставанием по фазе.

Внесение пластинки создает дополнительную разность хода, что будет приводить к смещению интерференционной картины. Сдвиг интерференционных полос удобнее наблюдать по положению центрального максимума, для которого разность хода равна нулю ( $\Delta L = 0$ ). Если пластинка закрывает источник  $S_1$ , то в точку  $O$  волны от  $S_1$  придут с опозданием по фазе. И, соответственно, точка нулевой разности хода переместится вверх (точка  $P(x)$ ).

Дополнительная разность хода  $\Delta L_1$ , возникающая при внесении пластинки толщиной  $h$ , будет равна

$$\Delta L_1 = h(n - 1).$$

Поскольку мы рассматриваем нулевой максимум, для которого суммарная разность хода равна нулю, то

$$\Delta L = \Delta L_1 - \Delta L_0 = 0 \text{ или, учитывая (2),}$$

$$h(n - 1) = \frac{lx}{D}.$$

Откуда смещение интерференционной картины будет равно

$$x_1 = \frac{Dh(n - 1)}{l}. \quad (3)$$

Производя вычисления, получим:

$$x_1 = \frac{2,0 \cdot 1,0 \cdot 10^{-5} (1,5 - 1)}{2,5 \cdot 10^{-3}} = 4,0 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Число полос, на которое сместится интерференционная картина, будет при этом равно

$$N = \frac{h(n - 1)}{\lambda}. \quad (4)$$

Подставляя в выражение (4) числовые значения величин, получим:

$$N = \frac{1,0 \cdot 10^{-5} (1,5 - 1)}{6,0 \cdot 10^{-7}} = 8,3.$$

Таким образом, интерференционная картина сместится на 8 полос. Заметим, что если  $N=1$ , то  $h(n-1)=\lambda$ . Поскольку  $h(n-1)=\Delta L_1$ , то есть соответствует внесенной с помощью пластинки оптической разности хода, то на основании рассмотренного примера можно сделать практически важный вывод. *Внесение оптической разности хода в длину волны  $\lambda$  приводит к смещению интерференционной картины на одну полосу, причем смещение наблюдается в сторону того источника, волны от которого проходят больший оптический путь.*

**Ответ:**  $x_1 = 4,0 \cdot 10^{-3}$  м,  $N = 8$ .

**Пример 11.** Точечный монохроматический источник света  $S$  освещает бизеркала Френеля. Угол между бизеркала равен  $180^\circ - \alpha$ . Расстояние от источника до линии пересечения зеркал равно  $a$ . Интерференционная картина наблюдается на экране, расположенном перпендикулярно биссектрисе угла бизеркала на расстоянии  $b$  от линии пересечения бизеркал. Длина волны излучения источника равна  $\lambda$ . Определить ширину и количество интерференционных полос, наблюдающихся на экране. Как изменится ширина полос и положение интерференционных полос, если источник приблизить к экрану на расстояние  $a'$ , вдвое меньшее  $a$ .

**Дано:**

$$180^\circ - \alpha,$$

$$a, b, \lambda, a' = a/2.$$

**Найти:**  $\Delta x, N, \Delta x'$ .

**Решение.** В схеме Френеля (рис. 2.47) два плоских зеркала  $LO$  и  $MO$  расположены под углом, близким к  $180^\circ$ . Обычно угол  $\alpha$  не превышает  $1^\circ$ . В качестве когерентных источников используются два мнимых изображения одного и того же источника. Для того, чтобы исключить попадание света от источника непосредственно на экран, используется небольшая ширма  $F$ .

Нетрудно показать на основе закона отражения, что источник  $S$  и два его мнимых изображения  $S_1$  и  $S_2$  будут находиться на окружности с центром в точке  $O$ , расположенной на линии пересечения зеркал  $LO$  и  $MO$ .  $S_1$  и  $S_2$  следует рассматривать как когерентные точечные источники. Кроме того,  $\angle S_1OK = \angle S_2OK = \alpha$ .

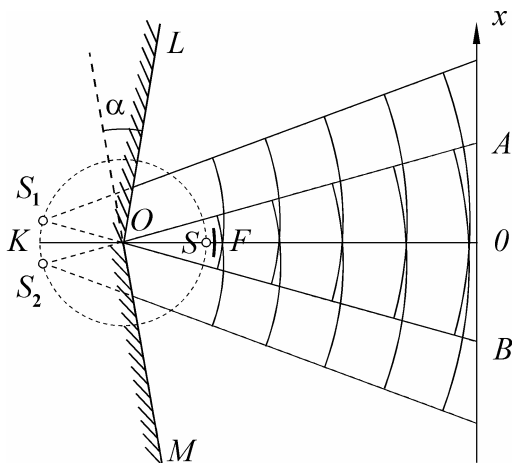


Рис. 2.47

Ширину полос интерференции определим из соотношения [18.14]:

$$\Delta x = \frac{D\lambda}{l}, \quad (1)$$

В условиях данной задачи (когда угол  $\alpha$  близок к нулю):

$$D = a \cos \alpha + b \approx a + b, \quad (2)$$

$$l = 2a \sin \alpha \approx 2a\alpha, \quad (3)$$

причем,  $a = SO$ ,  $b = OK$ .

Подставляя (2) и (3) в соотношение (1), получим выражение для нахождения ширины интерференционных полос:

$$\Delta x = \frac{(a + b)\lambda}{2a\alpha}. \quad (4)$$

Количество наблюдаемых полос будет зависеть от ширины области перекрытия интерферирующих волн  $AB$ , а также от ширины каждой полосы  $\Delta x$ :

$$N = \frac{AB}{\Delta x} = \frac{2ab\alpha^2}{(a+b)\lambda}.$$

Если источник приблизить к зеркалу так, что  $a = 2a'$ , то соотношение (4) запишется в виде:

$$\Delta x' = \frac{2(2a+b)\lambda}{2a\alpha}.$$

Учитывая, что  $b \gg a$ , получим:

$$\Delta x' = 2\Delta x,$$

то есть ширина полос увеличится в два раза.

**Ответ:**  $\Delta x = \frac{(a+b)\lambda}{2a\alpha},$

$$N = \frac{AB}{\Delta x} = \frac{2ab\alpha^2}{(a+b)\lambda}, \Delta x' = 2\Delta x.$$

**Пример 12.** Для наблюдения интерференции света от монохроматического источника используется бипризма Френеля с преломляющим углом  $\alpha$ , изготовленная из стекла с показателем преломления  $n$ . Расстояние от источника до бипризмы  $a$ , от бипризмы до экрана –  $b$ . Определить ширину и количество интерференционных полос, которые будут наблюдаться на экране.

**Дано:**

$\alpha, n,$

$a, b.$

**Найти:**  $\Delta x, N.$

**Решение.** Бипризма представляет собой двойную призму с углом при вершине, близким к  $180^\circ$ . Преломляющий угол призмы  $\alpha$  при этом является малым и, как правило, не превышает  $30'$ . Источником света обычно служит ярко освещенная щель, установленная строго параллельно ребру призмы (рис. 2.48).

Поскольку каждая половинка отклоняет лучи на небольшой угол  $\varepsilon$ , приблизительно равный  $(n-1)\alpha$ , то можно считать, что при таких условиях образуются два мнимых источника  $S_1$  и  $S_2$ . Из рисунка 2.48 следует геометрическое соотношение:

$$l \approx a\varepsilon \approx 2a(n-1)\alpha.$$

Величина  $D = a + b$ , поэтому ширина интерференционных полос по [18.14] равна

$$\Delta x = \frac{(a+b)\lambda}{2a(n-1)\alpha}.$$

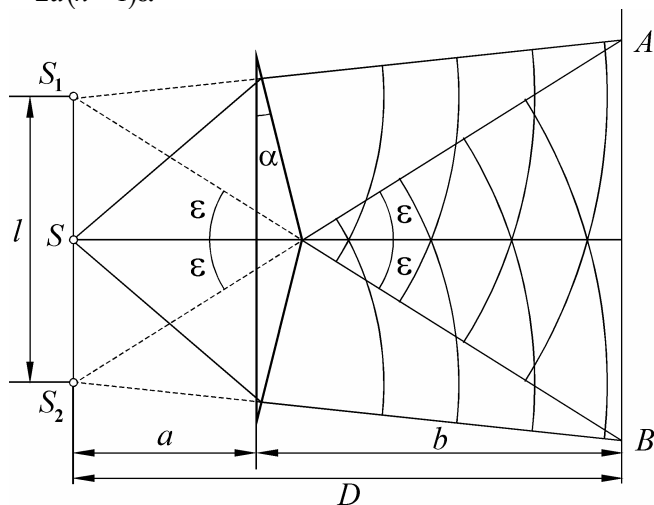


Рис. 2.48

Количество наблюдаемых полос в данной системе можно рассчитать из соотношения:

$$N = \frac{AB}{\Delta x},$$

где  $AB$  – область перекрытия волн (рис. 2.48). Поскольку  $AB = 2btg\varepsilon \approx 2b\varepsilon = 2b\varepsilon(n-1)\alpha$ , то окончательно:

$$N = \frac{4ab(n-1)^2 \alpha^2}{(a+b)\lambda}.$$

**Ответ:**  $\Delta x = \frac{(a+b)\lambda}{2a(n-1)\alpha}, N = \frac{4ab(n-1)^2 \alpha^2}{(a+b)\lambda}.$

**Пример 13.** Билинза Бийе с фокусным расстоянием 50 см имеет промежуток между половинками линзы 0,50 мм. Расстояние от билинзы до точечного монохроматического источника (горизонтальная щель) 40 см, до экрана 80 см. Найти расстояние между максимумами в интерференционной картине. Длина волны используемого света 500 нм.

**Дано:**

$$f = 0,50 \text{ м},$$

$$d = 0,50 \text{ мм} = 5,0 \cdot 10^{-4} \text{ м},$$

$$a_1 = -40 \text{ см} = -0,40 \text{ м},$$

$$L = 80 \text{ см} = 0,80 \text{ м},$$

$$\lambda = 500 \text{ нм} = 5,00 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

**Найти:**  $\Delta x$ .

**Решение.** В схеме Бийе (рис. 2.49) собирающую линзу разрезают по диаметру и обе ее половинки раздвигают на небольшое расстояние. Если поместить точечный источник света или освещенную щель параллельно плоскости разреза на расстояние, больше фокусного, то после прохождения через обе половинки, свет будет образовывать два действительных изображения  $S_1$  и  $S_2$ . Полученные изображения в свою очередь будут являться когерентными источниками, и на экране  $E$  в области перекрытия волн, идущих от  $S_1$  и  $S_2$ , будет наблюдаться интерференционная картина.

При построении изображений  $S_1$  и  $S_2$  следует иметь в виду то, что положение фокусов и оптических центров верхней и нижней частей линзы будет различным (рис. 2.49). Фокусы будут смещены относительно главной оптической оси исходной (целой) линзы  $SO$  соответственно вверх и вниз на расстояние  $d/2$ . На рисунке они обозначены как  $F_1$  и  $F_2$ , оптические центры  $O_1$  и  $O_2$  отмечены точками на линии разреза верхней и нижней половинок.

Для определения ширины интерференционных полос можно применить известное соотношение [18.14]:



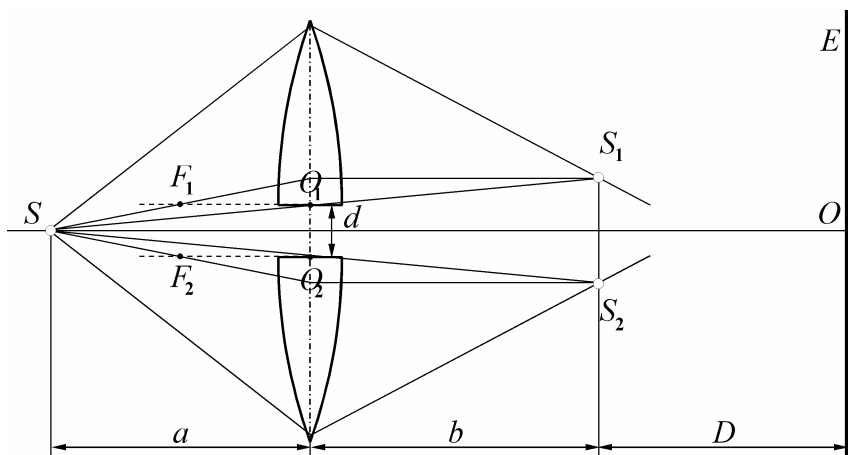


Рис. 2.49

$$\Delta x = \frac{D\lambda}{l}, \quad (1)$$

где  $D$  – расстояние от источников до экрана,  $l$  – расстояние между источниками,  $\lambda$  – длина волны монохроматического света.

В условиях данной задачи расстояние от источников до экрана составляет:

$$D = L - a_2, \quad (2)$$

где  $a_2$  – расстояние от билинзы до изображений  $S_1$  и  $S_2$ .

На основании формулы тонкой линзы [21.3] имеем:

$$-\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} = \frac{1}{f}. \quad (3)$$

Преобразовывая (3) и подставляя числовые значения величин, получим:

$$a_2 = \frac{(-a_1)f}{(-a_1) + f} = \frac{0,40 \cdot 0,50}{0,40 + 0,50} = 0,22 \text{ м}. \quad (4)$$

Из подобия треугольников  $SO_1O_2$  и  $SS_1S_2$  получим соотношение:

$$\frac{l}{d} = \frac{|a_1| + a_2}{|a_1|}. \quad (5)$$

Выражая из (5) расстояние между источниками, получим:

$$l = d \frac{|a_1| + a_2}{|a_1|} = 5,0 \cdot 10^{-4} \frac{0,40 + 0,22}{0,40} = 7,75 \cdot 10^{-4} \text{ м.}$$

С учетом соотношения (2), получим числовое значение расстояния от источников до экрана:

$$D = 0,80 - 0,22 = 0,58 \text{ м.}$$

После подстановки в выражение (1) числовых значений величин  $D$ ,  $l$  и  $\lambda$ , ширина интерференционных полос будет равна

$$\Delta x = \frac{0,58 \cdot 5,00 \cdot 10^{-7}}{7,75 \cdot 10^{-4}} = 3,7 \cdot 10^{-4} \text{ м.}$$

**Ответ:**  $\Delta x = 3,7 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 0,37 \text{ мм.}$

**Пример 14.** Плоская монохроматическая волна длиной 546,1 нм падает на поверхность стеклянного клина под углом  $30^\circ$ . Угол между поверхностями клина составляет  $30''$ , плоскость падения перпендикулярна его ребру. Определить расстояние между соседними интерференционными максимумами, если экран расположен перпендикулярно отраженным лучам. Коэффициент преломления материала, из которого изготовлен клин, равен 1,50.

**Дано:**

$$\lambda = 546 \text{ нм} = 5,46 \cdot 10^{-7} \text{ м,}$$

$$\varphi = 30^\circ,$$

$$\alpha = 30'' = 1,45 \cdot 10^{-4} \text{ рад,}$$

$$n = 1,50.$$

**Найти:**  $\Delta x$ .

**Решение.** При падении волны на поверхность клина имеет место отражение от его верхней и нижней поверхностей (рис. 2.50). Для отраженных волн возникает разность хода, зависящая от толщины клина  $h$ , угла падения  $\varphi$  и показателя преломления  $n$  материала, из которого он изготовлен [18.17]:

$$\Delta L = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi} + \frac{\lambda}{2}. \quad (1)$$

Слагаемое  $\lambda/2$  в выражении (1) учитывает потерю полуволны при отражении света от верхней поверхности клина. В точках наложения волн  $P_1$  и  $P_2$  возникает интерференция. Запишем условие возникновения максимума [18.9], [18.17]:

$$2h\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi} + \frac{\lambda}{2} = m\lambda, \quad (2)$$

где  $m$  – порядок интерференции.

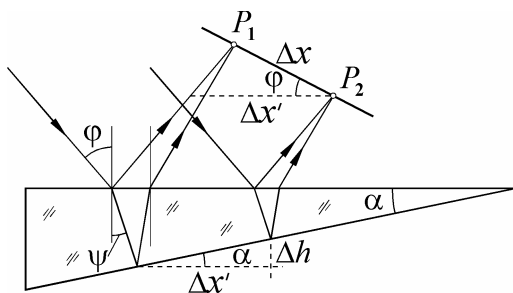


Рис. 2.50

При изменении толщины клина разность хода будет изменяться. Увеличим толщину клина на величину  $\Delta h$  так, чтобы получился соседний максимум, то есть максимум  $(m+1)$ -го порядка:

$$2(h + \Delta h)\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi} + \frac{\lambda}{2} = (m+1)\lambda. \quad (3)$$

Вычитая из (3) соотношение (2), получим

$$2\Delta h\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi} = \lambda. \quad (4)$$

Из рис. 2.50 очевидно тригонометрическое соотношение:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta h}{\Delta x'}, \quad (5)$$

где  $\Delta x'$  – расстояние между максимумами, измеренное в плоскости пластинки.

Поскольку  $\alpha \ll 1$ , то  $\operatorname{tg} \alpha \approx \alpha$ , поэтому выражение (5) может быть записано в виде:

$$\Delta x' \approx \frac{h}{\alpha}. \quad (6)$$

Определим расстояние между соседними максимумами (ширину полос) на экране, расположенном перпендикулярно отраженным лучам:

$$\Delta x = \Delta x' \cos \varphi,$$

или, используя (4) – (6), получим:

$$\Delta x \approx \frac{\lambda \cos \varphi}{2\alpha \sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi}}.$$

Подставляя числовые значения, получим:

$$\Delta x = \frac{5,46 \cdot 10^{-7} \cdot \cos 30^\circ}{2 \cdot 1,45 \cdot 10^{-4} \sqrt{1,50^2 - \sin^2 30^\circ}} = 1,15 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

**Ответ:**  $\Delta x = 1,15 \text{ мм.}$

**Пример 15.** Установка для наблюдения колец Ньютона представляет собой плосковыпуклую линзу, расположенную на стеклянной пластинке. Расстояние между двадцатым и двадцать первым темными кольцами в отраженном свете составляет 0,417 мм. Определить расстояние между третьим и четвертым кольцами.

**Дано:**

$$\Delta r = 0,417 \text{ мм} = 4,17 \cdot 10^{-4} \text{ м.}$$

**Найти:**  $r_4 - r_3$ .

**Решение.** Радиусы 20-го и 21-го темных колец Ньютона в отраженном свете соответственно равны [18.19]:

$$r_{20} = \sqrt{20R\lambda}, \quad r_{21} = \sqrt{21R\lambda},$$

где  $R$  – радиус кривизны выпуклой поверхности линзы,  $\lambda$  – длина волны света. Следовательно, расстояние между этими кольцами равно

$$\Delta r = r_{21} - r_{20} = \sqrt{R\lambda}(\sqrt{21} - \sqrt{20}). \quad (1)$$

Аналогично для 3-го и 4-го темных колец имеем:

$$r_3 = \sqrt{3R\lambda}, \quad r_4 = \sqrt{4R\lambda}.$$

Откуда расстояние между ними:

$$r_4 - r_3 = \sqrt{R\lambda}(\sqrt{4} - \sqrt{3}). \quad (2)$$

Из соотношений (1) и (2) получим:

$$r_4 - r_3 = \frac{\Delta r(\sqrt{4} - \sqrt{3})}{\sqrt{21} - \sqrt{20}}.$$

Выполнив вычисления, имеем:

$$r_4 - r_3 = \frac{4,17 \cdot 10^{-4}(\sqrt{4} - \sqrt{3})}{\sqrt{21} - \sqrt{20}} = 1,01 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

**Ответ:**  $r_4 - r_3 = 1,01 \text{ мм.}$

**Пример 16.** На толстую стеклянную пластинку ( $n_3 = 1,50$ ), покрытую тонкой пленкой, показатель преломления вещества которой равен 1,40, падает под углом  $30^\circ$  параллельный пучок монохроматического света с длиной волны 0,60 мкм. Отраженный свет максимально ослаблен вследствие интерференции. Определить толщину пленки.

**Дано:**

$$\varphi = 30^\circ,$$

$$n_2 = 1,40,$$

$$n_3 = 1,50,$$

$$\lambda = 0,60 \text{ мкм} = 6,0 \cdot 10^{-7} \text{ м.}$$

**Найти:**  $h$ .

**Решение.** По условию задачи показатель преломления пленки меньше показателя преломления стекла ( $n_3 > n_2$ , рис. 2.51). Поэтому отражение интерферирующих лучей 1 и 2 на границе раздела воздух – пленка и пленка – стекло сопровождается потерей хода в  $\lambda/2$ , и разность хода в данном случае будет равна [18.17]:

$$\Delta L = 2h\sqrt{n_2^2 - \sin^2 \varphi}.$$

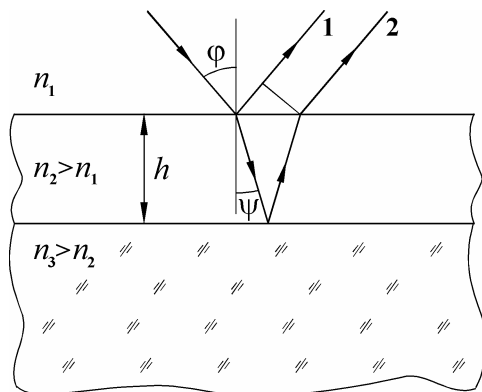


Рис. 2.51

Из условия минимума интерференции [18.11] получаем:

$$2h\sqrt{n_2^2 - \sin^2 \varphi} = (2m + 1)\lambda/2.$$

Полагая  $m = 0, 1, 2, \dots$ , выполним вычисления:

$$h_0 = \frac{(2m+1)\lambda}{4\sqrt{n_2^2 - \sin^2 \varphi}} = \frac{(2 \cdot 0 + 1)6,0 \cdot 10^{-7}}{4\sqrt{1,40^2 - \sin^2 30^\circ}} = 1,1 \cdot 10^{-7} \text{ м.}$$

$$h_1 = \frac{(2 \cdot 1 + 1)6,0 \cdot 10^{-7}}{4\sqrt{1,40^2 - \sin^2 30^\circ}} = 3,4 \cdot 10^{-7} \text{ м.}$$

$$h_2 = \frac{(2 \cdot 2 + 1)6,0 \cdot 10^{-7}}{4\sqrt{1,40^2 - \sin^2 30^\circ}} = 5,7 \cdot 10^{-7} \text{ м.}$$

В результате получим ряд возможных значений толщины пленки:

$$h_0 = 0,11 \text{ мкм}, \quad h_1 = 0,34 \text{ мкм}, \quad h_2 = 0,57 \text{ мкм} \text{ и так далее.}$$

**Ответ:**  $h_0 = 0,11 \text{ мкм}, \quad h_1 = 0,34 \text{ мкм}, \quad h_2 = 0,57 \text{ мкм}$  и так далее.

**Пример 17.** Интерферометр Майкельсона освещается светом  $D$ -линии натрия, которая представляет собой две близкие спектральные линии со средним значением длины волны 589,3 нм. При перемещении одного из зеркал интерференционная картина периодически исчезала. Определить разность длин волн спектраль-

ных линий, если для наблюдения двух соседних исчезновений интерференционной картины необходимо подвижное зеркало переместить на 0,0289 см.

**Дано:**

$$\langle \lambda \rangle = 589,3 \text{ нм} = 5,893 \cdot 10^{-7} \text{ м},$$

$$h = 0,0289 \text{ см} = 2,89 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$$

**Найти:**  $\Delta \lambda$ .

**Решение.** *D*-линия натрия представляет собой дублет, то есть две желтые линии с незначительно отличающимися значениями длин волн. Условия максимумов и минимумов определяются разностью хода между интерферирующими пучками, выраженной в длинах волн [18.9], [18.11]. Поэтому для одних и тех же порядков положение максимумов интерференции различается. Это приводит к тому, что интерференционные полосы выглядят несколько нерезкими. При увеличении разности хода наблюдаемый порядок интерференции увеличивается, при этом резкость максимумов еще более ухудшается. Интерференционная картина полностью исчезнет, если при внесенной разности хода  $2h_1$  максимумы  $m_1$ -го порядка для длины волны  $\lambda_2$  совпадут с минимумами  $(m_1 + 1)$ -го порядка для спектральной линии длины волны  $\lambda_1$  ( $\lambda_2 > \lambda_1$ ):

$$2h_1 = m_1 \lambda_2, \quad (1)$$

$$2h_1 = (2m_1 + 1) \frac{\lambda_1}{2}. \quad (2)$$

Следующее исчезновение интерференционной картины будет наблюдаться при разности хода  $2h_2$ , при которой снова максимумы  $m_2$ -го порядка для длины волны  $\lambda_2$  совпадут с минимумами  $(m_2 + 3)$ -го порядка для спектральной линии длины волны  $\lambda_1$ :

$$2h_2 = m_2 \lambda_2, \quad (3)$$

$$2h_2 = (2m_2 + 3) \frac{\lambda_1}{2}. \quad (4)$$

Вычитая из (3) выражение (1), а также из (4) выражение (2) и обозначив  $2h = 2(h_2 - h_1)$ , получим:

$$2h = (m_2 - m_1)\lambda_2, \quad (5)$$

$$2h = (m_2 - m_1)\lambda_1 + \lambda_1. \quad (6)$$

Решая совместно систему (5) и (6), получим:

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_1\lambda_2}{2h}. \quad (7)$$

Поскольку  $\lambda_1\lambda_2 \approx \langle\lambda\rangle^2$  (так как линии с близкими длинами волн), из выражения (7) получим окончательно:

$$\Delta\lambda = \frac{\langle\lambda\rangle^2}{2h}.$$

Производя вычисления, получим:

$$\Delta\lambda = \frac{(5,893 \cdot 10^{-9})^2}{2 \cdot 2,89 \cdot 10^{-4}} = 6,01 \cdot 10^{-10} \text{ м.}$$

**Ответ:**  $\Delta\lambda = 0,601 \text{ нм.}$

**Пример 18.** Свет с длиной волны  $0,546 \text{ мкм}$  падает нормально на поверхность стеклянного диска, который перекрывает полторы зоны Френеля для точки наблюдения  $P$ . При какой толщине этого диска интенсивность света в этой точке будет минимальной; равной интенсивности падающего света.

**Дано:**

$$\lambda = 0,546 \text{ мкм} = 5,46 \cdot 10^{-6} \text{ м;}$$

$$n = 1,50.$$

**Найти:**  $h_1, h_2$ .

**Решение.** Для определения амплитуды или интенсивности в точке наблюдения  $P$  часто используют простой и наглядный графический метод, основанный на методе зон Френеля. Суть метода состоит в следующем. Каждую из зон Френеля (смотри главу 19 «Дифракция» теоретической части) разбивают на большое число  $N$  одинаковых участков (подзон). При переходе от



$N$  одинаковых участков (подзон). При переходе от одного края зоны к другому фаза волны изменяется на  $\pi$ , а при переходе от одной подзоны к другой – на  $\Delta\Phi = \pi/N$  (рис. 2.52 а). Поскольку площади подзон одинаковы, то амплитуды волн, приходящих в точку  $P$  от каждого участка, будут в соответствии с методом зон Френеля также одинаковыми. Обозначим амплитуду волны  $E_{01}$ . Примем фазу волны, приходящей в  $P$  из первой подзоны, за нуль. Тогда суммарная амплитуда волны в точке  $P$ , создаваемая первой зоной, с учетом возникающего сдвига фаз будет равна:

$$E_1 = E_{01} + E_{01}e^{i\Delta\Phi} + E_{01}e^{i2\Delta\Phi} + \dots$$

При увеличении числа разбиений до бесконечности ( $N \rightarrow \infty$ ) ломаная кривая превращается в плавную (рис. 2.52 б). Графическое построение амплитуды при учете вклада от последующих зон производится аналогично.

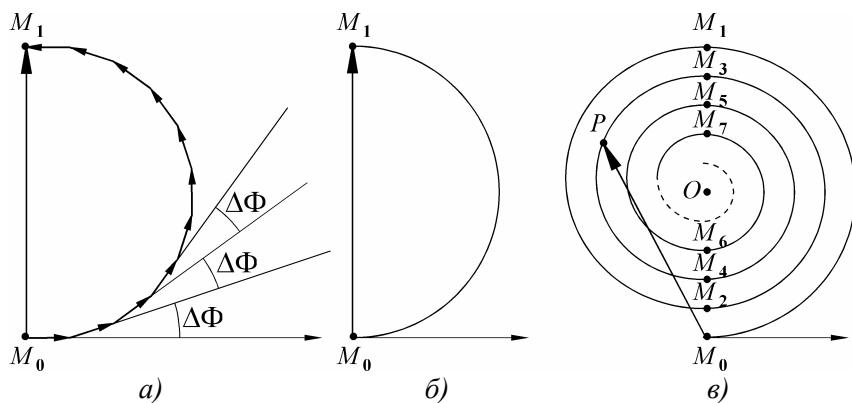


Рис. 2.52

Необходимо только принять во внимание, что при движении на край зоны значение  $E_0$  несколько уменьшается. Вследствие этого непрерывная кривая не замыкается, а имеет вид спирали (спираль Френеля, рис. 2.52 в). Она позволяет определить амплитуду при открытии любого числа зон Френеля и их частей. Например, отрезок  $\left| \vec{M_0P} \right|$  пропорционален амплитуде при открытии

первой, второй, третьей и части четвертой зон Френеля (рис. 2.52 в). Длины отрезков  $M_0M_1$ ,  $M_0M_2$ ,  $M_0M_3$ , ... пропорциональны амплитудам при открытии первой, второй, третьей и так далее зон. Когда открыты все зоны, амплитуда пропорциональна  $M_0O$ . Из рис. 2.52 видно, что первая зона создает в точке  $P$  амплитуду примерно в два раза большую, чем при открытии всех зон.

На отдельном рисунке 2.53 применим графический метод сложения амплитуд в присутствии стеклянного диска. При отсутствии диска свободно распространяющаяся волна имеет в точке наблюдения амплитуду, равную  $\vec{AO}$ . При этом первые полторы зоны Френеля создают амплитуду  $\vec{AC}$ , а все остальные зоны – амплитуду  $\vec{CO}$ , то есть  $\vec{AO} = \vec{AC} + \vec{CO}$ .

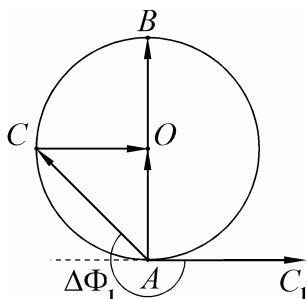


Рис. 2.53

При внесении диска происходит изменение фазы волны, создаваемой первыми полутора зонами Френеля. Поскольку скорость света в стекле меньше, чем в воздухе, то волна при этом приходит в точку наблюдения с опозданием. Изменение фазы волны на величину  $\Delta\Phi$  на векторной диаграмме отображается поворотом вектора также на угол  $\Delta\Phi$ , причем при задержке по фазе происходит поворот вектора против часовой стрелки. Поскольку диск не поглощает света, то модуль амплитуды волны, прошедшей через него, не изменяется.

Как следует из рис. 2.53, для того, чтобы при сложении амплитуд получить максимальную амплитуду, необходимо вектор

$\vec{AC}$ , соответствующий амплитуде волны, проходящей через диск, повернуть против часовой стрелки на угол

$$\Delta\Phi_1 = \frac{5\pi}{4} + 2\pi m, \quad (1)$$

где  $m = 0, 1, 2, \dots$ . С другой стороны:

$$\Delta\Phi_1 = k\Delta L_1 = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta L_1, \quad (2)$$

где  $\Delta L_1$  – внесенная диском дополнительная разность хода:

$$\Delta L_1 = h_1(n-1). \quad (3)$$

Сопоставляя (1) – (3), получим:

$$h_1 = \frac{(5+8m)\pi}{8(n-1)}\lambda.$$

Принимая  $m = 0, 1, 2, \dots$ , получим ряд значений:

$$h_1(0) = 2,14 \cdot 10^{-3} \text{ мм}, \quad h_1(1) = 5,57 \cdot 10^{-3} \text{ мм}.$$

Интенсивность света в точке наблюдения не изменится, если в результате прохождения света через диск, вектор  $\vec{AO}$  повернется на угол, кратный  $2\pi$ , то есть не изменит своего положения:

$$\Delta\Phi_2 = 2m\pi, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

Необходимый сдвиг фаз для волн, проходящих через диск, будет равен:

$$\Delta\Phi_2 = k\Delta L_2 = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta L_2 = \frac{2\pi}{\lambda}h_2(n-1). \quad (5)$$

Из выражений (4) и (5) получим:

$$h_2 = \frac{m\lambda}{(n-1)}.$$

Для  $m = 1, 2, \dots$ , получим ряд значений:

$$h_2(1) = 1,09 \cdot 10^{-3} \text{ мм}, \quad h_2(2) = 2,18 \cdot 10^{-3} \text{ мм}, \dots$$

**Ответ:**  $h_1(0) = 2,14 \cdot 10^{-3} \text{ мм}, \quad h_1(1) = 5,57 \cdot 10^{-3} \text{ мм}.$

$$h_2(0) = 1,09 \cdot 10^{-3} \text{ мм}, \quad h_2(1) = 2,18 \cdot 10^{-3} \text{ мм}.$$

**Пример 19.** На ирисовую диафрагму падает свет от точечного монохроматического источника с длиной волны 500 нм, расположенного на расстоянии 2,1 м. При каком минимальном радиусе диафрагмы интенсивность света на экране, расположенном на расстоянии 70 см от диафрагмы, будет равна нулю? На сколько и в какую сторону нужно сместить экран, чтобы при полученном радиусе диафрагмы в центре экрана получить максимальную интенсивность?

**Дано:**

$$\lambda = 500 \text{ нм} = 5,0 \cdot 10^{-7} \text{ м},$$

$$r_0 = 2,1 \text{ м},$$

$$r = 70 \text{ см} = 0,70 \text{ м}.$$

**Найти:**  $\rho_m$ .

**Решение.** Воспользуемся выражением для нахождения радиуса внешней границы  $m$ -ой зоны Френеля [19.1]:

$$\rho_m = \sqrt{\frac{r_0 r}{r_0 + r}} m \lambda, \quad (1)$$

где  $r_0$  – расстояние между источником и диафрагмой,  $r$  – расстояние от диафрагмы до точки наблюдения.

Интенсивность света в центре экрана будет равна нулю, если внутри диафрагмы укладывается четное число зон Френеля, причем минимальное значение радиуса получается, если число зон равно двум ( $m = 2$ ). Выражение (1) для этого условия примет вид:

$$\rho_m = \rho_2 = \sqrt{\frac{r_0 r}{r_0 + r}} 2\lambda.$$

Производя вычисления, получим:

$$\rho_2 = \sqrt{\frac{2,10 \cdot 0,70}{2,10 + 0,70}} 2 \cdot 5,0 \cdot 10^{-7} = 7,2 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$$

Если в отверстии диафрагмы укладывается нечетное число зон Френеля, то в центре экрана будет наблюдаться светлое пятно, причем максимальная интенсивность будет наблюдаться, если

число зон будет равно единице ( $m = 1$ ). Принимая во внимание то, что по условию задачи во втором случае расстояние между диафрагмой и источником не изменилось, поэтому равенство (1) примет вид:

$$\rho_m = \rho_1 = \sqrt{\frac{r_0 r'}{r_0 + r'}} \lambda. \quad (2)$$

Из выражения (2) получим:

$$r' = \frac{\rho_m^2 r_0}{\lambda r_0 - \rho_m^2}. \quad (3)$$

Определим расстояние, на которое необходимо передвинуть экран. Оно будет равно

$$\Delta r = r' - r. \quad (4)$$

Поскольку  $\rho_1 = \rho_2$ , то

$$\Delta r = \frac{\rho_2^2 r_0}{\lambda r_0 - \rho_m^2} - r.$$

После подстановки числовых значений имеем:

$$\Delta r = \frac{(7,2 \cdot 10^{-4})^2 \cdot 2,1}{5,0 \cdot 10^{-7} \cdot 2,1 - (7,2 \cdot 10^{-4})^2} - 2,0 = 0,050 \text{ м.}$$

Поскольку  $\Delta r > 0$ , то есть  $r' > r$ , то это означает, что экран необходимо удалить от диафрагмы.

**Ответ:**  $\rho_2 = 0,72$  мм, удалить на  $\Delta r = 5,0$  см.

**Пример 20.** На грань стеклянного клина с преломляющим углом  $15^\circ$  падает нормально плоская монохроматическая волна длиной 546 нм. На противоположной грани, которая является непрозрачной, имеется щель шириной 9,0 мкм, параллельная ребру клина. Найти угол между направлением на Фраунгоферов максимум нулевого порядка и направлением падающего света.

**Дано:**

$$\lambda = 546 \text{ нм} = 5,46 \cdot 10^{-7} \text{ м,}$$

$$\theta = 15^\circ,$$

$$b = 9,0 \text{ мкм} = 9,0 \cdot 10^{-6} \text{ м},$$

$$n = 1,5.$$

**Найти:**  $\Delta\varphi$ .

**Решение.** Условием возникновения Фраунгоферова максимума нулевого порядка является равенство нулю разности хода для волн, дифрагировавших от краев щели по направлению угла дифракции  $\varphi$ . На основании рис. 2.54 разность хода равна:

$$\Delta L = \Delta L_2 - \Delta L_1 = b \sin \varphi - nb \sin \theta = b(\sin \varphi - n \sin \theta) = 0, \quad (1)$$

где  $n$  – показатель преломления стеклянного клина.

Выражая из соотношения (1) угол дифракции  $\varphi$ , получим:

$$\varphi = \arcsin(n \sin \theta). \quad (2)$$

Из рис. 2.54 очевидно, что искомый угол  $\Delta\varphi$  представляет собой разность углов  $\varphi$  и  $\theta$  (можно применить свойство равенства углов со взаимно перпендикулярными сторонами). Принимая во внимание соотношение (2), запишем:

$$\Delta\varphi = \arcsin(n \sin \theta) - \theta. \quad (3)$$

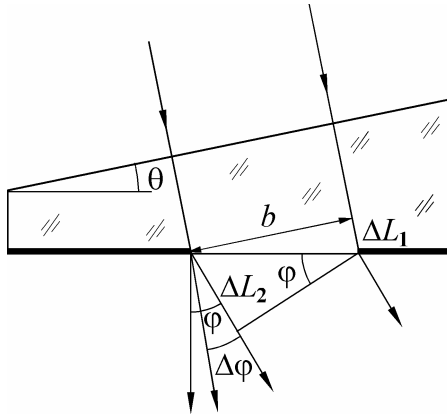


Рис. 2.54

Подставляя числовые значения величин, получим окончательно:

$$\Delta\varphi = \arcsin(1,5 \sin 15^\circ) - 15^\circ = 7,84^\circ = 7^\circ 50'$$

**Ответ:**  $\Delta\varphi = 7^\circ 50'$ .

**Пример 21.** На дифракционную решетку нормально к ее поверхности падает параллельный пучок света с длиной волны 600 нм. Помещенная вблизи решетки линза проецирует дифракционную картину на плоский экран, удаленный от линзы на 1,0 м. Расстояние между двумя максимумами интенсивности первого порядка, наблюдаемыми на экране, равно 20,2 см. Определить: постоянную дифракционной решетки; число штрихов на 1,0 см; число максимумов, которое дает дифракционная решетка; максимальный угол отклонения лучей, соответствующий последнему дифракционному максимуму.

**Дано:**

$$\lambda = 600 \text{ нм} = 6,00 \cdot 10^{-7} \text{ м},$$

$$L = 1,00 \text{ м},$$

$$l = 20,2 \text{ см} = 0,202 \text{ м},$$

$$m = 1.$$

**Найти:**  $d$ ,  $n$ ,  $N$ ,  $\varphi_{\max}$ .

**Решение.** При наблюдении дифракции Фраунгофера экран, на котором наблюдают дифракционную картину, располагается в фокальной плоскости линзы, фокусное расстояние которой равно  $f$  (рис. 2.55).

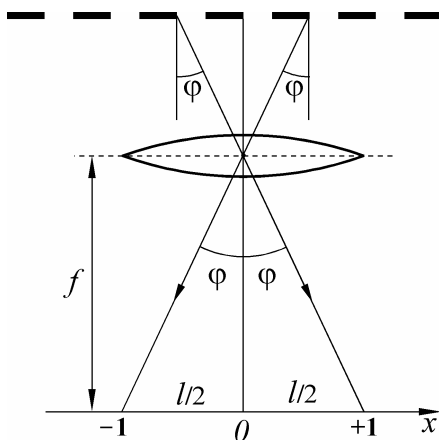


Рис. 2.55

Запишем условие главных максимумов дифракции [19.10]:

$$d \sin \varphi = m\lambda . \quad (1)$$

В виду малости углов дифракции  $\sin \varphi \approx \operatorname{tg} \varphi = l/(2f)$ . Тогда из соотношения (1), при условии, что  $m = 1$ , получим выражение для нахождения постоянной решетки:

$$d = \frac{2f\lambda}{l} . \quad (2)$$

Подставляя числовые значения, получим:

$$d = \frac{2 \cdot 1,00 \cdot 6,00 \cdot 10^{-7}}{0,202} = 4,95 \cdot 10^{-6} \text{ м} .$$

Число штрихов  $n$  на 1 см найдем из соотношения:

$$n = 1/d .$$

После подстановки числовых значений имеем:

$$n = \frac{1}{4,95 \cdot 10^{-6}} = 2,02 \cdot 10^5 \text{ м}^{-1} = 2,02 \cdot 10^3 \text{ см}^{-1} .$$

Для определения числа даваемых дифракционной решеткой максимумов необходимо рассчитать максимально возможный порядок дифракции  $m_{\max}$  (исходя из того, что  $|\sin \varphi| \leq 1$ ). Соотношение (1) в этом случае примет вид:

$$d = m_{\max} \lambda \quad \text{или} \quad m_{\max} = \frac{d}{\lambda} .$$

Подставляя числовые значения, находим:

$$m_{\max} = \frac{4,95 \cdot 10^{-6}}{6,00 \cdot 10^{-7}} = 9,9 .$$

Поскольку  $m$  принимает только целые значения, то следует принять  $m_{\max} = 9$ . Общее число максимумов, даваемых решеткой, будет равно:

$$N = 2m_{\max} + 1 = 19 .$$

Для нахождения угла отклонения, соответствующего последнему наблюдаемому дифракционному максимуму, соотношение (1) запишем в виде:

$$d \sin \varphi_{\max} = m_{\max} \lambda , \quad \text{откуда}$$



$$\varphi_{\max} = \arcsin\left(\frac{m_{\max} \lambda}{d}\right).$$

Подставляя числовые значения величин, находим:

$$\varphi_{\max} = \arcsin\left(\frac{9 \cdot 6,0 \cdot 10^{-7}}{4,95 \cdot 10^{-6}}\right) = 65,4^\circ.$$

**Ответ:**  $d = 4,95 \cdot 10^{-6}$  м,  $n = 2,02 \cdot 10^3$  см<sup>-1</sup>,  
 $m_{\max} = 9$ ,  $N = 19$ ,  $\varphi_{\max} = 65,4^\circ$ .

**Пример 22.** Определить ширину спектральной линии\* водорода с длиной волны 0,656 мкм в спектре первого порядка, даваемого решеткой длиной 3,0 см и содержащей 30000 штрихов. Фокусное расстояние линзы, проецирующей спектр на экран, равно 25 см.

**Дано:**

$$\lambda = 0,656 \text{ мкм} = 6,56 \cdot 10^{-7} \text{ м},$$

$$f = 25 \text{ см} = 0,25 \text{ м},$$

$$N = 30000,$$

$$L = 3,0 \text{ см} = 3,0 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

**Найти:**  $\delta x$ .

**Решение.** Запишем условие возникновения главных максимумов для дифракционной решетки [19.10]:

$$d \sin \varphi = m \lambda. \quad (1)$$

Между главными максимумами расположено  $N - 1$  дополнительных минимумов, где  $N$  – число штрихов решетки (рис. 2.56). Для монохроматического излучения спектры различных порядков наблюдаются при изменении угла дифракции. Дадим такое приращение по углу  $\delta\varphi$ , чтобы из главного максимума перейти к ближайшему минимуму.

---

\* Шириной спектральной линии называется половина расстояния между двумя минимумами, лежащими рядом с этой линией.

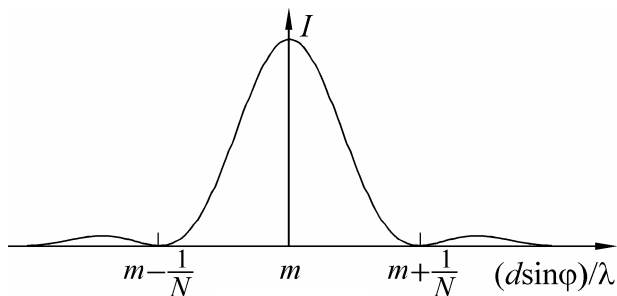


Рис. 2.56

Как следует из рассмотренного, порядок дифракции при этом должен измениться на некоторую малую величину  $\delta m = 1/N$ . Математически это достигается путем дифференцирования выражения (1):

$$d \cos \varphi \delta \varphi = \frac{1}{N} \lambda. \quad (2)$$

На основании условия задачи можно заключить, что  $\delta \varphi$  и будет угловой шириной спектральной линии. Поскольку  $\cos \varphi = \sqrt{1 - \sin^2 \varphi}$  то, используя соотношение (1), выражение (2) запишется в виде:

$$\delta \varphi = \frac{\lambda}{Nd \sqrt{1 - \left(\frac{m\lambda}{d}\right)^2}} = \frac{\lambda}{N \sqrt{d^2 - (m\lambda)^2}}. \quad (3)$$

При наблюдении дифракции Фраунгофера экран, на котором наблюдают дифракционную картину, располагается в фокальной плоскости линзы (рис. 2.57). Поэтому положение некоторой точки  $x$  на оси, проведенной на экране параллельно плоскости решетки, можно определить, зная угол дифракции и фокусное расстояние линзы:

$$x = f \tan \varphi'. \quad (4)$$

Расстояние  $\delta x$  между точками, расположенными в окрестности  $x$ , определим, продифференцировав равенство (4):

$$\delta x = \frac{f \delta \varphi'}{\cos^2 \varphi'} = \frac{f \delta \varphi'}{1 - \sin^2 \varphi'} = \frac{d^2 f \delta \varphi'}{d^2 - (m\lambda)^2}. \quad (5)$$

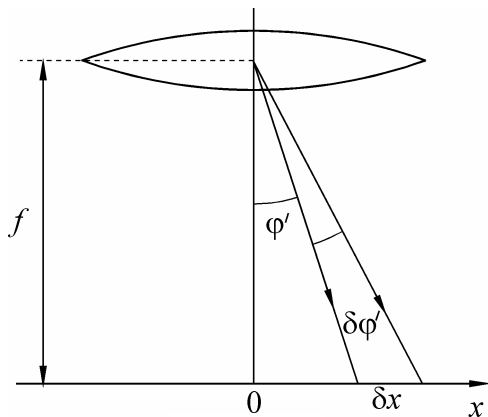


Рис. 2.57

Если  $\varphi = \varphi'$  и  $\delta\varphi = \delta\varphi'$ , то величина  $\delta x$  будет искомой шириной спектральной линии. Принимая во внимание соотношение (4), запишем (5) в окончательном виде:

$$\delta x = \frac{d^2 f \lambda}{N(d^2 - (m\lambda)^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Определим период дифракционной решетки:

$$d = \frac{L}{N} = \frac{3,0 \cdot 10^{-2}}{3,0 \cdot 10^4} = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$$

Подставляя числовые значения в равенство (6), получим:

$$\delta x = \frac{(1,0 \cdot 10^{-6})^2 \cdot 0,25 \cdot 6,56 \cdot 10^{-7}}{3,0 \cdot 10^4 \cdot \left( (1,0 \cdot 10^{-6})^2 - (1 \cdot 6,56 \cdot 10^{-7})^2 \right)^{\frac{3}{2}}} = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ м.}$$

**Ответ:**  $\delta x = 0,013 \text{ мм.}$

**Пример 23.** Пучок белого света падает нормально на дифракционную решетку шириной 1,2 см и периодом 4,0 мкм. Определить наибольший порядок спектра, который можно наблюдать при помощи этой решетки. Можно ли при помощи этой решетки наблюдать в первом порядке дифракции отдельно спектральные линии, имеющие длины волн  $6000 \text{ \AA}$  и  $6006 \text{ \AA}$ ?

**Дано:**

$$L = 1,2 \text{ см} = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ м},$$

$$d = 4,0 \text{ мкм} = 4,0 \cdot 10^{-6} \text{ м},$$

$$\lambda'_1 = 6000 \text{ \AA} = 6,000 \cdot 10^{-7} \text{ м},$$

$$\lambda'_2 = 6006 \text{ \AA} = 6,006 \cdot 10^{-7} \text{ м},$$

$$m' = 1.$$

**Найти:**  $m_{\text{max}}$ .

**Решение.** При использовании немонохроматического излучения возможна ситуация, когда при работе в высоких порядках происходит наложение дифракционных максимумов соседних порядков. Это означает, что имеет место одинаковый угол дифракции для света, имеющего длину волны  $\lambda_1$  в порядке  $m + 1$ , и света с длиной волны  $\lambda_2$  в порядке  $m$  ( $\lambda_2 > \lambda_1$ ). Записав условие максимумов дифракции [19.10] для обоих случаев, получим:

$$d \sin \varphi = (m + 1)\lambda_1, \quad (1)$$

$$d \sin \varphi = m\lambda_2, \quad (2)$$

где  $d$  – постоянная решетки.

Приравнивая правые части (1) и (2), получим:

$$(m + 1)\lambda_1 = m\lambda_2, \text{ или}$$

$$m = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}. \quad (3)$$

Белый свет имеет в себе набор всех длин волн видимого диапазона от фиолетового  $\lambda_1 = 400$  нм до красного  $\lambda_2 = 750$  нм. В таком случае максимальный порядок спектра, который можно наблюдать при помощи дифракционной решетки без перекрывания, будет равен

$$m_{\text{max}} = \frac{400}{750 - 400} = 1,14.$$

Поскольку порядок дифракции является только целым числом, то следует принять  $m_{\text{max}} = 1$ . Таким образом, при использовании белого света наблюдается без наложения только первый порядок

дифракции. Красный свет второго порядка дифракции будет частично перекрываться с синим для третьего.

Спектральный интервал, занимаемый исследуемым излучением  $\delta\lambda' = \lambda'_2 - \lambda'_1 = 6,0 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 6,0 \text{ \AA}$ , не должен превышать минимальной величины разности длин волн  $\delta\lambda$  спектральных линий, которые решетка может разрешить. В этом случае максимумы соседних порядков от отдельных монохроматических компонент излучения не будут перекрываться.

Воспользуемся определением разрешающей способности решетки [20.8]:

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN. \quad (4)$$

При заданной ширине решетки  $L = Nd$  определим минимальную разность длин волн двух спектральных линий  $\delta\lambda$ , разрешаемых решеткой. Выражение (4) примет вид:

$$\delta\lambda = \frac{\lambda d}{m L}. \quad (5)$$

Подставляя числовые значения в (5) с учетом того, что  $m = m' = 1$ , получим:

$$\delta\lambda = 6,00 \cdot 10^{-7} \frac{4,0 \cdot 10^{-6}}{1,2 \cdot 10^{-2}} = 2,0 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 2,0 \text{ \AA}.$$

Поскольку  $\delta\lambda' = \lambda'_2 - \lambda'_1 > \delta\lambda$ , то это означает, что спектральные линии с длинами волн  $\lambda'_1 = 6000 \text{ \AA}$  и  $\lambda'_2 = 6006 \text{ \AA}$  данной решеткой в первом порядке будут разрешены.

**Ответ:**  $m_{\max} = 1$ ; линии будут разрешены.

**Пример 24.** Определите для дифракционной решетки, имеющей 1200 штрихов на один миллиметр и ширину 3,0 см, угловую дисперсию в спектре первого порядка; линейную дисперсию спектрографа, использующего данную решетку, в этом же порядке при объективе с фокусным расстоянием 50 см. Найти также наибольшую разрешающую способность решетки для длины волны 600 нм.

**Дано:**

$$N' = 1200 \text{ мм}^{-1},$$

$$f = 50 \text{ см} = 0,50 \text{ м},$$

$$\lambda = 600 \text{ нм} = 6,00 \cdot 10^{-7} \text{ м},$$

$$m = 1.$$

**Найти:**  $D_\varphi$ ,  $D_l$ ,  $\lambda/\delta\lambda$ .

**Решение.** Дифференцируя условие главных максимумов для дифракционной решетки [19.10], считая переменными  $\varphi$  и  $\lambda$ , получим:

$$d \cos \varphi d\varphi = m d\lambda. \quad (1)$$

Угловая дисперсия решетки из определения [20.3] равна

$$D_\varphi = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi}. \quad (2)$$

Учитывая условие главных максимумов для дифракционной решетки [19.10], а также то, что период решетки равен  $d = 1/N$ , выражение для угловой дисперсии примет вид:

$$D_\varphi = \frac{mN}{\sqrt{1 - \sin^2 \varphi}} = \frac{mN}{\sqrt{1 - (m\lambda N)^2}}.$$

Подставляя числовые значения величин, получим:

$$D_\varphi = \frac{1 \cdot 1200}{\sqrt{1 - (1 \cdot 6,00 \cdot 10^{-7} \cdot 1200)^2}} = 1730 \text{ рад/мм}.$$

Дифракционную картину наблюдают в фокальной плоскости линзы, имеющей фокусное расстояние  $f$ . Поэтому линейную дисперсию определим, исходя из значения ее угловой дисперсии, пользуясь приближенным соотношением [20.4]:

$$D_l \approx f D_\varphi.$$

Используя числовое значение угловой дисперсии, получим:

$$D_l = 0,50 \cdot 1730 = 8,65 \cdot 10^5.$$

В соответствии с определением величина линейной дисперсии является безразмерной, но обычно ее выражают в миллиметрах на

один нанометр. Поэтому результат может быть записан следующим образом:

$$D_l = 0,865 \text{ мм/нм.}$$

По определению разрешающая способность решетки [20.8] равна

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN .$$

Число штрихов решетки определим из соотношения:

$$N = lN' = 36000 .$$

Наибольшая разрешающая способность будет наблюдаться для максимального порядка дифракции, который определим из условия (см. пример 21):

$$m_{\max} = \frac{d}{\lambda} = \frac{1}{N'\lambda} = 1,38 .$$

Значит, максимальным наблюдаемым будет порядок  $m_{\max} = 1$ . Поэтому, максимальная разрешающая способность для решетки будет равна:

$$\left( \frac{\lambda}{\delta\lambda} \right)_{\max} = m_{\max} N = 36000 .$$

**Ответ:**  $D_\varphi = 1730$  рад/мм,  $D_l = 0,865$  мм/нм,

$$(\lambda/\delta\lambda)_{\max} = 36000 .$$

**Пример 25.** Призма с преломляющим углом  $60^\circ$  изготовлена из стекла с показателем преломления 1,46. Рассчитать угол, на который будут разведены две желтые линии натрия с длинами волн  $5890 \text{ \AA}$  и  $5896 \text{ \AA}$ . Дисперсия вещества призмы в этом диапазоне длин волн составляет  $1150 \text{ см}^{-1}$ .

**Дано:**

$$A = 60^\circ ,$$

$$n = 1,46 ,$$

$$\lambda_1 = 5890 \text{ \AA} ,$$

$$\lambda_2 = 5896 \text{ \AA} ,$$

$$\frac{dn}{d\lambda} = 1150 \text{ см}^{-1}.$$

**Найти:**  $\Delta\varepsilon$ .

**Решение.** Для решения задачи воспользуемся соотношением между преломляющим углом  $A$ , углом наименьшего отклонения  $\varepsilon$  и показателем преломления призмы  $n$  [20.5]:

$$n = \frac{\sin\left(\frac{A + \varepsilon}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}. \quad (1)$$

При использовании некогерентного излучения вследствие явления дисперсии показатель преломления для различных длин волн будет несколько различен. Это будет приводить к различию углов отклонения волн. Продифференцировав выражение (1) по  $\lambda$ , имеем:

$$\frac{dn}{d\lambda} = \frac{\cos\left(\frac{A + \varepsilon}{2}\right) d\varepsilon}{2 \sin\left(\frac{A}{2}\right) d\lambda}. \quad (2)$$

Воспользовавшись известным тригонометрическим соотношением  $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$ , выражение (2) можно записать в виде:

$$\frac{dn}{d\lambda} = \frac{\sqrt{1 - \left(n \sin \frac{A}{2}\right)^2} d\varepsilon}{2 \sin\left(\frac{A}{2}\right) d\lambda}. \quad (3)$$

При заданном условии задачи  $\frac{d\varepsilon}{d\lambda} \approx \frac{\Delta\varepsilon}{\Delta\lambda}$ , поэтому, заменяя в выражении (3) бесконечно малые приращения величин  $\varepsilon$  и  $\lambda$  их конечными значениями, получим окончательно:

$$\Delta\varepsilon \approx \frac{2 \sin(A/2)}{\sqrt{1 - (n \sin(A/2))^2}} \frac{dn}{d\lambda} \Delta\lambda, \text{ где } \Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1.$$



Проведем вычисления:

$$\Delta\varepsilon \approx \frac{2 \sin(60^\circ/2)}{\sqrt{1 - (1,46 \sin(60^\circ/2))^2}} 1150 \cdot 10^2 (5896 - 5890) \cdot 10^{-10} =$$

$$= 1,01 \cdot 10^{-4} \text{ рад} = 20,8''.$$

**Ответ:**  $\Delta\varepsilon = 20,8''$ .

**Пример 26.** При заданном положении тонкой линзы, ее фокусов и главной оптической оси построить изображение предмета, изображенного на рис. 2.58.

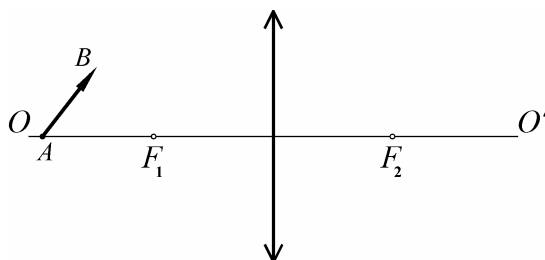


Рис. 2.58

**Решение.** Из точки  $A$  предмета проведем произвольный луч  $AC$  (рис. 2.59) до пересечения с плоскостью линзы. Для определения направления, по которому будет распространяться луч после преломления в линзе, параллельно  $AC$  проведем вспомогательный луч  $MN$  (побочную ось) через оптический центр линзы. Поскольку луч  $MN$  проходит через оптический центр, то он не испытывает преломления. Лучи  $AC$  и  $MN$  – параллельны, поэтому после преломления в линзе они будут пересекаться в точке  $D$ , расположенной на задней фокальной плоскости.

Таким образом, луч  $AC$  после преломления пройдет через точку  $D$ , то есть будет распространяться в направлении  $CD$ . При построении изображений необходимо помнить, что любая точка изображения – это точка схождения (пересечения) по крайней мере двух лучей или их продолжений. Второй луч из точки  $A$  удобно провести вдоль главной оптической оси линзы  $OO'$ . Этот луч

совпадет с  $OO'$ . Таким образом, изображением точки  $A$  будет точка пересечения луча  $CA_1$  и главной оптической оси системы – точка  $A_1$ . Для построения изображения точки  $B$  из этой точки проведем два луча: один, проходящий через оптический центр линзы (луч  $BE$ ), второй – параллельно главной оптической оси. Первый луч будет проходить через линзу без преломления, второй после преломления пройдет через задний фокус  $F_2$ . Продолжив эти лучи до пересечения, получим искомую точку  $B_1$  – изображение точки  $B$ . Соединив точки  $A_1$  и  $B_1$ , получим  $A_1B_1$  – изображение предмета  $AB$ .

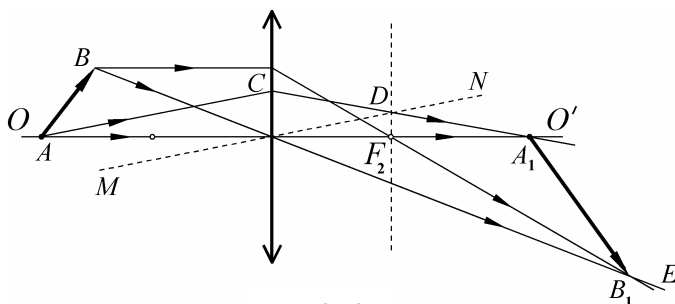


Рис. 2.59

Следует отметить, что для построения изображений точек  $A$  и  $B$  вместо одного из первых двух лучей можно также использовать лучи, проходящие через фокус линзы. На рис. 2.60 показано использование этого способа для построения изображения точки  $A$  в линзе.

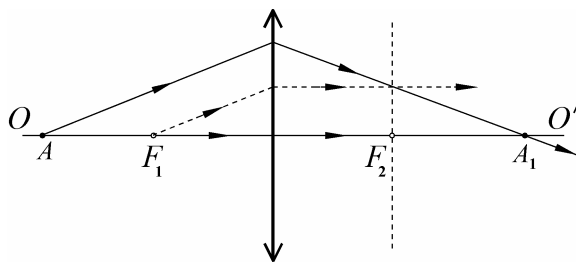


Рис. 2.60

**Пример 27.** На рис. 2.61 показаны положение главной оптической оси тонкой рассеивающей линзы и ход проходящего сквозь нее луча  $ABC$ . Найдите построением ход произвольного луча  $DE$  за линзой.

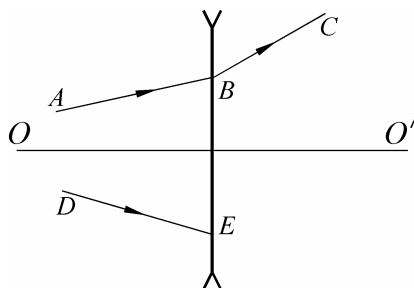


Рис. 2.61

**Решение.** Через оптический центр проведем луч  $MN$  параллельный  $AB$  (рис. 2.62). Продолжение луча  $BC$  с  $MN$  будет иметь точку пересечения  $K$ , расположенную на передней фокальной плоскости линзы. Поэтому плоскость, проведенная через  $K$  перпендикулярно главной оптической оси, будет передней фокальной плоскостью, а точка ее пересечения с осью – передним фокусом  $F_1$ .

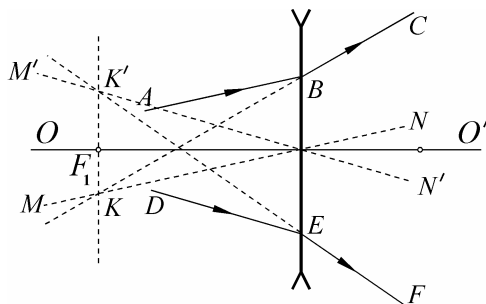


Рис. 2.62

После нахождения переднего фокуса дальнейшие построения производятся аналогично предыдущему примеру: через оптический центр проводим луч  $M'N'$ , параллельный лучу  $DE$ . Точка  $K'$  пересечения луча  $M'N'$  с фокальной плоскостью будет также

принадлежать продолжению луча  $EF$ , являющегося результатом преломления  $DE$ . На рис. 2.62 лучи показаны сплошными линиями; вспомогательные лучи, а также продолжения лучей после их преломления, проведенные в обратную сторону, показаны штриховыми линиями.

**Пример 28.** С помощью тонкой собирающей стеклянной линзы с показателем преломления 1,50 получено действительное изображение предмета на расстоянии 10 см от линзы. После того, как предмет и линзу погрузили в воду, не изменяя расстояния между ними, изображение получилось на расстоянии 60 см от линзы. Определить фокусное расстояние линзы.

**Дано:**

$$n = 1,50,$$

$$a_2 = 10 \text{ см},$$

$$a'_2 = 60 \text{ см}.$$

**Найти:**  $f_1$ .

**Решение.** Пусть  $f_1$  – фокусное расстояние линзы в воздухе,  $f_2$  – фокусное расстояние линзы в воде. Тогда, согласно формуле для линзы [21.4], для обоих случаев получим:

$$\frac{1}{f_1} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right), \quad (1)$$

$$\frac{1}{f_2} = \left( \frac{n}{n_g} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right), \quad (2)$$

где  $R_1, R_2$  – радиусы кривизны преломляющих поверхностей линзы,  $n$  – показатель преломления материала, из которого изготовлена линза относительно воздуха ( $n = 1,5$ ),  $n_g$  – показатель преломления воды ( $n_g = 1,33$ ).

Из соотношений (1) и (2), исключая множитель, содержащий неизвестные величины  $R_1$  и  $R_2$ , получим:

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{f_1} \frac{n - n_e}{n_e(n-1)}. \quad (3)$$

С другой стороны, для изображений в воздухе и в воде можем записать формулы тонкой линзы [21.3]:

$$-\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} = \frac{1}{f_1}, \quad (4)$$

$$-\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a'_2} = \frac{1}{f_2}, \quad (5)$$

где  $a_1$  – расстояние от линзы до предмета в обоих случаях,  $a_2$  и  $a'_2$  – расстояния от линзы до изображения в воздухе и воде соответственно.

Вычитая из уравнения (4) уравнение (5), получим:

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a'_2} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2}. \quad (6)$$

Решая совместно (3) и (6), исключая неизвестное  $f_2$ , имеем:

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a'_2} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_1} \frac{n - n_e}{n_e(n-1)}. \quad (7)$$

После преобразований выражение (7) примет окончательный вид:

$$f_1 = \frac{a_2 a'_2 n (n_e - 1)}{n_e (a'_2 - a_2) (n - 1)}.$$

Подставляя числовые значения, получим:

$$f_1 = \frac{10 \cdot 60 \cdot 1,50(1,33 - 1)}{1,33(60 - 10)(1,50 - 1)} = 8,93 \text{ см.}$$

**Ответ:**  $f_1 = 8,93$  см.

**Пример 29.** Оптическая система представляет собой тонкую плоско-выпуклую стеклянную линзу, выпуклая поверхность которой посеребрена. Определить главное фокусное расстояние такой системы, если радиус кривизны сферической поверхности равен 60 см.

**Дано:**

$$R = 60 \text{ см},$$

$$n = 1,50.$$

**Найти:**  $f$ .

**Решение.** Так как лучи, падающие на оптическую систему, последовательно проходят через линзу, отражаются от зеркала и затем снова проходят через линзу, то данную оптическую систему можно рассматривать как центрированную, состоящую из сложенных вплотную двух плосковыпуклых линз и сферического зеркала. Фокусное расстояние может быть найдено из соотношения [21.4]:

$$f = 1/\Phi, \quad (1)$$

где  $\Phi$  – оптическая сила системы.

Как известно, оптическая сила системы линз, сложенных вплотную, равна алгебраической сумме оптических сил отдельных компонентов. В нашем случае это может быть отражено соотношением:

$$\Phi = (n-1)\frac{1}{R} + \frac{2}{R} + (n-1)\frac{1}{R} = \frac{2n}{R}, \quad (2)$$

где первое и третье слагаемые являются оптическими силами линз, второе – оптическая сила сферического вогнутого зеркала. В соответствии с принятым правилом знаков в равенстве (2)  $R$  везде положительно.

С учетом выражения (2) соотношение (1) запишется в виде:

$$f = \frac{1}{\Phi} = \frac{R}{2n}. \quad (3)$$

Подставляя числовые значения в (3), получаем:

$$f = \frac{60}{2 \cdot 1,50} = 20 \text{ см}.$$

**Ответ:**  $f = 20 \text{ см}$ .

**Пример 30.** Фокусное расстояние объектива микроскопа 4,9 мм, а окуляра – 5,0 см. Предмет помещается на расстоянии

5,0 мм от объектива и рассматривается в окуляр наблюдателем с нормальным зрением. Определить длину тубуса микроскопа и его увеличение.

**Дано:**

$$f_{об} = 4,9 \text{ мм} = 4,9 \cdot 10^{-3} \text{ м},$$

$$f_{ок} = 5,0 \text{ см} = 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ м},$$

$$a_1 = -5,0 \text{ мм} = -5,0 \cdot 10^{-3} \text{ м}^*.$$

**Найти:**  $l$ ,  $\Gamma$ .

**Решение.** Основными оптическими элементами микроскопа являются объектив и окуляр. Объектив направляется в сторону наблюдаемого предмета (объекта), окуляр располагается в непосредственной близости от глаза. Для всех построений, чтобы не загромождать рисунок, используется только луч, проведенный из крайней точки предмета через оптический центр соответствующей линзы. Положение предмета или изображения выбирается на основании условия задачи (или произвольно) и в последующем уточняется при выполнении вычислений.

Ход лучей в микроскопе приведен на рис. 2.63. На рисунке:  $F_{об}$  и  $F_{ок}$  – точки, обозначающие положения фокусов объектива и окуляра соответственно,  $a_1$  – расстояние от предмета  $AB$  до объектива,  $a_2$  – расстояние от объектива до первичного изображения предмета  $A_1B_1$ ,  $a'_1$  – расстояние от окуляра до  $A_1B_1$ ,  $L_0$  – расстояние от окуляра до вторичного мнимого изображения предмета  $A_2B_2$ , рассматриваемого глазом.

При решении задач на расчет оптических систем, состоящих из нескольких оптических элементов (линз, зеркал), изображение, даваемое предыдущим элементом, служит предметом для последующих элементов. Если предмет рассматривается в конечном

---

\* В данной и последующих задачах (примеры 31, 32) числовые значения расстояний  $a_1$ ,  $a_2$  приведены с учетом правила знаков (смотри главу 21 «Основные понятия и законы геометрической оптики»)

итоге визуально человеком с нормальным зрением, то изображение, даваемое окуляром, должно быть мнимым и находиться от него на расстоянии наилучшего зрения ( $L_0$ ). Для человека с нормальным зрением  $L_0$  принимается равным 25 см. Для получения мнимого изображения предмета на таком расстоянии необходимо, чтобы изображение  $A'B'$  располагалось между фокусом окуляра и окуляром. Это обычно достигается соответствующим изменением расстояния между объективом и окуляром.

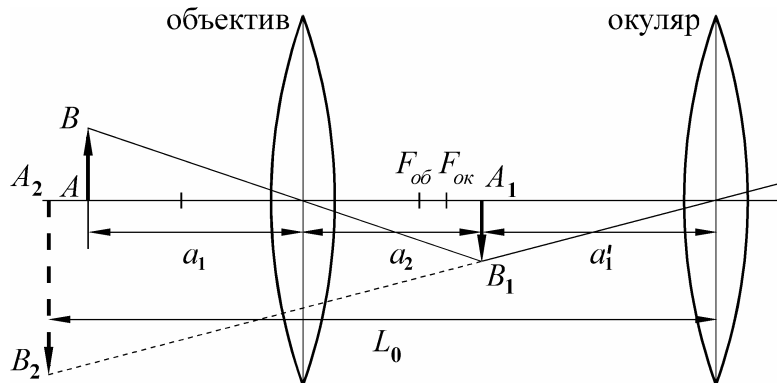


Рис. 2.63

Из рисунка видно, что длина тубуса микроскопа равна:

$$l = a_2 + |a'_1|. \quad (1)$$

Величины  $a'_1$  и  $a_2$  могут быть определены на основании формулы тонкой линзы [21.3]:

$$-\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} = \frac{1}{f_{об}}.$$

Выражая  $a_2$ , получим:

$$a_2 = \frac{f_{об} a_1}{a_1 + f_{об}}. \quad (2)$$

Подставляя числовые значения, получим:

$$a_2 = \frac{4,9 \cdot 10^{-3} \cdot (-5,0 \cdot 10^{-3})}{(-5,0 \cdot 10^{-3}) + 4,9 \cdot 10^{-3}} = 0,26 \text{ м.}$$



С помощью формулы тонкой линзы, записанной для окуляра, определим величину  $a'_1$  :

$$-\frac{1}{a'_1} + \frac{1}{a'_2} = \frac{1}{f_2}. \quad (3)$$

Поскольку с учетом правила знаков  $a'_2 = -L_0$ , то после преобразования выражения (3) получим:

$$a'_1 = \frac{f_{ок}(-L_0)}{L_0 + f_{ок}}.$$

Подставляя числовые значения, будем иметь:

$$a'_1 = \frac{0,050 \cdot (-0,25)}{(-0,25) + 0,050} = -0,042 \text{ м.}$$

С учетом выражения (1) длина тубуса равна:

$$l = 0,26 + |-0,042| = 0,30 \text{ м.}$$

По определению, увеличение микроскопа равно произведению увеличений объектива и окуляра:

$$\Gamma = \Gamma_1 \Gamma_2, \quad (4)$$

где  $\Gamma_1 = a_2/a_1$  – увеличение объектива,  $\Gamma_2 = -L_0/a'$  – увеличение окуляра.

Подставляя числовые значения в выражение (4), находим значение увеличения микроскопа

$$\Gamma = \frac{a_2}{a_1} \frac{(-L_0)}{a'_1} = \frac{0,26 \cdot (-0,25)}{(-5,0 \cdot 10^{-3}) \cdot (-4,2 \cdot 10^{-3})} = -310.$$

Знак «-» означает, что конечное изображение является перевернутым относительно исходного.

**Ответ:**  $l = 0,30 \text{ м, } \Gamma = 310.$

**Пример 31.** Человек с нормальным зрением рассматривает Луну в зрительную трубу, имеющую объектив с фокусным расстоянием 40 см и окуляр с фокусным расстоянием 4,0 см. Какую минимальную длину имеет зрительная труба? На какое расстояние необходимо переместить окуляр, чтобы получить изображение Луны на экране, расположенном на расстоянии 50 см от трубы?

Определить также линейный размер полученного изображения, если угловой размер Луны  $\alpha_L = 30'$ .

**Дано:**

$$f_{об} = 40 \text{ см,}$$

$$f_{ок} = 4,0 \text{ см,}$$

$$l = 50 \text{ см,}$$

$$\alpha_L = 30' = 8,7 \cdot 10^{-3} \text{ рад.}$$

**Найти:**  $L$ ,  $\Delta l$ ,  $A''B''$ .

**Решение.** В простейшем случае зрительная труба содержит объектив и окуляр. Так же, как и в микроскопе, в зрительной трубе объектив направляется в сторону наблюдаемого предмета (объекта), окуляр располагается в непосредственной близости от глаза.

В нашем случае расстояние от предмета до объектива зрительной трубы много больше фокусного  $|a_1| \gg f_{об}$ , поэтому можно с высокой точностью считать, что  $a_2 \approx f_{об}$ . Это означает, что уменьшенное перевернутое изображение предмета будет находиться в фокальной плоскости объектива. Именно этот случай, соответствующий первой части задачи, показан на рис. 2.64 а.

Исходный предмет (Луна) на рисунке показан в виде стрелки  $AB$ , расположенной перпендикулярно главной оптической оси;  $A'B'$  – изображение Луны, полученное с помощью объектива,  $A''B''$  – изображение, полученное после прохождения света через окуляр. Это изображение и рассматривается глазом.

Из рис. 2.64 а следует, что минимальная длина зрительной трубы  $L$  будет равна расстоянию между объективом и окуляром:

$$L = f_{об} + |a'_1|, \quad (1)$$

где  $f_{об}$  – фокусное расстояние объектива,  $a'_1$  – расстояние от окуляра до  $A'B'$ . Таким образом, для определения размеров трубы необходимо рассчитать  $a'_1$ .

На основании формулы тонкой линзы, записанной для объектива, имеем:

$$-\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} = \frac{1}{f_{об}}, \quad (2)$$

где  $a_1$  – расстояние от объектива до предмета,  $a_2$  – расстояние от объектива до изображения.

На основании формулы тонкой линзы [21.3] запишем условие (1) для окуляра.

$$-\frac{1}{a'_1} + \frac{1}{a'_2} = \frac{1}{f_{ок}}, \quad (3)$$

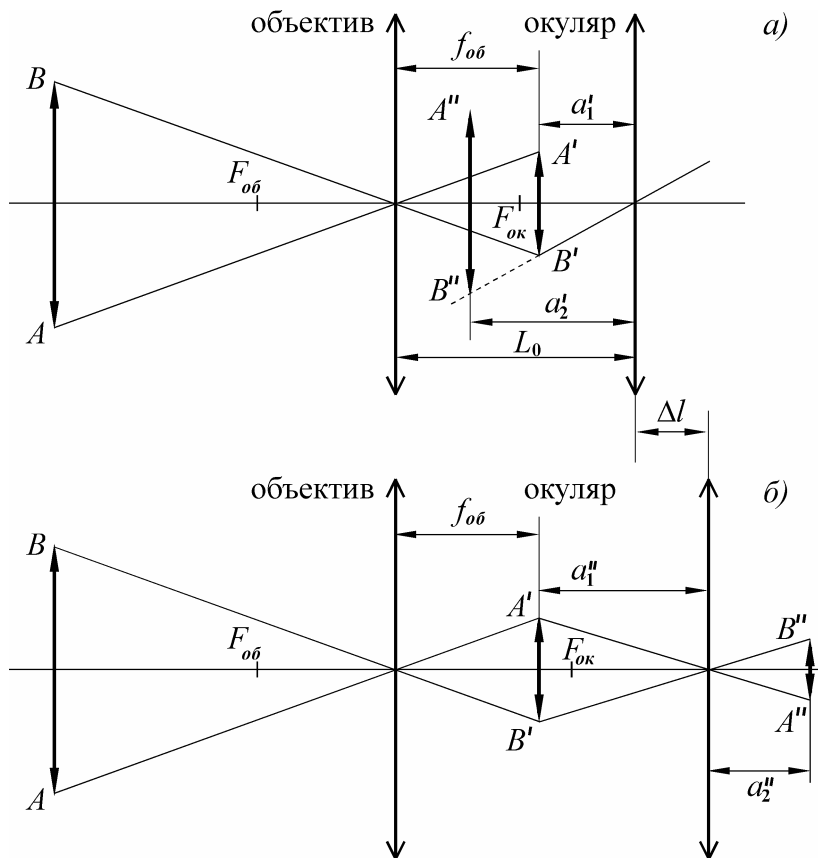


Рис. 2.64

где  $a'_1$  – расстояние от окуляра до предмета,  $a'_2$  – расстояние от окуляра до изображения.

Из соотношения (3) получаем:

$$a'_1 = \frac{f_{ок} a'_2}{-a'_2 + f_{ок}}. \quad (4)$$

Как уже отмечалось ранее, при визуальном рассмотрении  $a'_2 = -L_0$ , поэтому условие (4) запишем в виде:

$$a'_1 = \frac{f_{ок}(-L_0)}{L_0 + f_{ок}}.$$

Подставляя числовые значения, получим:

$$a'_1 = \frac{4,0 \cdot (-25)}{25 + 4,0} = -3,45 \text{ см.}$$

Подставляя числовые значения  $f'_{об}$  и  $a'_1$  в выражение (1), получим:

$$L = 40 + |-3,45| = 43,4 \text{ см.}$$

Для того чтобы получить действительное изображение Луны на экране, необходимо передвинуть окуляр вправо по ходу распространения световых лучей, увеличивая тем самым длину трубы, так, чтобы  $A'B'$  было расположено на расстоянии, большем (по модулю) фокусного расстояния окуляра (рис. 2.64 б). Запишем формулу тонкой линзы, соответствующую этому случаю:

$$-\frac{1}{a''_1} + \frac{1}{a''_2} = \frac{1}{f_{ок}},$$

где  $a''_1$  – расстояние от окуляра до предмета,  $a''_2$  – расстояние от окуляра до изображения.

Выражая  $a''_1$ , получаем:

$$a''_1 = \frac{f_{ок} a''_2}{f_{ок} - a''_2}. \quad (5)$$

Принимая во внимание, что в соотношении (5)  $a''_2 = l = 50$  см, выполним вычисления:

$$a''_1 = \frac{4,0 \cdot 50}{-4,0 + 50} = -4,3 \text{ см.}$$

Из рис. 2.64 б видно, что искомое расстояние  $\Delta l$ , на которое необходимо передвинуть окуляр, будет равно:

$$\Delta l = |a_1''| - |a_1'| = 4,30 - 3,45 = 0,85 \text{ см.}$$

Определим размер полученного на экране изображения. Из рис. 2.64 б следует геометрическое соотношение:

$$A'B' = -2f_{об} \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha_l}{2}\right), \quad (6)$$

где  $\alpha_l$  – угловой размер Луны. Знак « $\leftarrow$ » означает, что изображение  $A'B'$  является перевернутым относительно исходного предмета  $AB$ . Поскольку угол  $\alpha_l$  очень мал, то выражение (6) примет вид:

$$A'B' \approx f_{об} \alpha_l. \quad (7)$$

Искомый размер изображения Луны  $A''B''$  на экране определим из подобия треугольников  $A'B'O'$  и  $A''B''O'$  (рис. 2.64 б), где точка  $O'$  расположена в оптическом центре окуляра:

$$\frac{A''B''}{A'B'} = \frac{a_2''}{a_1''} \text{ или } A''B'' = A'B' \frac{a_2''}{a_1''}. \quad (8)$$

С учетом соотношения (7), выражение (8) примет окончательный вид:

$$A''B'' = f \alpha_l \frac{a_2''}{a_1''}.$$

Подставив числовые значения, получим:

$$A''B'' = -40 \cdot 8,7 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{50}{(-4,3)} = 4,0 \text{ см.}$$

**Ответ:**  $L = 43,4$  см,  $\Delta l = 0,26$  см,  $A''B'' = 4,0$  см.

**Пример 32.** Близорукий человек носит очки с оптической силой  $-2,0$  дптр. На каком расстоянии от лица он должен держать выпуклое сферическое зеркало радиусом  $0,30$  м, чтобы резко видеть в зеркале свое изображение без очков?

**Дано:**

$$D_0 = -2,0 \text{ дптр},$$

$$R = 30 \text{ см} = 0,30 \text{ м}.$$

**Найти:**  $l$ .

**Решение.** В соответствии с условием задачи при использовании очков с оптической силой  $D_0$  близорукий человек получает резкое изображение на сетчатке предмета, расположенного на расстоянии наилучшего зрения ( $L_0 = 25 \text{ см}$ ) от него. Соответственно без очков он будет отчетливо (резко) видеть предметы, расположенные на меньшем расстоянии  $a_1$ . Кроме того, учтем, что очки расположены в непосредственной близости от глаз человека, поэтому будем рассматривать оптическую систему «хрусталик – линза очков» как две линзы, сложенные вплотную. В этом случае мы можем приближенно считать, что оптическая сила системы будет равна сумме оптических сил отдельных линз. Формула тонкой линзы [21.3] для двух случаев будет иметь вид:

$$\frac{1}{L_0} + \frac{1}{a_2} = D + D_0, \quad (1)$$

$$-\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} = D, \quad (2)$$

где  $a_2$  – расстояние от хрусталика глаза (собирающей линзы) до сетчатки,  $D$  – оптическая сила глаза близорукого человека.

Вычитая из (1) соотношение (2), определим расстояние  $a_1$ , на котором должен находиться предмет, чтобы близорукий человек видел его отчетливо:

$$\frac{1}{a_1} = D_0 - \frac{1}{L_0} = \frac{D_0 L_0 - 1}{L_0}, \text{ или}$$
$$a_1 = \frac{L_0}{D_0 L_0 - 1} = \frac{0,25}{2,0 \cdot (-2,0) - 1} = -0,17 \text{ м}.$$

Выпуклое зеркало человек должен держать на таком расстоянии  $a'_1$ , чтобы его изображение в зеркале получилось на расстоя-

нии, равном  $a_1$  от его глаз. Для определения  $a'_1$  запишем формулу сферического зеркала [21.2]:

$$\frac{1}{a'_1} + \frac{1}{a'_2} = \frac{2}{R}, \quad (3)$$

где  $R$  – радиус кривизны зеркала,  $a'_2$  – расстояние от зеркала до изображения.

Из рис. 2.65 видно, что  $-a_1 = -a'_1 + a'_2$ . Подставляя выражение для  $a'_2$  в равенство (3), получим:

$$\frac{1}{a'_1} + \frac{1}{a'_1 - a_1} = \frac{2}{R}. \quad (4)$$

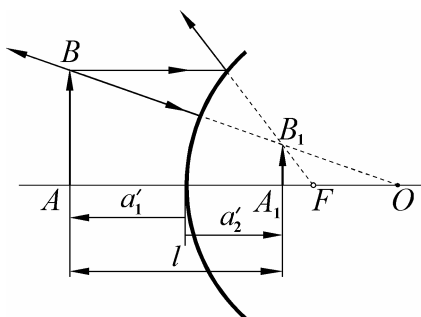


Рис. 2.65

После подстановки числовых значений  $a_1 = -0,17$  м и  $R = 0,30$  м в (4) и, обозначив  $a'_1 = x$ , имеем уравнение второй степени относительно искомой величины:

$$x^2 - 0,13x - 0,0255 = 0. \quad (5)$$

Решая уравнение (5), получим:

$$x_1 = 0,237 \text{ и } x_2 = -0,107.$$

Поскольку в соответствии с принятым правилом знаков расстояние  $a'_1 < 0$ , то физический смысл будет иметь только корень  $x_2 = -0,107$ , то есть  $a'_1 = -0,107$  м. В таком случае расстояние от зеркала до лица будет равно  $l = |a'_1| = 0,107$  м.

**Ответ:**  $l = 0,107$  м.

**Пример 33.** Найти концентрацию свободных электронов в среде, если для радиоволн с частотой 150 МГц ее показатель преломления равен 0,92.

**Дано:**

$$\nu = 150 \text{ МГц} = 1,50 \cdot 10^8 \text{ Гц},$$

$$n = 0,92.$$

**Найти:**  $N$ .

**Решение.** В соответствии с формулой дисперсии [22.12]:

$$n^2 = 1 + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m (\omega_0^2 - \omega^2)}, \quad (1)$$

где  $\varepsilon_0$  – электрическая постоянная,  $m$ ,  $e$  – масса и заряд электрона,  $\omega_0$  – собственная частота колебаний электронов,  $\omega$  – частота электромагнитных колебаний, распространяющихся в среде,  $N$  – концентрация свободных электронов.

Для свободных электронов  $\omega_0 \approx 0$ , поэтому, учитывая связь линейной и циклической частот [14.3]  $\omega = 2\pi\nu$ , получим:

$$n^2 = 1 - \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m (2\pi\nu)^2}. \quad (2)$$

Искомая концентрация свободных электронов выразится из соотношения (2) в виде:

$$N = \frac{\varepsilon_0 m (1 - n^2) (2\pi\nu)^2}{e^2}.$$

Подставляя числовые значения величин, получим:

$$N = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} (1 - 0,92^2) (2 \cdot 3,14 \cdot 1,50 \cdot 10^8)^2}{(1,6 \cdot 10^{-19})^2} = 4,29 \cdot 10^{13} \text{ м}^{-3}.$$

**Ответ:**  $N = 4,29 \cdot 10^{13} \text{ м}^{-3}$ .

**Пример 34.** Показатель преломления воздуха при нормальном давлении и температуре 273 К для желтой линии натрия равен



1,0002918. Определить показатель преломления воздуха при температуре  $30\text{ }^\circ\text{C}$  и давлении  $3,0 \cdot 10^6\text{ Па}$ .

**Дано:**

$$\lambda = 589,3\text{ нм} = 589,3 \cdot 10^{-9}\text{ м},$$

$$n_0 = 1,0002918,$$

$$t = 30\text{ }^\circ\text{C}, T = 303\text{ К},$$

$$T_0 = 273\text{ К},$$

$$p = 3,0 \cdot 10^6\text{ Па},$$

$$p_0 = 1,0 \cdot 10^5\text{ Па}.$$

**Найти:**  $n$ .

**Решение.** В соответствии с классической теорией дисперсии, показатель преломления газа зависит от концентрации  $N$  и поляризуемости  $\alpha$  его молекул [22.13]:

$$n^2 = \varepsilon = 1 + \chi = 1 + N\alpha. \quad (1)$$

Откуда можно получить соотношение показателей преломления при заданных и нормальных условиях:

$$\frac{n^2 - 1}{n_0^2 - 1} = \frac{N}{N_0}. \quad (2)$$

Поскольку показатель преломления воздуха мало отличается от единицы, то можно воспользоваться приближением:

$$n^2 - 1 \approx 2(n - 1).$$

Поэтому соотношение (2) с учетом приближения примет вид:

$$\frac{n - 1}{n_0 - 1} \approx \frac{N}{N_0}. \quad (3)$$

На основании молекулярно-кинетической теории связь между давлением газа, концентрацией молекул и абсолютной температурой имеет вид:

$$p_0 = N_0 k T_0 \quad (4)$$

при нормальных условиях и

$$p = N k T \quad (5)$$

при давлении  $p$  и температуре  $T$ . Из соотношений (4) и (5) получим:

$$\frac{N}{N_0} = \frac{pT_0}{Tp_0}. \quad (6)$$

Подставив полученное соотношение (6) в (3), получим окончательно:

$$n = 1 + \frac{pT_0(n_0 - 1)}{Tp_0}.$$

Подставляя числовые значения, получим:

$$n = 1 + \frac{3,0 \cdot 10^6 \cdot 273(1,0002918 - 1)}{303 \cdot 1,0 \cdot 10^5} = 1,00789.$$

**Ответ:**  $n = 1,00789$ .

**Пример 35.** Два николя\* расположены так, что угол между их плоскостями поляризации составляет  $60^\circ$ . Определить, во сколько раз уменьшится интенсивность естественного света при прохождении через первый николю; во сколько раз уменьшится интенсивность естественного света при прохождении через два николя? При прохождении света через каждый николю потери на отражение и поглощение составляют  $5,0\%$ .

**Дано:**

$$\alpha = 60^\circ,$$

$$k = 0,050.$$

**Найти:**  $\frac{I_0}{I_1}, \frac{I_0}{I_2}$ .

**Решение.** Призма Николя пропускает только одну составляющую поляризации света. Для естественного света она составляет половину интенсивности падающего света. Интенсивность

---

\* Николю называют поляризационную призму Николя, которая позволяет получать из естественного свет линейно поляризованный.

света, прошедшего через первый поляризатор, с учетом поглощения и рассеяния, равна [22.9]:

$$I_1 = \frac{I_0(1-k)}{2}, \quad (1)$$

где  $k$  – коэффициент потерь интенсивности света в никеле,  $I_0$  – интенсивность естественного света.

Относительное уменьшение интенсивности света при его прохождении через первый николь получим, разделив интенсивность  $I_0$  на интенсивность  $I_1$  поляризованного света:

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{2}{1-k}. \quad (2)$$

Подставив числовые значения, получим:

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{2}{1-0,050} = 2,11.$$

Интенсивность поляризованного света, прошедшего через второй николь (анализатор), определяется формулой Малюса [22.14]:

$$I = I_0 \cos^2 \alpha, \quad (3)$$

где  $I_0$  – интенсивность линейно поляризованного света, проходящего через первый николь и падающего на второй николь,  $\alpha$  – угол между плоскостью колебаний в поляризованном пучке и плоскостью пропускания второго николя.

Учитывая потери интенсивности во втором никеле, выражение (3) примет вид:

$$I_2 = I_1(1-k)\cos^2 \alpha. \quad (4)$$

Уменьшение интенсивности при прохождении света через оба николя будет равно:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{I_0}{I_1(1-k)\cos^2 \alpha}.$$

Учитывая (2), окончательно получим:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1-k)^2 \cos^2 \alpha}.$$

Подставляя числовые данные, имеем:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1 - 0,050)^2 \cos^2 60^\circ} = 8,86 .$$

**Ответ:**  $\frac{I_0}{I_1} = 2,11$ ,  $\frac{I_0}{I_2} = 8,86$ .

**Пример 36.** Пластинка кварца толщиной 1,0 мм, вырезанная перпендикулярно оптической оси и помещенная между двумя параллельными николями, поворачивает плоскость поляризации на угол  $20^\circ$  (рис. 2.66). При какой толщине кварцевой пластинки свет этой же длины волны не будет выходить из второго николя?

**Дано:**

$$d' = 1,0 \text{ мм} = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ м},$$

$$\alpha' = 20^\circ .$$

**Найти:**  $d$ .

**Решение.** В соответствии с законом Малюса [22.14] интенсивность света, прошедшего через анализатор  $A$ , равна

$$I = I_0 \cos^2 \alpha , \quad (1)$$

где  $\alpha$  – угол, который составляет плоскость поляризации падающего света, с плоскостью поляризации анализатора.

Если поляризатор  $P$  и анализатор  $A$  расположены параллельно, то при отсутствии пластинки  $K$  свет будет проходить без ослабления ( $I = I_0$ ), поскольку  $\alpha = 0$ .

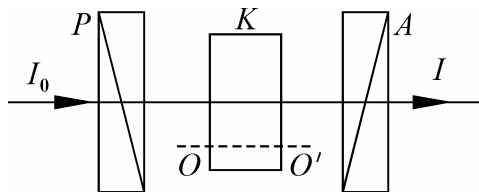


Рис. 2.66

Поскольку пластинка кварца вырезана перпендикулярно оптической оси, то в схеме, используемой в данной задаче, свет будет распространяться вдоль оптической оси. В таком случае двулучепреломления, характерного для кристаллического кварца, наблюдаться не будет. Однако кристаллический кварц обладает также оптической активностью, вследствие которой плоскость поляризации линейно поляризованного света, прошедшего через поляризатор  $P$ , будет поворачиваться на некоторый угол. Угол поворота плоскости поляризации определяется законом Био [22.22]:

$$\alpha = \alpha_0 d, \quad (2)$$

где  $\alpha_0$  – постоянная вращения кварца,  $d$  – толщина пластинки.

Для того чтобы свет не проходил через анализатор, необходимо, чтобы при прохождении через кварцевую пластинку плоскость поляризации света повернулась на  $90^\circ$ . Это позволяет принять угол  $\alpha$  в выражении (2) равным  $90^\circ$  ( $\alpha = 90^\circ$ ).

Постоянную вращения кварца  $\alpha_0$  найдем из условия задачи:

$$\alpha_0 = \frac{\alpha'}{d'}. \quad (3)$$

Подставляя  $\alpha_0$  в равенство (2), получим:

$$\alpha = \frac{\alpha'}{d'} d, \text{ откуда } d = \frac{d'}{\alpha'} \alpha. \quad (4)$$

Выполнив вычисления, получим:

$$d = \frac{1,0 \cdot 10^{-3}}{20^\circ} 90^\circ = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

**Ответ:**  $d = 4,5$  мм.

**Пример 37.** В земных условиях длина волны испускаемой атомарным водородом спектральной линии  $H_\alpha$  равна 656 нм. При измерении длины волны этой линии в излучении, приходящем от диаметрально противоположных краев солнечного диска, было обнаружено различие, составляющее 0,0041 нм. Воспользовавшись этими данными, найти период обращения Солнца вокруг его оси. Средний радиус Солнца равен  $6,95 \cdot 10^8$  м.

**Дано:**

$$\lambda = 656 \text{ нм} = 6,56 \cdot 10^{-7} \text{ м},$$

$$\Delta\lambda = 0,0041 \text{ нм} = 4,1 \cdot 10^{-12} \text{ м},$$

$$R_C = 6,95 \cdot 10^8 \text{ м}.$$

**Найти:**  $T$ .

**Решение.** При вращении Солнца вокруг своей оси вследствие эффекта Доплера происходит уширение спектральных линий излучения атомов атмосферы. Наиболее существенное уширение происходит из-за продольного эффекта. Поперечный эффект Доплера является незначительным, и его влияние учитывать не будем\*. Вследствие продольного эффекта в нерелятивистском приближении частота излучения атомов (точка  $A$  на рис. 2.67), движущихся навстречу источнику, будет равна [22.27], [14.3]:

$$\omega_A = \omega_0 \left( 1 + \frac{v}{c} \right), \quad (1)$$

где  $\omega_0$  – частота излучения покоящихся атомов,  $v$  – скорость движения атомов солнечной атмосферы относительно Земли вследствие вращения Солнца,  $c$  – скорость света в вакууме.

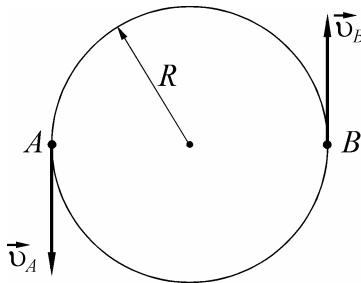


Рис. 2.67

Для атомов, расположенных в точке  $B$  (рис. 2.67) солнечного диска, соответствующая частота будет равна:

---

\* Кроме того, мы не будем учитывать орбитальное движение Земли вокруг Солнца, поскольку это не будет приводить к изменению длины волны излучения атомов, в точках  $A$  и  $B$ .

$$\omega_B = \omega_0 \left( 1 - \frac{v}{c} \right). \quad (2)$$

Из соотношений (1) и (2) получим разность частот излучений:

$$\Delta\omega = \omega_A - \omega_B = 2\omega_0 \frac{v}{c}, \text{ откуда } \frac{\Delta\omega}{\omega_0} = 2 \frac{v}{c}.$$

Переходя от частот к длинам волн  $\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$  (можно получить, пользуясь выражениями взаимосвязи между величинами), линейная скорость движения атомов, находящихся на краю солнечной атмосферы, будет равна:

$$v = c \frac{\Delta\lambda}{2\lambda_0}. \quad (3)$$

Выразим линейную скорость вращательного движения внешних слоев атмосферы Солнца через период его вращения:

$$v = \frac{2\pi R_C}{T}, \quad (4)$$

где  $R_C$  – радиус Солнца.

Из соотношений (3) и (4) имеем:

$$T = \frac{2\pi R_C \lambda}{c \Delta\lambda}. \quad (5)$$

Подставляя числовые значения величин в выражение (5), получим:

$$T = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 6,95 \cdot 10^8 \cdot 6,56 \cdot 10^{-7}}{3,0 \cdot 10^8 \cdot 4,1 \cdot 10^{-12}} = 2,33 \cdot 10^6 \text{ с} \approx 27 \text{ сут.}$$

**Ответ:**  $T \approx 27$  сут.

## ЗАДАЧИ ДЛЯ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

### 14. ВОЛНЫ

- 14.1. Плоская волна  $s = s_0 \cos(\omega t - kx)$  распространяется в упругой среде, причем ее источник находится в плоскости  $x = 0$ . Найти смещение и скорость: а) источника в начальный момент времени; б) точек среды, отстоящих от источника на расстояние  $\lambda/6$ , по истечении времени  $T/4$  после начала колебаний источника, где  $\lambda$  – длина волны,  $T$  – период колебаний.
- 14.2. Две точки находятся на прямой, вдоль которой распространяется волна со скоростью 45 м/с. Период колебаний равен 0,15 с, расстояние между точками составляет 50 см. Найти разность фаз колебаний в этих точках.
- 14.3. Определить максимальную и минимальную частоты звуковых волн, воспринимаемых человеческим ухом, если граничные значения длин волн равны соответственно 0,17 и 20 м. Скорость звука принять равной 340 м/с.
- 14.4. Волны распространяются в упругой среде со скоростью 350 м/с. Наименьшее расстояние между точками среды, фазы колебаний которых отличаются на  $0,20\pi$ , равно 5,0 см. Определить частоту колебаний.
- 14.5. Найти расстояние между точками, расположенными в направлении распространения звуковой волны, для которых разность фаз колебаний составляет  $\pi/3$ . Частота звуковой волны 700 Гц, скорость ее распространения равна 340 м/с.
- 14.6. Из пункта  $A$  в пункт  $B$  послан звуковой сигнал, имеющий частоту 60 Гц. При этом на расстоянии  $AB$  укладывается целое число волн. После того, как температура воздуха повысилась на 200 К, опыт повторили снова. Оказалось, что число волн, укладываемых на рассматриваемом расстоянии, уменьшилось на две. Найти расстояние  $AB$ , если известно, что при повышении температуры на 1,0 К скорость звука увеличивается на 0,50 м/с. Скорость звука при начальной температуре принять равной 350 м/с.



- 14.7. Звук выстрела и пуля одновременно достигают высоты 650 м. Какова начальная скорость пули, если выстрел произведен вертикально вверх? Скорость звука в воздухе 340 м/с. Сопротивлением воздуха пренебречь.
- 14.8. От источника колебаний распространяются плоские поперечные волны вдоль прямой линии. Амплитуда колебаний равна 10 см. Чему равно смещение точки, удаленной от источника на  $0,30$  длины волны, в момент, когда от начала колебаний источника прошло время, равное половине периода колебаний?
- 14.9. Волны с периодом  $0,12$  с и амплитудой колебаний  $0,22$  см распространяются со скоростью  $15$  м/с. Чему равно смещение точки, находящейся на расстоянии  $15$  м от источника волн в тот момент, когда от начала колебаний источника прошло время  $2,5$  с? Волны считать плоскими и поперечными.
- 14.10. Упругая волна распространяется вдоль пружины, длина которой  $l$ , масса  $m$  и коэффициент жесткости  $k$ . Записать волновое уравнение для такой волны.
- 14.11. В среде с плотностью  $\rho$  распространяется плоская волна, задаваемая уравнением  $s = s_0 \cos(\omega t - kx)$ . Для начального момента времени ( $t = 0$ ) построить графики распределения вдоль оси  $Ox$  объемной плотности энергии  $w(x, 0)$ : кинетической; потенциальной; полной.
- 14.12. Широкая трубка, закрытая снизу и расположенная вертикально, наполнена до краев жидкостью. Над верхним отверстием трубки помещен звучащий камертон, частота колебаний которого  $340$  Гц. Через кран, находящийся внизу, воду медленно выпускают. Когда уровень воды в трубке понижается на  $17$  см, звук камертона усиливается. Определить скорость звука в условиях опыта.
- 14.13. Узлы стоячей волны, создаваемой камертоном в воздухе, отстоят на расстояние  $45$  см друг от друга. Найти частоту колебаний камертона, если скорость звука в воздухе  $340$  м/с.

- 14.14.** К верхнему концу цилиндрического сосуда, в который постепенно доливают воду, поднесен звучащий камертон. Замечено, что звук значительно усиливается, когда расстояние от верхнего конца сосуда до поверхности жидкости имеет значения 30 и 60 см. Определить частоту колебаний камертона. Скорость звука в воздухе принять равной 340 м/с.
- 14.15.** В упругой среде (железо) распространяются продольные волны с частотой колебаний 5,0 кГц. Определить разность фаз для точек, находящихся на расстоянии 12 см друг от друга на прямой, вдоль которой распространяются волны.
- 14.16.** Скорость звука в медном стержне составляет 4700 м/с. Определить модуль Юнга для меди.
- 14.17.** Скорость продольных волн в стальном стержне равна 5100 м/с. Определить модуль Юнга для стали.
- 14.18.** Определить скорость продольных волн в ртути.
- 14.19.** Скорость продольных волн в кислороде при нормальных условиях равна  $3,17 \cdot 10^4$  см/с. Определить по этим данным отношение теплоемкостей  $C_p/C_V$  для кислорода.
- 14.20.** Определить скорость распространения звука в воздухе и в кислороде при температуре 27 °С.
- 14.21.** Наблюдатель, находящийся на расстоянии 1000 м от источника звука, слышит звук, пришедший по воздуху на 2,15 с позднее, чем звук, пришедший по воде. Найти скорость звука в воде, если температура воздуха и воды 17 °С.
- 14.22.** Скорость звука в некотором газе при 0 °С составляет 334 м/с. Плотность газа 1,25 кг/м<sup>3</sup>. Определить отношение теплоемкостей  $C_p/C_V$  для данного газа.
- 14.23.** Найти отношение скорости распространения звука в азоте к средней квадратичной скорости молекул этого газа.
- 14.24.** Температура воздуха у поверхности Земли равна 27 °С. При увеличении высоты она понижается на 0,0070 °С на каждый метр высоты. За какое время звук, распространяясь, достигнет высоты 3500 м?
- 14.25.** Определить частоту колебаний столба воздуха в трубе длиной 1,12 м при температуре воздуха 27 °С. Рассмотреть два случая: труба открыта, труба закрыта с обеих сторон.

- 14.26.** Нота «ля» первой октавы рояля имеет частоту основного тона 440 Гц. Найти: а) скорость волн, распространяющихся вдоль струны, приняв ее длину равной 1,00 м; б) силу натяжения струны, полагая, что струна изготовлена из стали и имеет диаметр 1,20 мм.
- 14.27.** Как изменится скорость звука в воздухе при увеличении его температуры от 100 до 400 К?
- 14.28.** На расстоянии  $r$  от точечного изотропного источника звука мощностью  $P$  расположена небольшая площадка радиуса  $R$ , ориентированная перпендикулярно радиальному направлению. Пренебрегая поглощением звука в воздухе, найти средний поток энергии через площадку.
- 14.29.** Сравнить скорость звука в воздухе со средней арифметической скоростью молекул (при комнатной температуре) в звуковой волне.
- 14.30.** Определить частоту колебаний в трубе длиной 80 см при температуре воздуха 16 °С. Рассмотреть случаи: а) оба конца трубы открыты; б) один конец трубы открыт; а второй – закрыт.
- 14.31.** На упругой нити образовались стоячие волны, причем расстояния между точками, в которых колебания происходят с амплитудой 2,5 мм, равны 4,0 и 6,0 см. Определить длину волны и амплитуду колебаний в середине пучности.
- 14.32.** Определить три наименьшие частоты, при которых в стальном стержне длиной 120 см, закрепленном посередине, получатся стоячие продольные волны.
- 14.33.** Определить полную мощность источника продольных сферических волн в воздухе, если в любом направлении на расстоянии 100 м от него амплитуда давления равна 0,60 Па. Давление воздуха нормальное, температура 20 °С, затуханием волн пренебречь.

## 15. ЗВУКОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ

- 15.1.** Интенсивность звука равна 2,5 Вт/м<sup>2</sup>. Определить среднюю объемную плотность энергии звуковой волны, если звук распространяется в сухом воздухе при температуре 0 °С.

- 15.2. Мощность точечного изотропного источника звуковых волн 15 Вт. Определить объемную плотность энергии на расстоянии 15 м от источника волн. Температура воздуха 27 °С. Энергия, излучаемая источником, распространяется во все стороны равномерно.
- 15.3. Определить максимальную скорость колебательного движения частиц воздуха при прохождении через него звуковых волн, имеющих амплитуду звукового давления 0,20 Па. Длина звуковых волн 33 см, температура воздуха 27 °С, давление  $1,05 \cdot 10^5$  Па.
- 15.4. Звук частотой 400 Гц распространяется в воздухе при температуре 23 °С и давлении  $1,05 \cdot 10^5$  Па. Амплитуда звукового давления 0,50 Па. Определить амплитуду колебаний частиц воздуха.
- 15.5. Звук распространяется при нормальных условиях. Определить амплитуду звукового давления, если амплитуда колебания частиц воздуха 1,2 мкм. Частота звука 1600 Гц.
- 15.6. Найти амплитуду звукового давления на расстоянии 100 м от источника звука мощностью 10,2 Вт. Считать линейные размеры источника небольшими. Звук распространяется при нормальных условиях. Затуханием звука пренебречь.
- 15.7. Определить уровень громкости звука, если его интенсивность равна: а)  $1,0 \cdot 10^{-10}$  Вт/м<sup>2</sup>, б)  $2,0 \cdot 10^4$  мкВт/м<sup>2</sup>.
- 15.8. На расстоянии 24 м от источника звука малых линейных размеров уровень громкости звука составляет 32 дБ. Найти уровень громкости звука, создаваемого этим источником на расстоянии 16 м от него.
- 15.9. Звуковая волна прошла через перегородку, вследствие чего уровень громкости звука уменьшился на 25 дБ. Во сколько раз уменьшилась интенсивность звука?
- 15.10. Уровень громкости шума мотора равен 60 дБ. Какой будет интенсивность шума, если одновременно будут работать два таких мотора;  $N$  таких моторов?
- 15.11. Интенсивность волн на расстоянии 20 м от источника равна  $0,030$  Вт/м<sup>2</sup>. Какова интенсивность волн на расстоянии 100 м

от источника, если коэффициент затухания волны равен  $5,0 \cdot 10^{-5} \text{ см}^{-1}$ ?

- 15.12.** Какую долю от средней скорости молекул воздуха составляет их максимальная акустическая скорость в случае плоских волн, если: а) амплитуда давления 900 Па (сильный звук, вызывающий боль в ушах); б)  $9,0 \cdot 10^{-4}$  Па (едва слышный звук)? Давление воздуха нормальное.
- 15.13.** Какова амплитуда колебаний в звуковой волне в воздухе при речи средней громкости (максимальное давление около 9,0 Па при частоте 400 Гц)? Давление нормальное, температура воздуха 20 °С.
- 15.14.** В воздухе при температуре 27 °С и при нормальном давлении распространяется звуковая волна, максимальное давление которой 900 Па (сильный звук, вызывающий боль в ушах). Определить температуру в месте максимального давления.
- 15.15.** При амплитуде давления 1,0 Па уровень ощущения звука равен 60 дБ. Какова амплитуда давления для звука той же частоты при пороге слышимости?
- 15.16.** Для нижней границы слухового ощущения амплитуда звукового давления  $7,0 \cdot 10^{-4}$  Па при частоте 256 Гц и  $4,0 \cdot 10^{-5}$  Па при частоте 2050 Гц. Найти соответствующие интенсивности звука, считая, что он распространяется при нормальных условиях.
- 15.17.** Определить отношение уровней громкости двух звуковых волн, соответствующие интенсивности которых равны  $2,0 \cdot 10^{-10} \text{ Вт/м}^2$  и  $1,2 \cdot 10^{-2} \text{ Вт/м}^2$ .
- 15.18.** Звук распространяется по трубе длиной 50 м. Средний коэффициент поглощения можно принять равным  $1,0 \cdot 10^{-4} \text{ см}^{-1}$ . Каков уровень ощущения звука у конца трубы, если у начала он равен 60 дБ?
- 15.19.** На расстоянии 10 м от источника звука, размеры которого малы, уровень ощущения звука равен 20 дБ. Пренебрегая затуханием, вычислить: а) уровень ощущения на расстоянии 5,0 м; б) на каком расстоянии звук не слышен.

- 15.20.** Частота основного тона гудка тепловоза 660 Гц. Какова кажущаяся частота гудка для наблюдателя, к которому тепловоз приближается со скоростью 54 км/ч? Температура воздуха 16 °С.
- 15.21.** Наблюдателю, слушающему гудок автомобиля, кажется, что при приближении автомобиля частота основного тона гудка на секунду в  $7/6$  раза выше, чем при удалении. Определить скорость автомобиля, приняв скорость звука в воздухе равной 340 м/с. Считать воздух неподвижным.
- 15.22.** Тепловоз, движущийся со скоростью 72 км/ч, дает свисток в течение 3,0 с. Какова продолжительность звука, воспринятого неподвижным наблюдателем: а) если тепловоз приближается к нему; б) если тепловоз удаляется от него? Температура воздуха равна 27 °С.
- 15.23.** Поезд проходит мимо станции со скоростью 40 м/с. Частота тона гудка электровоза 600 Гц. Какова кажущаяся частота тона для человека, стоящего на платформе, когда поезд приближается; удаляется? Скорость звука принять равной 340 м/с.
- 15.24.** Мимо железнодорожной платформы проходит электропоезд. Наблюдатель, стоящий на платформе, слышит звук его гудка. Когда поезд приближается, кажущаяся частота звука 1150 Гц; когда удаляется, кажущаяся частота 900 Гц. Найти скорость электропоезда и частоту издаваемого сиреной звука.

## 16. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

- 16.1.** Излучение антенны полевой радиостанции имеет мощность 50 Вт. Какова средняя напряженность электрического поля при приеме на наземную антенну на расстоянии 80 км? Считать антенну изотропным источником.
- 16.2.** Предположим, что две цепочки электронов движутся параллельно друг другу в пустоте со скоростью в  $\eta$  раз меньшей скорости света. Что больше: сила, с которой цепочки электронов отталкиваются вследствие электростатического

взаимодействия, или сила, с которой они притягиваются вследствие магнитного взаимодействия?

- 16.3.** Сфокусированный импульс, излучаемый рубиновым лазером, имеет следующие параметры: энергия 1,0 Дж, длительность 10 мкс, диаметр пучка 0,25 мм. Найти напряженности электрического и магнитного полей и интенсивность излучения.
- 16.4.** Определить среднее значение амплитуды напряженности электрического и индукции магнитного полей излучения Солнца вблизи поверхности Земли, принимая для солнечной постоянной значение  $1,4 \cdot 10^3$  Вт/м<sup>2</sup>. Расстояние от Земли до Солнца принять равным  $1,5 \cdot 10^{11}$  м. (Солнечная постоянная – мощность солнечного излучения, падающего на единичную площадку, ориентированную перпендикулярно солнечным лучам и расположенную на расстоянии от Солнца, равном среднему радиусу земной орбиты).
- 16.5.** Суммарная энергия световой волны, измеренная фотоприемником за время 1,5 минуты, равна 0,10 Дж. Зная, что площадь светочувствительной поверхности фотоприемника 1,0 см<sup>2</sup>, определить интенсивность падающего излучения, считая его монохроматическим. Определить также среднюю напряженность электрического поля, создаваемого волной.
- 16.6.** Излучение гелий-неонового лазера имеет длину волны 632,8 нм (красный цвет). Чему равны длина волны и частота излучения при распространении этого луча в воде и стекле? Изменится ли при этом цвет луча лазера?
- 16.7.** Гелий-неоновый лазер имеет длину волны излучения 632,8 нм. Мощность излучения равна 3,5 мВт. Определить интенсивность и частоту излучения, если диаметр пучка равен 2,0 мм. Чему будут равны максимальная напряженность электрического и индукция магнитного полей в таком пучке?
- 16.8.** Сухой воздух начинает ионизироваться при напряженности электрического поля около 30 кВ/см. При какой интенсивности плоских электромагнитных волн небольшой частоты в воздухе наступит ионизация?
- 16.9.** Определить, какой максимальный диаметр должен иметь сфокусированный пучок электромагнитного излучения

мощностью 1000 Вт, чтобы наступила ионизация воздуха. Известно, что сухой воздух начинает ионизироваться при напряженности электрического поля около 30 кВ/см.

- 16.10.** Для определения скорости света используется схема, показанная на рис. 2.68. Сфокусированный пучок от источника света  $S$  направляется на зеркальную восьмигранную призму  $M_1$  и далее, на зеркало  $M_2$ . После отражения от зеркала свет снова попадает на призму и затем наблюдается в телескопический объектив  $T$ . При увеличении скорости вращения призмы замечено, что максимальная яркость пучка света, наблюдаемая в объектив, имеет место при скорости вращения призмы 525 об/с. Определить скорость света по данным этого опыта.

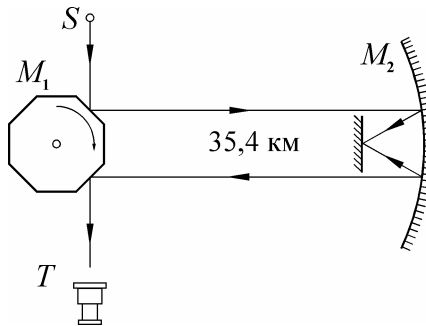


Рис. 2.68

- 16.11.** Излучаемый рубиновым лазером импульс имеет длительность 0,10 мкс и энергию 0,25 Дж. Определить амплитуду напряженности электрического поля и интенсивность излучения, если диаметр пучка равен 1,0 мм.
- 16.12.** Определить, какая энергия передается полностью поглощающей площадке площадью 3,5 мм<sup>2</sup> за время 10 с, при нормальном падении на нее плоской монохроматической электромагнитной волны, имеющей амплитуду напряженности электрического поля волны равную 1000 В/см.
- 16.13.** Шар радиуса 15 см находится в диэлектрической среде (парафин). В среде распространяется плоская электромагнитная



волна с амплитудой модуля вектора напряженности электрического поля  $150 \text{ В/см}$ . Определить количество энергии, падающей на шар за  $45 \text{ с}$ .

- 16.14.** Точечный источник монохроматических электромагнитных волн создает максимальную напряженность электрического поля  $0,36 \text{ В/м}$  на расстоянии  $1,0 \text{ км}$  от источника. Пренебрегая поглощением и рассеянием, определить среднюю мощность источника.
- 16.15.** Определить изменение длины плоской электромагнитной волны частотой  $3,6 \text{ ГГц}$  при ее переходе из вакуума в немагнитный диэлектрик (воск).
- 16.16.** Круговая частота плоской электромагнитной волны равна  $4,5 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$ , а среднее значение индукции магнитного поля  $1,8 \cdot 10^{-5} \text{ Тл}$ . Найти длину волны и максимальную напряженность ее электрической составляющей, а также интенсивность волны.
- 16.17.** Найти амплитуды напряженности электрического и магнитного полей электромагнитной волны в воздухе, плотность потока энергии которой в воде равна  $18 \text{ Вт/м}^2$ .
- 16.18.** В воздухе ( $\mu = 1,0$ ) распространяется плоская электромагнитная волна, амплитуда вектора напряженности электрического поля которой равна  $300 \text{ В/см}$ . На пути волны расположен диск радиусом  $1,5 \text{ м}$ . Определить энергию, поглощенную диском за  $10$  минут. Диск считать полностью поглощающим.
- 16.19.** Частота электромагнитной волны  $100 \text{ МГц}$ , а ее длина в бензоле составляет  $2,0 \text{ м}$ . Чему равна диэлектрическая проницаемость диэлектрика? Магнитную проницаемость бензола считать равной единице.
- 16.20.** Электромагнитная волна с частотой  $100 \text{ МГц}$  переходит из вакуума в немагнитную диэлектрическую среду. При этом происходит уменьшение длины волны на  $1,8 \text{ м}$ . Определить показатель преломления среды. Какое это вещество (используйте приложение 13)?

## 17. ФОТОМЕТРИЯ

- 17.1. Определить отношение мощностей излучения, соответствующих световому потоку в 10 лм, если длина волны света лежит в узком спектральном интервале в окрестности длин волн 500 нм, 550 нм, 600 нм. (Зависимость относительной спектральной световой эффективности от длины волны  $K_\lambda(\lambda)$  приведена в приложении 14).
- 17.2. Механический эквивалент света для монохроматического излучения, соответствующего максимуму чувствительности глаза (555 нм), равен  $1,6 \cdot 10^{-3}$  Вт/лм. Оцените мощность излучения, соответствующую световому потоку в 1,0 лм, для монохроматического излучения, имеющего длину волны 500 нм и 600 нм.
- 17.3. Интенсивность (средняя плотность светового потока) монохроматической световой волны равна  $100$  лм/м<sup>2</sup>. Частота волны  $5,80 \cdot 10^{14}$  с<sup>-1</sup>. Показатель преломления среды, в которой распространяется волна, равен 1,5. Найти значения амплитуд напряженностей электрического и магнитного полей этой волны.
- 17.4. Точечный источник имеет силу света 10 кд. Какой полный световой поток создает этот источник? Чему равна напряженность магнитного поля, создаваемого излучением источника на расстоянии 10 м, если источник монохроматический с длиной волны излучения, равной 500 нм?
- 17.5. На высоте 3,0 м над полом висит точечный осесимметричный источник, сила света которого описывается функцией  $I(\varphi) = I_0(1 + \cos \varphi)$  в пределах от 0 до  $\pi/2$ , где  $I_0$  – константа,  $\varphi$  – угол, образуемый световым лучом с вертикалью. Освещенность пола под источником составляет 100 лк. Определить световой поток, излучаемый источником.
- 17.6. На высоте 3,0 м над полом висит точечный осесимметричный источник, сила света которого описывается функцией  $I(\varphi) = I_0 \cos \varphi$  в пределах от 0 до  $\pi/2$ , где  $I_0$  – константа,  $\varphi$  – угол, образуемый световым лучом с вертикалью. Осве-

ценность пола под источником 120 лк. Определить полный световой поток, излучаемый источником.

- 17.7.** Определите, может ли наблюдатель заметить темной ночью свет зажженной спички, находящейся на расстоянии 2,5 км от него, если минимальный световой поток, воспринимаемый глазом человека с нормальным зрением, составляет около  $1,0 \cdot 10^{-13}$  лм. Площадь поверхности зрачка глаза в темноте равна  $0,30 \text{ см}^2$ . Силу света горящей спички принять равной 0,80 кд, поглощением света в атмосфере пренебречь.
- 17.8.** В полдень во время весеннего и осеннего равноденствия Солнце стоит на экваторе в зените. Во сколько раз в это время освещенность поверхности Земли на экваторе больше освещенности на широте г. Гродно ( $\varphi = 60^\circ$ )?
- 17.9.** Минимальный световой поток, воспринимаемый глазом человека с нормальным зрением, составляет около  $1,0 \cdot 10^{-13}$  лм. Оцените амплитудные значения напряженности электрического и индукции магнитного полей световой волны при таком световом потоке, если площадь поверхности зрачка глаза в темноте  $0,30 \text{ см}^2$ , и считая излучение монохроматическим с длиной волны 550 нм.
- 17.10.** Луна в полнолуние создает освещенность площадки земной поверхности при нормальном падении света, равную 0,25 лк. На каком расстоянии электрическая лампа, имеющая силу света в данном направлении 40 кд, создает такую же освещенность?
- 17.11.** Точечный изотропный источник света помещается над центром круглого стола. Сила света источника составляет 50 кд, радиус стола равен 0,50 м, высота источника над столом равна 1,0 м. Определить значение освещенности: а) в центре; б) на краю стола.
- 17.12.** Точечный изотропный источник света помещается над центром круглого стола. Сила света источника равна 50 кд, радиус стола 0,50 м, высота источника над столом 1,0 м. Определить поток света, падающий на стол. Какая доля  $\eta$  полного потока, испускаемого источником, падает на стол?
- 17.13.** Электрическая лампа накаливания мощностью 60 Вт создает световой поток 500 лм. Оцените световую эффективность

лампы, то есть определите, какая доля мощности лампы приходится на излучение в видимой части спектра. Источник света в 1,0 кд в полосе частот видимого света создает поток излучения, равный 20,3 мВт.

- 17.14.** Точечный источник света находится над полусферой на высоте, равной ее диаметру (рис. 2.69). Определите освещенность в той точке поверхности полусферы, в которую лучи падают под углом  $30^\circ$ . Сила света источника 40 кд, радиус полусферы – 0,80 м.
- 17.15.** Точечный источник  $S$  (рис. 2.70), сила света которого  $I$ , находится над горизонтальной плоскостью на высоте  $SM = 1,0$  м. Сбоку от него расположено плоское зеркало  $Z$ , отражающее свет в точку  $M$ . Определите освещенность в точке  $M$ , если  $SZ = 0,80$  м, а коэффициент отражения зеркала равен 0,90. Какой будет освещенность в той же точке, если зеркало убрать?

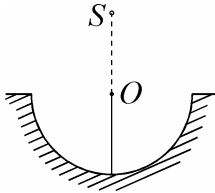


Рис. 2.69

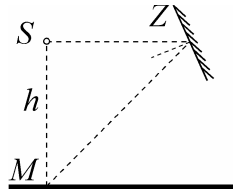


Рис. 2.70

- 17.16.** Над серединой круглого стола радиуса 1,4 м расположена лампа, являющаяся изотропным источником света. На какой высоте надо поместить лампу, чтобы освещенность на краю стола была наибольшей?
- 17.17.** Какой кривой светораспределения должна обладать лампа, чтобы создавать равномерную освещенность на плоском столе, над которым она подвешена? (Кривая светораспределения – это построенная в полярных координатах зависимость силы света источника от угла  $\varphi$ , образуемого направлением, соответствующим максимальной силе света  $I_0$  и данным направлением).
- 17.18.** Максимальная освещенность горизонтальной поверхности, создаваемая точечным источником света, находящимся на

высоте 2,0 м над ней, равна 50 лк. Между источником света и поверхностью помещают собирающую линзу с оптической силой 1,5 дптр так, чтобы источник света находился в ее фокусе. Какой будет средняя освещенность под линзой? Диаметр линзы считать много меньшим фокусного расстояния.

- 17.19.** Солнце создает на листе бумаги освещенность 50000 лк. Определить освещенность изображения Солнца на бумаге, полученное при помощи тонкой линзы с оптической силой 1,5 дптр и диаметром 5,0 см. Чему будет равна яркость листа бумаги, если известно, что она рассеивает 70 % падающего света?
- 17.20.** Для печатания фотоснимка при лампе с силой света 60 кд, находящейся на расстоянии 1,0 м, требуется время экспозиции 1,5 с. Какое время экспозиции необходимо при лампе с силой света 25 кд и расстоянии 1,0 м? Считать, что энергия, полученная фотоснимком в первом и втором случаях, должна быть одинаковой.
- 17.21.** При фотографировании объекта, освещенного 100-ваттной лампой на расстоянии 1,0 м, требуется экспозиция 8,0 с. Каким должно быть время экспозиции при освещении объекта двумя 75-ваттными лампами, находящимися на расстоянии 3,0 и 4,0 м, если энергия, попавшая на фотопленку, должна быть такой же, как в первом случае?
- 17.22.** Общий световой поток, излучаемый прямой накаленной нитью длиной 40 см, равен 132 лм. Определите наибольшую освещенность плоской поверхности, параллельной нити и находящейся на расстоянии 15 см от нее.
- 17.23.** Освещенность, необходимая при чтении, составляет 30 лк. Свет от электрической лампы без плафона, находящейся на расстоянии 0,80 м, падает на рабочее место под углом 45°. Какой минимальной мощности лампу следует взять для чтения, если ее световая отдача равна 10,5 лм/Вт?
- 17.24.** Яркость Солнца за пределами земной атмосферы  $1,5 \cdot 10^9$  Кд/м<sup>2</sup>, а средняя яркость полной Луны  $2,5 \cdot 10^3$  Кд/м<sup>2</sup>. Учитывая, что Луна светит отраженным светом, оцените, какая часть энергии солнечного излучения отражается лунной поверхностью в видимой области спектра. Солнце и Лу-

ну считать ламбертовыми источниками. Расстояние от Луны до Солнца принять равным  $1,5 \cdot 10^8$  км, диаметр Солнца  $1,3 \cdot 10^6$  км.

- 17.25.** Учитывая, что яркость Солнца за пределами земной атмосферы  $1,5 \cdot 10^9$  Кд/м<sup>2</sup>, а значение солнечной постоянной равно  $1,4 \cdot 10^3$  Вт/м<sup>2</sup>, определите световую эффективность Солнца (доля мощности излучения Солнца, которая приходится на излучение в видимой части спектра). Солнечная постоянная – мощность солнечного излучения, падающего на единичную площадку, ориентированную перпендикулярно солнечным лучам и расположенную на расстоянии от Солнца, равном среднему радиусу земной орбиты.
- 17.26.** Яркость Солнца за пределами земной атмосферы  $1,5 \cdot 10^9$  Кд/м<sup>2</sup>. Определите освещенность, создаваемую Солнцем при нормальном падении солнечных лучей на поверхность Земли, пренебрегая влиянием атмосферы. Найдите также освещенность поверхности Земли, создаваемую полной Луной при тех же условиях. Видимые с Земли угловые диаметры Солнца и Луны примерно одинаковы и равны  $30' \approx 0,010$  рад. Коэффициент отражения поверхности Луны принять равным 0,25.
- 17.27.** Какова светимость волоска электрической лампы, если излучаемый ею световой поток равен 400 лм? Длина волоска равна 60 см, а диаметр 0,040 мм.
- 17.28.** Полный световой поток, излучаемый прямой нитью накаливания длиной 0,50 м, равен 100 лм. Считая яркость нити всюду одинаковой, определите освещенность небольшой плоской поверхности, расположенной параллельно нити на расстоянии 15 см от ее середины.
- 17.29.** На киноэкран шириной 4,0 м и высотой 3,0 м, рассеивающий свет по закону Ламберта с коэффициентом отражения 0,80, падает световой поток 1800 лм. Каковы освещенность, светимость и яркость экрана?
- 17.30.** Для освещения комнаты используется светильник в виде диска площадью 300 см<sup>2</sup> и имеющий яркость  $3,0 \cdot 10^4$  кд/м<sup>2</sup>, прикрепленный к потолку. Какова освещен-

ность стены на высоте 2,5 м от пола? Стена находится от середины светильника на расстоянии 2,5 м, высота комнаты 3,5 м. Светильник считать ламбертовым источником.

- 17.31.** Над серединой круглого стола на высоте 3,0 м расположен светильник в виде небольшого диска. Определить отношение освещенностей в центре стола и на его краю. Радиус стола 1,0 м.
- 17.32.** Определить силу света лампы, которая находится в середине матового плафона, имеющего диаметр 18 см. Яркость такого светильника равна  $4000 \text{ кд/м}^2$ , коэффициент потерь 0,10.

## 18. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ

- 18.1.** Найти все длины волн видимого света (от 760 до 380 нм), которые будут: а) максимально усилены; б) максимально ослаблены при оптической разности хода интерферирующих волн равной 1,8 мкм.
- 18.2.** Пучок лазерного излучения с длиной волны 632,8 нм падает по нормали на непрозрачную преграду с двумя узкими щелями, расстояние между которыми 3,0 мм. На экране, установленном за преградой на расстоянии 5,0 м, наблюдают систему интерференционных полос. Определить расстояние между первыми максимумами, расположенными симметрично по обе стороны от центрального интерференционного максимума.
- 18.3.** В опыте Юнга в качестве источника света используется зеленая линия ртутной лампы, длина волны которой 546,1 нм. Расстояние между щелями составляет 0,50 мм, расстояние от щелей до экрана – 5,0 м. Найти ширину интерференционных полос и положение светлых полос нулевого, первого и второго порядков.
- 18.4.** Найти длину волны монохроматического излучения, если в опыте Юнга расстояние первого интерференционного максимума от центральной полосы 1,5 мм, расстояние между отверстиями 2,0 мм, а экран расположен на расстоянии 5,0 м от отверстий.

- 18.5.** На сколько и в какую сторону сместится центральный максимум в интерференционной картине от двух щелей, если одну из них закрыть тонкой плоскопараллельной пластинкой толщиной 10 мкм с показателем преломления 1,51? Расстояние от щелей до экрана равно 2,4 м, расстояние между щелями 1,2 мм.
- 18.6.** На пути одного из лучей в опыте Юнга поставлена трубка с плоскопараллельными стеклянными основаниями длиной 20,0 см. При заполнении трубки некоторым газом вся интерференционная картина на экране смещается на 20 полос. Вычислить показатель преломления газа, считая, что показатель преломления воздуха равен 1,000276, длина волны света, излучаемого источником, равна 535 нм.
- 18.7.** В опыте Юнга одна из щелей закрывается тонкой стеклянной пластинкой, в результате чего интерференционная картина смещается на пять полос. Какова толщина пластинки, если длина волны излучения 600 нм? Показатель преломления стекла равен 1,5. В какую сторону наблюдается смещение интерференционных полос?
- 18.8.** В опыте Юнга используется источник белого света со светофильтром, пропускающим интервал длин волн 550 – 600 нм. Одна из парных щелей закрывается стеклянной пластинкой. При какой максимальной толщине пластинки еще сохраняется интерференционная картина? Показатель преломления стекла принять равным 1,5.
- 18.9.** Лучи от источника света проходят сквозь собирающую линзу, разрезанную на две половины, раздвинутые на расстояние 0,80 мм. При этом на экране получают интерференционные полосы. Определить расстояние между темными полосами интерференции, если известно, что источник находится на расстоянии 20 см от разрезанной линзы. Фокусное расстояние линзы 10 см. Экран находится на расстоянии 420 см от линзы. Длина волны используемого света 546 нм. Объясните происхождение интерференционных полос в данном опыте.
- 18.10.** Из тонкой линзы с оптической силой 4,0 дптр была вырезана по диаметру полоска ширины 1,0 мм. Затем образовавшиеся



части линзы были составлены вместе. На расстоянии 50 см от образовавшейся билинзы параллельно разрезу поместили источник света в виде светящейся щели, испускающей монохроматический свет с длиной волны 589 нм. За билинзой на расстоянии 1,0 м от нее расположен экран. Определить ширину интерференционных полос.

- 18.11.** Двоюковыпуклая тонкая линза с оптической силой 6,0 дптр разрезана пополам и половинки линзы раздвинуты на расстояние 0,80 мм. Источник монохроматического света с длиной волны 546 нм расположен на расстоянии 40 см от линзы. Определить ширину интерференционных полос на экране, отстоящем от линзы на расстоянии 540 см.
- 18.12.** Из тонкой линзы с оптической силой 1,5 дптр была вырезана по диаметру полоска шириной 1,0 мм. Затем образовавшиеся части линзы были составлены вместе. В фокальной плоскости образовавшейся билинзы параллельно разрезу поместили источник света в виде светящейся щели, испускающей монохроматический свет с длиной волны 546,1 нм. За билинзой перпендикулярно ее оси поместили экран. Определить ширину интерференционных полос.
- 18.13.** Из линзы с фокусным расстоянием 12 см параллельно диаметру вырезана симметрично относительно диаметра полоска толщиной 1,2 мм, после чего оставшиеся части линзы плотно придвинуты друг к другу. Определить длину волны точечного источника света, расположенного на расстоянии 8,0 см от линзы, если на экране, находящемся на расстоянии 100 см от линзы, наблюдается интерференционная картина, в которой расстояние между соседними максимумами равно 0,25 мм.
- 18.14.** Из собирающей линзы с оптической силой 4,0 дптр вырезали по диаметру пластинку некоторой толщины. Образовавшиеся половины линзы сдвинули до соприкосновения. Линзу поместили между источником света (освещенная щель) и экраном. При этом на экране наблюдаются интерференционные полосы шириной 0,10 мм. Расстояние от источника света до линзы 0,45 м, от линзы до экрана 0,30 м, длина волны излучения 550 нм. Определите толщину вырезанной части линзы.

- 18.15.** В интерференционной схеме с бипризмой Френеля расстояние от монохроматического источника ( $\lambda = 500$  нм) до бипризмы составляет 40 см, а расстояние от бипризмы до экрана – 1,7 м. Показатель преломления материала бипризмы 1,5. Определить величину преломляющего угла призмы, если ширина интерференционных полос, наблюдаемых на экране, будет равна 0,80 мм. Какое максимальное число интерференционных полос будет наблюдаться в этом опыте?
- 18.16.** Преломляющий угол бипризмы равен  $2'36''$ . Между точечным источником света с длиной волны 633 нм и бипризмой помещена линза таким образом, что источник оказался в ее фокусе. Найти расстояние между соседними темными полосами, если показатель преломления стекла бипризмы равен 1,46.
- 18.17.** В схеме опыта с бипризмой Френеля при расстоянии 50 см от щели до бипризмы и при расстоянии 480 см от бипризмы до экрана интерференционные полосы, создаваемые излучением паров натрия (длина волны 589 нм) отстоят друг от друга на расстояние 1,0 мм. Каков тупой угол бипризмы, если коэффициент преломления данного сорта стекла 1,55.
- 18.18.** В опыте Ллойда (рис. 2.71) световая волна, исходящая непосредственно из источника, интерферирует с волной, отраженной от стекла. В результате на экране образуется система интерференционных полос. Расстояние от источника до экрана 1,1 м. При длине волны излучения 656 нм ширина интерференционных полос на экране составляет 0,16 мм. На каком расстоянии от плоскости зеркала находится источник?

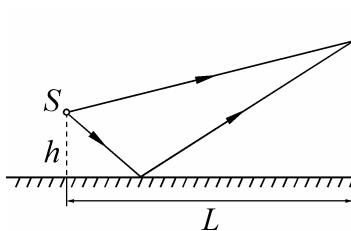


Рис. 2.71

- 18.19.** В изображенной на рис. 2.72 установке с бизеркалами Френеля источник света представляет собой перпендикулярную

к плоскости рисунка щель. Расстояние от линии пересечения зеркал до источника  $0,10$  м, а до экрана –  $1,5$  м. Определить: а) значение угла, при котором для длины волны излучения  $635$  нм ширина интерференционных полос на экране, установленном перпендикулярно биссектрисе угла бипризмы, будет равна  $2,0$  мм, б) максимальное число полос, которое можно наблюдать в этом случае.

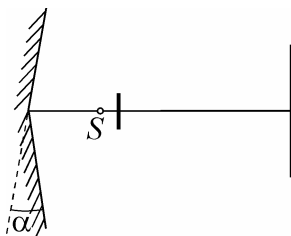


Рис. 2.72

- 18.20.** При освещении зеркал Френеля монохроматическим светом с длиной волны  $486$  нм на экране, отстоящем на расстоянии  $2,0$  м от линии пересечения зеркал, наблюдают интерференционные полосы, ширина которых  $1,12$  мм. Источник света находится на расстоянии  $10,2$  см от линии пересечения зеркал. Определить угол между зеркалами. Как изменится ширина интерференционных полос в этом опыте, если расстояние между источником и линией пересечения зеркал уменьшить в два раза.
- 18.21.** В опыте Юнга экран был расположен от отверстий на расстоянии  $5,0$  м. Расстояние между отверстиями  $0,50$  см, расстояние от третьего интерференционного максимума до центральной полосы  $0,16$  см. Определить: а) длину волны монохроматического света; б) расстояние между соседними светлыми интерференционными полосами; в) какова будет картина на экране, если его освещать белым светом.
- 18.22.** Расстояние между двумя мнимыми изображениями источника света в зеркалах Френеля равно  $0,70$  мм, расстояние от изображений до экрана  $2,26$  м, ширина полос интерференции  $1,9$  мм, расстояние от источника до линии пересечения зеркал  $10$  мм. Определить: а) длину волны монохроматического света, падающего на зеркала, б) острый угол между

ними и число наблюдаемых на экране интерференционных полос.

- 18.23.** Тупой угол стеклянной бипризмы Френеля (показатель преломления материала 1,5) равен  $179^\circ$ , длина волны источника света 0,632 мкм, расстояние от источника света до бипризмы 7,0 см, а до экрана – 5,0 м. Определить расстояние между соседними интерференционными полосами и число полос интерференции.
- 18.24.** Точечный источник расположен на оси симметрии бипризмы, перпендикулярной наибольшей стороне, на расстоянии 12 см от бипризмы, а экран перпендикулярен этой оси и находится на расстоянии 2,9 м от бипризмы. Длина волны света равна 0,55 мкм. Сколько светлых и темных полос образуется на экране?
- 18.25.** Определите тупой угол бипризмы, если при расстоянии от источника до бипризмы 50 см и при расстоянии от бипризмы до экрана 150 см интерференционные полосы на экране имеют ширину 1,8 мм. В опыте используется излучение с длиной волны 500 нм. Показатель преломления данного сорта стекла для такого света равен 1,52.
- 18.26.** От двух когерентных источников света получена система интерференционных полос на экране, удаленном от источников на расстояние 2,0 м. Во сколько раз изменится ширина интерференционных полос, если между источниками и экраном поместить собирающую линзу с фокусным расстоянием 40 см так, чтобы оба источника оказались в фокальной плоскости линзы?
- 18.27.** В интерферометре Рэлея используются две стеклянные трубки длиной по 20 см, заполненные воздухом. Когда воздух в одной из трубок заменили аммиаком, интерференционная картина на экране сместилась на 34 полосы. Показатель преломления воздуха равен 1,000297. Вычислить показатель преломления аммиака, если известно, что для освещения используется монохроматическое излучение с длиной волны 546,1 нм.
- 18.28.** В схеме Юнга расстояние между щелями 1,5 мм, расстояние от щелей до экрана 2,25 м. Одну из щелей покрывают стек-

лянной пластинкой толщиной 0,010 мм, при этом интерференционные полосы смещаются на 8,0 мм. Найти показатель преломления стекла.

- 18.29.** Интерферометр Майкельсона используется для измерения показателя преломления газов. Для этого в одно из плеч помещают стеклянную трубку некоторой длины, которую заполняют сначала воздухом, затем исследуемым газом и измеряют наблюдаемое при этом смещение интерференционных полос. Определите показатель преломления аргона, если при заполнении им трубки длиной 20 см интерференционная картина смещается на 10 полос. Наблюдения проводятся с натриевой лампой ( $D$ -линия натрия с длиной волны 589,3 нм), показатель преломления воздуха 1,000297.
- 18.30.** В интерферометре Майкельсона используется излучение желтой  $D$ -линии натриевой лампы, которая представляет собой две близкие спектральные линии (дублет) с длинами волн 589,0 нм и 589,6 нм. Объяснить, почему с изменением порядка интерференции интерференционная картина будет периодически ухудшаться. При каком наименьшем порядке интерференции четкость интерференционной картины будет наилучшей?
- 18.31.** Интерферометр Майкельсона освещается светом  $D$ -линии натрия. При перемещении одного из зеркал интерференционная картина периодически исчезала. Определить, на сколько необходимо сместить подвижное зеркало, чтобы четкость интерференционной картины была наилучшей. ( $D$ -линии натрия представляют собой две близкие спектральные линии с длинами волн 589,0 нм и 589,6 нм).
- 18.32.** На поверхность тонкого стеклянного клина нормально падает параллельный пучок света с длиной волны 589 нм. В отраженном свете на поверхности клина наблюдают интерференционные полосы. Расстояние между соседними светлыми полосами составляет 0,18 мм. Найдите угол между гранями клина.
- 18.33.** Какова наименьшая толщина мыльной пленки, если при наблюдении ее в отраженном свете она представляется зеленой, когда угол между нормалью и лучом зрения равен  $30^\circ$  ?

Показатель преломления мыльной воды 1,33, длина волны используемого света равна 535 нм.

- 18.34.** Мыльная пленка, расположенная вертикально, вследствие стекания жидкости образует клин. Пленка освещается параллельным пучком монохроматического света с длиной волны 656 нм; угол падения равен  $30^\circ$ . Определите угол между гранями клина, если расстояние между соседними светлыми полосами на поверхности пленки равно 3,5 мм. Показатель преломления мыльной воды равен 1,33.
- 18.35.** Клиновидная пластинка шириной 100 мм имеет у одного края толщину 2,254 мм, а у другого 2,283 мм. Показатель преломления материала пластинки 1,5. Под углом  $30^\circ$  к нормали на пластинку падает пучок параллельных лучей. Длина волны падающего света равна 635 нм. Определить количество наблюдаемых на поверхности клина интерференционных полос.
- 18.36.** На пленку толщины 350 нм падает под некоторым углом параллельный пучок белого света. Показатель преломления пленки 1,4 (дисперсию света не учитывать). В какой цвет будет окрашен свет, отраженный пленкой, в случае, если угол падения равен: а)  $30^\circ$ ; б)  $60^\circ$ ?
- 18.37.** Клиновидная пластинка имеет у одного края толщину 1,254 мм, а у другого 1,283 мм. Показатель преломления пластинки 1,5. Под углом  $45^\circ$  к нормали на пластинку падает пучок параллельных лучей. Длина волны падающего света равна 546,1 нм. Определить ширину интерференционных полос, измеренную в плоскости пластинки.
- 18.38.** На мыльную пленку с показателем преломления 1,33 падает белый свет под углом  $45^\circ$ . При какой наименьшей толщине пленки отраженные лучи будут окрашены в желтый цвет (длина волны 589 нм)?
- 18.39.** Интерференция при отражении света наблюдается в тонком стеклянном клине. Расстояние между соседними темными полосами 4,5 мм, показатель преломления стекла 1,5, длина световой волны 546,1 нм. Определить угол между гранями клина.
- 18.40.** Две плоскопараллельные стеклянные пластинки приложены одна к другой так, что между ними образовался воздушный

клин с острым углом  $30^\circ$ . На одну из пластинок падает нормально монохроматический свет с длиной волны  $632\text{ нм}$ . На каком расстоянии от линии соприкосновения пластинок наблюдаются первая и вторая светлые полосы в отраженном свете? Как изменится это расстояние, если пространство между пластинками заполнить водой?

- 18.41.** На стеклянный клин падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны  $632,8\text{ нм}$ . Угол между гранями клина равен  $12^\circ$ . Определить число интерференционных полос, приходящихся на отрезок длиной  $1,0\text{ мм}$ , перпендикулярный ребру клина.
- 18.42.** Мыльная пленка, расположенная вертикально, освещается зеленым светом с длиной волны  $546\text{ нм}$ . При наблюдении в отраженном свете на поверхности пленки видны темные и светлые полосы, причем на протяжении  $2,0\text{ см}$  насчитывается пять темных полос. Считая, что свет падает на поверхность пленки нормально, определите угол между поверхностями пленки. Показатель преломления мыльной воды  $1,33$ .
- 18.43.** Какова толщина вертикально расположенной мыльной пленки в том месте, где в отраженном свете наблюдается пятая сверху темная интерференционная полоса? Показатель преломления мыльной воды равен  $1,33$ . Свет с длиной волны  $546\text{ нм}$  падает на пленку нормально.
- 18.44.** Тонкий стеклянный клин освещается желтым светом натриевой лампы с длиной волны  $589,3\text{ нм}$ . При наблюдении в отраженном свете на его поверхности видны интерференционные полосы, ширина которых  $1,6\text{ мм}$ . Считая, что свет падает на поверхность клина нормально, определите угол между его поверхностями. Показатель преломления материала клина  $1,50$ .
- 18.45.** На стеклянную пластинку положена выпуклой стороной плосковыпуклая линза. При нормальном падении на плоскую границу линзы красного света с длиной волны  $635\text{ нм}$  радиус 5-го светлого кольца Ньютона оказывается равным  $5,0\text{ мм}$ . Определить: а) радиус кривизны выпуклой поверхности линзы, б) оптическую силу линзы (показатель преломления линзы принять равным  $1,5$ , линзу считать тонкой).

- 18.46.** Для получения воздушного клина между двумя плоскопараллельными стеклянными пластинками поместили параллельно ширине пластинок тонкую проволочку на расстоянии  $l = 8,0$  см от другого края пластинок (рис. 2.73). При освещении поверхности пластинки светом натриевого пламени с длиной волны  $589,3$  нм наблюдали интерференционную картину. Определите диаметр проволочки, если расстояние между двумя соседними темными полосами оказалось равным  $2,5$  мм.

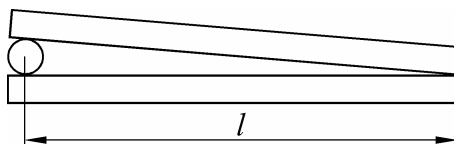


Рис. 2.73

- 18.47.** Плосковыпуклая стеклянная линза, радиус кривизны которой равен  $0,80$  м, соприкасается выпуклой поверхностью со стеклянной пластинкой. Кольца Ньютона наблюдаются в отраженном свете. Измерения показали, что диаметр восьмого темного кольца равен  $4,0$  мм. Определите длину волны света. Каким станет диаметр этого кольца, если пространство между линзой и пластинкой заполнить водой?
- 18.48.** Спектр натрия в видимой области состоит из двух линий с длинами волн  $589,0$  и  $589,6$  нм. Какое по счету светлое кольцо Ньютона, соответствующее одной из этих линий, совпадает со следующим по счету темным кольцом, соответствующим другой линии? Наблюдение проводится в отраженном свете. Какой вид будет иметь интерференционная картина в этом случае?
- 18.49.** Плосковыпуклая стеклянная линза с радиусом кривизны  $45$  см соприкасается выпуклой поверхностью со стеклянной пластинкой. При этом в отраженном свете радиус некоторого кольца оказался равным  $2,5$  мм. Каким станет радиус этого кольца, если линзу отодвинуть от пластинки на расстояние  $5,5$  мкм?
- 18.50.** Установка для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом с длиной волны  $546$  нм. Наблюдение



ведется в отраженном свете. Радиусы двух соседних светлых колец равны соответственно 0,40 мм и 0,60 мм. Найти порядковые номера колец и радиус кривизны линзы.

- 18.51.** На вершине сферической плосковыпуклой стеклянной поверхности отшлифован плоский участок радиусом 3,0 мм, которым она соприкасается со стеклянной пластинкой. Радиус кривизны выпуклой поверхности линзы 150 см. Найдите радиус 4-го светлого интерференционного кольца при наблюдении в отраженном свете с длиной волны 650 нм.
- 18.52.** Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим светом с длиной волны 656 нм, падающим нормально. Пространство между выпуклой поверхностью и стеклянной пластинкой, на которой расположена линза, заполнено водой (показатель преломления 1,33). Найти толщину слоя воды между линзой и стеклянной пластинкой в том месте, где наблюдается четвертое светлое кольцо в отраженном свете.
- 18.53.** На горизонтальном стеклянном столе лежит плоскопараллельная пластина. Одна сторона пластины касается стола, а другая несколько приподнята, в результате чего между плоскостями пластины и стола образуется очень маленький угол. Сверху на пластину и стол падает по нормали плоская монохроматическая волна с длиной волны 590 нм. Расстояние между линиями одинаковой толщины равно 5,0 мм. Определить угол между плоскостями пластины и стола.
- 18.54.** Собирающая линза положена на плоскую стеклянную пластинку, причем вследствие попадания пыли между линзой и пластинкой нет контакта. Диаметры 5-го и 15-го темных колец Ньютона, наблюдаемых в отраженном свете (длина волны падающего света равна 600 нм), равны соответственно 0,60 мм и 1,50 мм. Определить радиус кривизны поверхности линзы, обращенной к пластинке.
- 18.55.** Расстояние между 5-м и 25-м светлыми кольцами Ньютона равно 6,0 мм. Радиус кривизны линзы 11 м. Найти длину волны монохроматического света, падающего нормально на установку. Наблюдение проводится в отраженном свете. Как изменится расстояние между 5-м и 25-м светлыми кольцами,

если пространство между пластинкой и линзой заполнить водой (показатель преломления 1,33).

- 18.56.** Пространство между плосковыпуклой линзой с радиусом кривизны сферической поверхности 1,2 м и стеклянной пластинкой заполнено сероуглеродом. Найдите радиус 10-го темного кольца при наблюдении интерференции в отраженном свете. Длина волны падающего света равна 589 нм. Показатель преломления стекла считать равным 1,52, сероуглерода – 1,53. Почему интерференционные кольца труднее наблюдать в условиях, указанных в задаче, чем при воздушной прослойке между линзой и пластинкой?
- 18.57.** Кольца Ньютона получают с помощью плосковыпуклой линзы с радиусом кривизны 20 см, положенной на вогнутую сферическую поверхность с радиусом кривизны 40 см. Кольца наблюдаются в отраженном свете. Определите радиус четвертого темного кольца, если длина волны падающего света равна 550 нм.
- 18.58.** Плосковыпуклую линзу с радиусом кривизны 20 см положили выпуклой поверхностью на двояковогнутую линзу с радиусом кривизны поверхности 40 см. На плоскую поверхность собирающей линзы нормально падает монохроматический свет с длиной волны 500 нм. Чему равны радиусы колец Ньютона, возникающих вокруг точки соприкосновения линз?
- 18.59.** Какова толщина мыльной пленки, если при наблюдении ее в отраженном свете она представляется зеленой (длину волны зеленого света принять равной 530 нм), когда угол между нормалью и лучом зрения равен  $30^\circ$ ? Показатель преломления мыльной воды принять равным 1,33.
- 18.60.** На тонкую пленку с показателем преломления 1,33 падает под углом  $45^\circ$  параллельный пучок белого света. При какой толщине пленки зеркально отраженный свет будет наиболее сильно окрашен в желтый ( $\lambda = 600$  нм) цвет?
- 18.61.** Определите минимальную толщину пленки с показателем преломления 1,33, при которой свет с длиной волны 600 нм испытывает максимальное отражение, а свет с длиной волны 400 нм не отражается совсем. Угол падения света равен  $30^\circ$ .

- 18.62.** На стекло с показателем преломления 1,7 (тяжелый флинт) напыляется просветляющее покрытие из криолита. При какой наименьшей толщине слоя криолита, показатель преломления которого равен 1,4, произойдет максимальное ослабление отраженного света в средней части видимого спектра ( $\lambda = 0,55$  мкм)? Почему просветленный объектив в отраженном свете будет казаться лилово-фиолетовым?

## 19. ДИФРАКЦИЯ

- 19.1.** Точечный источник света, излучающий свет с длиной волны 470 нм, освещает экран, расположенный на расстоянии 8,0 м от источника света. Между источником света и экраном на расстоянии 5,0 м от экрана находится ширма с круглым отверстием, диаметр которого 3,0 мм. Как изменится освещенность в точке наблюдения, если ширму убрать?
- 19.2.** Расстояние от экрана с отверстием до точки наблюдения 1,0 м. Экран освещают монохроматическим светом с длиной волны  $5,5 \cdot 10^{-7}$  м. Вычислить радиус пятой зоны Френеля, если: а) источник света точечный и расстояние между ним и экраном 0,50 м; б) фронт световой волны, падающей на экран, плоский; падение света нормальное.
- 19.3.** Точечный источник света с длиной волны 546,1 нм помещен на расстояние 0,50 м перед непрозрачной преградой с отверстием радиуса 0,50 мм. Определить расстояние от преграды до точки, для которой число открываемых отверстием зон Френеля будет равно: а) 1, б) 5, в) 10.
- 19.4.** Точечный источник света установили на расстоянии 0,80 м от ирисовой диафрагмы, вставленной в непрозрачный экран больших размеров. За этим экраном на расстоянии 0,80 м от него поместили второй экран. При увеличении диаметра диафрагмы от 0 до 1,0 мм на втором экране получается светлое пятно с максимальной освещенностью. Пользуясь этими данными, определить длину волны света.
- 19.5.** Параллельный пучок монохроматического света с длиной волны 632,8 нм нормально падает на непрозрачный экран с

- круглым отверстием диаметром 1,2 мм. На расстоянии 19 см за экраном на оси отверстия наблюдается светлое пятно. На какое минимальное расстояние нужно сместиться от этой точки вдоль оси отверстия, удаляясь от него, чтобы в центре дифракционной картины вновь наблюдалось светлое пятно?
- 19.6.** Параллельный пучок монохроматического света с длиной волны 632,8 нм нормально падает на непрозрачный экран с круглым отверстием диаметром 1,26 мм. На расстоянии 10,5 см за экраном на оси отверстия наблюдается темное пятно. На какое минимальное расстояние нужно сместиться от этой точки вдоль оси отверстия, удаляясь от него, чтобы в центре дифракционной картины вновь наблюдалось темное пятно?
- 19.7.** Между источником света и экраном поместили диафрагму с круглым отверстием, радиус которого можно менять в процессе опыта. Расстояния от диафрагмы до источника и экрана равны соответственно 120 см и 145 см. Определить длину волны света, если максимум освещенности в центре дифракционной картины наблюдается при радиусе диафрагмы 1,28 мм, а следующий максимум – при 1,52 мм.
- 19.8.** Точечный монохроматический источник света расположен на расстоянии 50 см от ширмы с круглым отверстием радиусом 0,25 мм. Найти положение наиболее удаленного от ширмы максимума освещенности. Длина волны света равна 550 нм.
- 19.9.** Плоская монохроматическая световая волна с интенсивностью  $I_0$  падает нормально на непрозрачный экран с круглым отверстием. Какова интенсивность света за экраном в точке, для которой отверстие: а) открывает первую зону Френеля, б) первые полторы зоны Френеля; в) только вторую зону Френеля? Задачу решить методом векторных диаграмм.
- 19.10.** Плоская монохроматическая световая волна с интенсивностью  $I_0$  падает нормально на непрозрачный диск. Определите интенсивность света на оси диска в точке, для которой он закрывает: а) половину (по диаметру) первой зоны Френеля; б) первые полторы зоны Френеля.

- 19.11.** На пути плоской световой волны, имеющей длину 560 нм, поместили тонкую собирающую линзу с фокусным расстоянием 75 см, непосредственно за ней установили диафрагму с круглым отверстием и на расстоянии 50 см от диафрагмы – экран. При каких радиусах отверстия освещенность центра дифракционной картины на экране минимальна?
- 19.12.** Свет с длиной волны 0,546 мкм падает нормально на поверхность стеклянного диска, который перекрывает первую зону Френеля для точки наблюдения. При какой толщине этого диска интенсивность света в этой точке будет максимальной?
- 19.13.** Свет с длиной волны 0,546 мкм падает нормально на поверхность стеклянного диска, который перекрывает первую зону Френеля для точки наблюдения. При какой толщине этого диска интенсивность света в этой точке будет: а) минимальной; б) равной интенсивности падающего света?
- 19.14.** На расстоянии 2,0 м от точечного монохроматического источника света ( $\lambda = 500$  нм) находится экран. Посередине между источником и экраном расположена непрозрачная ширма с отверстием радиусом 1,0 мм. Ширму перемещают к экрану на расстояние 0,75 м. Сколько раз при ее перемещении будет наблюдаться темное пятно в центре дифракционной картины на экране?
- 19.15.** Между точечным источником света и экраном поместили диафрагму с отверстием, радиус которого можно менять. Расстояние от диафрагмы до источника и экрана равно 100 см и 125 см. Определить длину волны света, если минимум освещенности в центре дифракционной картины на экране наблюдается при 1,0 мм и следующий минимум при 1,25 мм.
- 19.16.** На щель нормально падает параллельный пучок монохроматического света. Длина волны падающего света укладывается в ширине щели 8 раз. Какова ширина нулевого максимума в дифракционной картине, проецируемой линзой на экран, отстоящий от линзы на расстояние 1,0 м?
- 19.17.** На щель шириной 0,11 мм нормально падает монохроматический свет с длиной волны 546,1 нм. Дифракционная кар-

тина наблюдается на экране, расположенном параллельно щели. Определить расстояние от щели до экрана, если ширина центрального дифракционного максимума равна 8,0 мм.

- 19.18.** На щель шириной 0,15 мм падает нормально плоская монохроматическая волна с длиной 0,546 мкм. Экран, на котором наблюдают дифракционную картину, расположен параллельно щели на расстоянии 80 см. Определить расстояние между первыми дифракционными минимумами, расположенными по обе стороны от центрального фраунгоферова максимума.
- 19.19.** Монохроматический свет падает на щель шириной 28,5 мкм и после прохождения щели фокусируется линзой на экран, отстоящий от нее на расстоянии 50 см. На экране наблюдаются дифракционные полосы. Расстояние между первыми дифракционными минимумами, расположенными по обе стороны от центрального фраунгоферова максимума, равно 2,3 см. Определите длину световой волны, падающей на щель.
- 19.20.** На щель шириной 2,1 мкм падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны 589 нм. Найдите углы, в направлении которых будут наблюдаться минимумы света. Сколько дифракционных максимумов будет наблюдаться в данном опыте?
- 19.21.** На щель шириной  $5,5 \cdot 10^{-4}$  см падает нормально пучок монохроматического света с длиной волны 546,1 нм. Определите ширину изображения щели на экране, удаленном от щели на 1,2 м. (Шириной изображения считать расстояние между первыми дифракционными минимумами, расположенными по обе стороны от главного максимума освещенности.)
- 19.22.** Лазерный пучок света диаметром 1,2 см, расходимость которого определяется дифракцией, направлен на Луну. Каков диаметр освещаемой на Луне поверхности? Расстояние до Луны равно 384000 км, длину волны света считать равной 632,8 нм. Рассеянием света в атмосфере Земли пренебречь.

- 19.23.** На непрозрачную пластинку с узкой щелью нормально падает монохроматический свет. Угол отклонения лучей, соответствующий второму дифракционному минимуму, равен  $1,0^\circ$ . Скольким длинам волн падающего света равна ширина щели? Сколько дифракционных максимумов будет наблюдаться в данном случае?
- 19.24.** Плоская монохроматическая волна ( $\lambda=600$  нм) интенсивности  $I_0$  падает на большую стеклянную пластину, профиль которой показан на рисунке 2.74. При какой высоте уступа  $h$  интенсивность света в центре в точках, расположенных под ним, будет: а) минимальной; б) в два раза меньше  $I_0$ ?

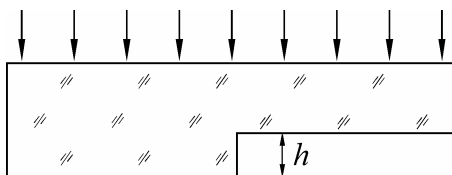


Рис. 2.74

- 19.25.** Найти угловое положение первых минимумов, которые находятся по обе стороны от центрального максимума, при дифракции Фраунгофера от щели шириной 10 мкм, если угол падения света  $30^\circ$  и длина волны 450 нм.
- 19.26.** Параллельный пучок монохроматического света с длиной волны  $4000 \text{ \AA}$  падает нормально на щель шириной 20 мкм. За щелью помещена линза с фокусным расстоянием 50 см, с помощью которой можно наблюдать дифракционные полосы на экране. Определить расстояние между минимумами первого и второго порядков.
- 19.27.** На дифракционную решетку нормально падает параллельный пучок монохроматического света. В спектре, полученном с помощью этой дифракционной решетки, некоторая спектральная линия наблюдается в первом порядке под углом  $11^\circ$ . Определить наибольший порядок спектра, в котором может наблюдаться эта линия.
- 19.28.** Выделенные с помощью светофильтра две спектральные линии водородной лампы, имеющие длины волн 434,0 нм и

486,1 нм, параллельным пучком направляются на дифракционную решетку. При этом максимум второго порядка для первой линии наблюдается под углом  $7^{\circ}30'$  к первоначальному направлению распространения света. Определить, под каким углом будет наблюдаться дифракционный максимум первого порядка для второй линии. Свет падает на решетку нормально.

- 19.29.** Свет от ртутной лампы падает нормально на плоскую дифракционную решетку, ширина которой 5,00 см. Общее число штрихов решетки 10000. Определить угол между фиолетовыми ( $\lambda_{\phi} = 405$  нм) и желтыми ( $\lambda_{ж} = 577$  нм) лучами в спектре первого порядка.
- 19.30.** Вычислить наибольший угол, на который может отклониться пучок монохроматического света дифракционной решеткой, имеющей 500000 штрихов при ширине решетки 4,0 см. Длина волны падающего света равна 5461 Å. Лучи падают нормально к плоскости решетки.
- 19.31.** На дифракционную решетку, имеющую 100 штрихов на 1,0 мм, падает нормально параллельный пучок белого света. Какова разность углов отклонения: а) конца первого и начала второго спектров; б) конца второго и начала третьего спектров? Длины крайних красных и крайних фиолетовых волн принять равными 760 и 400 нм соответственно.
- 19.32.** На решетку, содержащую 200 штрихов на 1,0 мм, нормально падает монохроматическое излучение. Угол между спектрами первого и второго порядков равен  $4^{\circ}38'$ . Определить длину волны падающего света.
- 19.33.** На дифракционную решетку по нормали к ее поверхности падает параллельный пучок лучей с длиной волны 589 нм. Посредством линзы с фокусным расстоянием 0,50 м, установленной вблизи решетки, дифракционный спектр проецируется на экран, расположенный параллельно решетке. Расстояние между максимумами в спектре второго порядка оказалось равным 10,8 см. Определить постоянную решетки, число максимумов, даваемых решеткой, и максимальный угол отклонения лучей, соответствующих последнему дифракционному максимуму.



- 19.34.** На дифракционную решетку, имеющую 200 штрихов на 1,0 мм, нормально падает свет от разрядной трубки с водородом. Под каким наименьшим углом дифракции максимумы линий с длинами волн 410,2 нм и 656,3 нм совпадают?
- 19.35.** Ширина решетки 15 мм, период решетки 5,0 мкм. В спектре какого наименьшего порядка получаются отдельные изображения двух спектральных линий с разностью длин волн  $2,0 \cdot 10^{-10}$  нм, если линии принадлежат середине видимого диапазона спектра ( $\lambda = 550$  нм)?
- 19.36.** Определить длину волны, соответствующую спектральной линии, изображение которой, даваемое дифракционной решеткой в спектре второго порядка, совпадает с изображением линии с длиной волны 434 нм в спектре третьего порядка.
- 19.37.** Для наблюдения дифракции с дифракционной решеткой используется зрительная труба. При угле дифракции  $20^\circ$  в поле зрения трубы видна красная линия спектра гелия, соответствующая длине волны 668 нм. Чему равна постоянная дифракционной решетки, если обнаружено, что под тем же углом видна и синяя линия ( $\lambda = 447$  нм) более высокого порядка? Наибольший порядок спектра, который можно наблюдать при помощи данной решетки для линии с большей длиной волны, равен 5. Свет падает на решетку нормально.
- 19.38.** Параллельный пучок света, излучаемого разрядной трубкой с гелием, падает нормально на дифракционную решетку, имеющую 100 штрихов на 1,0 мм. Под каким углом к падающему на решетку пучку совпадут красная линия с длиной волны 668 нм и фиолетовая линия более высокого порядка с длиной волны 447 нм?
- 19.39.** Определить наибольший порядок спектра, который может образовать дифракционная решетка, имеющая 300 штрихов на 1,0 мм, если длина волны равна 500 нм. Рассмотреть два случая: а) свет падает на решетку нормально, б) свет падает под углом  $30^\circ$ . Определить число наблюдаемых максимумов в обоих случаях.
- 19.40.** Пучок рентгеновских лучей падает на решетку с периодом 1,1 мкм под углом  $89^\circ 15'$ . Угол дифракции для спектра вто-

рого порядка равен  $89^{\circ}45'$ . Найти длину волны рентгеновских лучей.

- 19.41.** Определить период решетки, для которой ширина спектра первого порядка, наблюдаемого в фокальной плоскости объектива с фокусным расстоянием 50 см для видимого света, равна 10 см. Считать, что границам видимого света соответствуют длины волн 400 и 760 нм.
- 19.42.** Решетка, имеющая 300 штрихов на 1,00 мм, освещается нормально падающим белым светом. Спектр наблюдается на экране, отстоящем на 30 см от решетки. В экране вырезано квадратное отверстие со стороной 1,0 см, причем внутренний край квадрата отстоит на 5,0 см от центрального максимума. Какой интервал длин волн проходит через отверстие в экране?
- 19.43.** Длина волны монохроматического света равна 590 нм. Определить наибольший порядок максимума, а также число наблюдаемых максимумов, которые можно получить с помощью решетки длиной 4,0 см и содержащей  $6,0 \cdot 10^4$  штрихов. Рассмотреть два случая: а) свет падает на решетку нормально; б) свет падает на решетку под углом  $30^{\circ}$ .
- 19.44.** На решетку, находящуюся в воде, падает параллельный пучок монохроматического света с длиной волны 550 нм. Определить наибольший порядок максимума, а также число максимумов, которые можно наблюдать с помощью решетки, имеющей 500 штрихов на миллиметр, если: а) свет падает на решетку нормально; б) свет падает на решетку под углом  $30^{\circ}$ .
- 19.45.** На дифракционную решетку, имеющую 600 штрихов на 1,0 мм, нормально падает белый свет. Непосредственно за решеткой помещена линза с фокусным расстоянием 1,5 м, проецирующая спектры на экран. Диапазон длин волн видимого спектра лежит в границах от 400 нм до 700 нм. Могут ли перекрываться спектры первого и второго порядков? Во сколько раз спектр второго порядка на экране длиннее спектра первого порядка?
- 19.46.** Монохроматическое рентгеновское излучение с длиной волны 0,0712 нм отражается от грани кристалла поваренной со-

ли ( $NaCl$ ). Дифракционный максимум первого порядка наблюдается при угле скольжения  $7^{\circ}18'$ . Определите расстояние между слоями кристаллической решетки (атомными плоскостями).

- 19.47.** Узкий монохроматический пучок рентгеновского излучения падает на грань кристалла с расстоянием между атомными плоскостями 0,28 нм. Определить длину волны рентгеновского излучения, если дифракционный максимум второго порядка наблюдается при угле дифракции  $92^{\circ}$ .

## 20. СПЕКТРАЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ

- 20.1.** В спектрографе установлена дифракционная решетка, имеющая 1000 штрихов на 1,0 мм. Определить, на каком расстоянии друг от друга получатся на фотопленке спектральные линии водорода с длинами волн 4340 Å и 4100 Å в спектре первого порядка, если фокусное расстояние линзы камеры спектрографа равно 10 см. Решетка установлена перпендикулярно пучку лучей, выходящих из коллиматора.
- 20.2.** Дифракционная решетка шириной 1,0 см имеет 200 штрихов на 1,0 мм. Когда решетка была применена для получения спектра, оказалось, что угол дифракции, соответствующий некоторой спектральной линии в первом порядке, равен  $9^{\circ}15'$ . Вычислить: а) длину волны спектральной линии; б) наибольшее значение разрешающей способности дифракционной решетки для этой длины волны.
- 20.3.** Определить постоянную дифракционной решетки, если она позволяет разрешать две желтые линии натрия с длинами волн 5890 Å и 5896 Å в спектре второго порядка. Длина решетки 2,0 см. Чему равна максимальная разрешающая способность такой решетки для рассматриваемой спектральной области?
- 20.4.** Дифракционная решетка имеет 20000 штрихов при ее полной ширине 4,5 см. Какой будет угловая дисперсия у такой решетки для желтого натриевого пламени (длина волны из-

лучения равна 589 нм) в спектре первого и второго порядков?

- 20.5.** Угловая дисперсия дифракционной решетки для излучения с длиной волны 633 нм в спектре второго порядка равна  $4,02 \cdot 10^5$  рад/м. Найти период дифракционной решетки.
- 20.6.** Свет от ртутной лампы падает нормально на плоскую дифракционную решетку, ширина которой 5,0 см. Общее число штрихов решетки 10000. Определить угол между фиолетовыми (с длиной волны 0,405 мкм) и желтыми (с длиной волны 0,577 мкм) лучами в спектре первого порядка.
- 20.7.** Найти угловую дисперсию решетки с постоянной 5,0 мкм, если длина волны падающего излучения  $5000 \text{ \AA}$ , порядок спектра равен трем. Чему равна максимальная угловая дисперсия этой решетки для указанной длины волны?
- 20.8.** Какова должна быть длина дифракционной решетки, имеющей 50 штрихов на 1,0 мм, чтобы в спектре второго порядка разрешить две линии натрия с длинами волн  $\lambda_1 = 589 \text{ нм}$  и  $\lambda_2 = 589,6 \text{ нм}$ . При какой наименьшей разности длин волн двух спектральных линий одинаковой интенсивности их можно будет разрешить этой решеткой вблизи  $\lambda_1$  в максимальном порядке спектра?
- 20.9.** Определить ширину спектральной линии ртути 404,7 нм в спектре второго порядка, даваемого решеткой длиной 4,0 см. Фокусное расстояние линзы, проецирующей спектр на экран, равно 50 см. Число штрихов решетки равно  $1,0 \cdot 10^4$ . (Шириной спектральной линии называется половина расстояния между двумя минимумами, лежащими рядом с этой линией).
- 20.10.** На спектрограмме, полученной посредством дифракционной решетки и фотокамеры с оптической силой объектива 2,5 дптр, расстояние между двумя спектральными линиями с длинами волн  $4863 \text{ \AA}$  и  $4342 \text{ \AA}$  в спектре третьего порядка оказалось равным 1,5 мм. Определить постоянную решетки.
- 20.11.** Определить для решетки, имеющей 1200 штрихов на 1,0 мм: а) угловую дисперсию в спектре первого порядка; б) линей-

ную дисперсию спектрографа при объективе с фокусным расстоянием 50 см.

- 20.12.** Параллельный пучок натриевой лампы направляется перпендикулярно к поверхности дифракционной решетки, имеющей период  $2,5 \cdot 10^4$  мкм. Какое расстояние между компонентами желтой линии дублета натрия с длинами волн 589,0 нм и 589,6 нм получится на фотографическом негативе в спектрографе, работающем в первом порядке и имеющем камерный объектив с фокусным расстоянием 70 см?
- 20.13.** Плоская дифракционная решетка, имеющая 200 штрихов на 1,0 мм, установлена на столике гониометра. Перед щелью коллиматора находится разрядная трубка с криптоном. Пучок света, выходящий из коллиматора, падает на решетку перпендикулярно ее плоскости. Под каким углом к падающему на решетку пучку надо поставить зрительную трубу, чтобы в поле зрения совпали линии криптона с длинами волн 5660,1 Å и 4037,8 Å?
- 20.14.** Определите, каким должно быть минимальное число штрихов у дифракционной решетки, чтобы с ее помощью можно было видеть раздельно желтые линии в спектре излучения атомов натрия, если длины волн этих линий 589 нм и 589,6 нм.
- 20.15.** В гониометре установлена дифракционная решетка, имеющая 500 штрихов на 1,0 мм длины. На каком расстоянии друг от друга будут находиться в фокальной плоскости объектива гониометра с такой решеткой две линии излучения водородной лампы (длины волн равны 656,3 нм и 486,1 нм) в спектре первого порядка, если фокусное расстояние объектива зрительной трубы гониометра 25 см?
- 20.16.** Вычислите угловую ширину спектральных линий желтого дублета натрия (длины волн равны 589,0 нм, 589,6 нм) для дифракционной решетки, работающей во втором порядке, имеющей 100 штрихов на миллиметр. Будут ли разрешаться эти линии в спектрографе с такой решеткой? Ширина решетки 5,0 мм. (Угловой шириной спектральной линии называется половина угла между направлениями на два минимума, лежащими рядом с этой линией).

- 20.17.** Минимальное значение угловой дисперсии некоторой дифракционной решетки  $1,266 \cdot 10^{-3}$  рад/нм. Найти угловое расстояние между линиями с длинами волн 480 нм и 680 нм в спектре, даваемом решеткой.
- 20.18.** Падающий на дифракционную решетку свет состоит из двух резких спектральных линий с длинами волн 490 нм (голубой свет) и 600 нм (оранжевый свет). Первый дифракционный максимум для линии голубого света располагается под углом  $10^\circ$ . Найти угловое расстояние между линиями в спектре второго порядка.
- 20.19.** Будут ли разрешены дифракционной решеткой, состоящей из 100 штрихов, спектральные линии с длинами волн 598 нм и 602 нм в спектре первого, второго порядков?
- 20.20.** В спектрографе используется дифракционная решетка, период которой 1000 нм, а длина рабочей части 100 мм. Фокусное расстояние объектива спектрографа составляет 1,0 м. Определить ширину видимого спектра, получающегося на фотопластинке, установленной в фокальной плоскости объектива.
- 20.21.** На дифракционную решетку с периодом 2500 нм падает под углом  $20^\circ$  к нормали свет длины волны 600 нм. Полагая углы, отсчитанные от нормали против часовой стрелки, положительными, а по часовой стрелке – отрицательными, найти: а) угол, под которым виден центральный (нулевой) максимум, б) число наблюдаемых положительных и отрицательных максимумов.

## **21. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ**

- 21.1.** Небольшой предмет расположен между двумя плоскими зеркалами, образующими между собой угол  $45^\circ$ , на расстоянии 15 см от линии пересечения зеркал. На каком расстоянии друг от друга находятся первые мнимые изображения предмета в зеркалах?

- 21.2.** Луч света выходит из скипидара в воздух. Предельный угол полного внутреннего отражения равен  $42^{\circ}23'$ . Определить скорость распространения света в скипидаре.
- 21.3.** Пучок параллельных лучей шириной 3,2 см падает под углом  $45^{\circ}$  из воздуха на плоскую границу среды с показателем преломления 1,5. Какова будет ширина пучка в среде?
- 21.4.** Высота Солнца над горизонтом равна  $22^{\circ}$ . Человек, стоя на берегу пруда, с помощью плоского зеркала пускает зайчик в воду, при этом отраженный от него луч распространяется в воде под углом  $58^{\circ}$  к горизонту. Определить угол, образованный плоскостью зеркала с горизонтом.
- 21.5.** Луч света падает на поверхность стола под углом  $45^{\circ}$ . Под каким углом к горизонту надо поместить плоское зеркало, чтобы после отражения от него луч распространялся параллельно поверхности стола?
- 21.6.** На дне аквариума, заполненного водой, лежит плоское зеркало. Человек смотрит вертикально вниз и видит изображение своего лица. На каком расстоянии от поверхности воды оно находится? Глубина аквариума 60 см, расстояние от лица человека до поверхности воды 0,50 м.
- 21.7.** Человек видит свое изображение в плоском зеркале, расположенном на дне сосуда, наполненного водой. Определить, на какое расстояние аккомодирован глаз человека, если он находится на высоте 15 см над уровнем воды, а зеркало – на глубине 10 см ниже уровня воды?
- 21.8.** На краю бассейна стоит человек и наблюдает камень, лежащий на дне. Глубина бассейна равна 1,5 м. На каком расстоянии от поверхности воды видно изображение камня, если луч зрения составляет с нормалью к поверхности воды угол  $60^{\circ}$ ?
- 21.9.** Предмет высотой 0,50 м находится на расстоянии 2,0 м от плоского зеркала. Какова должна быть минимальная высота плоского зеркала, чтобы человек, находящийся на расстоянии 5,0 м от зеркала, мог видеть этот предмет полностью, если предмет расположен параллельно зеркалу?
- 21.10.** Ныряльщик, находящийся на дне водоема на глубине 4,5 м, смотрит вверх и видит изображение камней, лежащих на дне

- моря. Определить, на каком минимальном расстоянии от него лежат на дне видимые им камни.
- 21.11.** Свая длиной 2,5 м выступает над поверхностью воды на 1,2 м. Определить длину тени от сваи на дне озера, если угол падения лучей света составляет  $30^\circ$ .
- 21.12.** Водолаз видит Солнце из воды на угловом расстоянии  $45^\circ$  от зенита. На какой высоте над горизонтом в действительности находится Солнце?
- 21.13.** Глицерин налит в широкий сосуд до высоты 10 см, считая от дна. В центре дна сосуда помещен источник света небольших размеров. Найдите площадь поверхности глицерина, через которую свет выходит в воздух. Показатель преломления глицерина равен 1,48.
- 21.14.** Для определения показателя преломления прозрачных пластин часто используют метод Бесселя, суть которого состоит в следующем. Плоскую стеклянную пластинку толщиной 3,0 мм рассматривают в микроскоп. Сначала микроскоп устанавливают для наблюдения верхней поверхности пластинки, а затем смещают тубус микроскопа вниз до тех пор, пока не будет отчетливо видна нижняя поверхность пластинки (для удобства наблюдения на поверхностях пластинки делают метки). Определить показатель преломления пластинки толщиной 3,0 мм, если при ее рассматривании смещение тубуса оказалось равным 2,0 мм.
- 21.15.** На дно сосуда, наполненного водой до высоты 10 см, помещен точечный источник света. На поверхности воды плавает круглая непрозрачная пластинка таким образом, что ее центр находится над источником света. Какой наименьший радиус должна иметь эта пластинка, чтобы ни один луч не мог выйти через поверхность воды?
- 21.16.** Сходящийся узкий пучок лучей падает на вогнутое сферическое зеркало с радиусом кривизны 50 см. Продолжения лучей пересекаются в точке, находящейся на расстоянии 30 см за зеркалом. На каком расстоянии от зеркала пересекутся лучи после отражения?
- 21.17.** Построить (двумя способами) изображение точечного источника в собирающей (рис. 2.75 *a*) и рассеивающей (рис. 2.75 *б*) линзах. Ход построения пояснить.



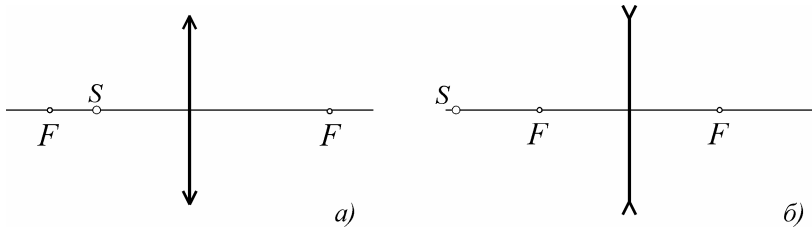


Рис. 2.75

- 21.18. На рисунке 2.76 показаны положения оптической оси тонкой рассеивающей линзы и ход проходящего сквозь нее луча  $ABC$ . Найти построением ход произвольного луча  $DE$  за линзой.

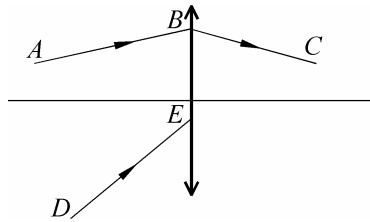


Рис. 2.76

- 21.19. На рисунках 2.77 а и 2.77 б показаны положения оптической оси тонкой линзы, точки  $S$  и ее изображения  $S'$ . Найти построением положения центров таких линз и их фокусов.

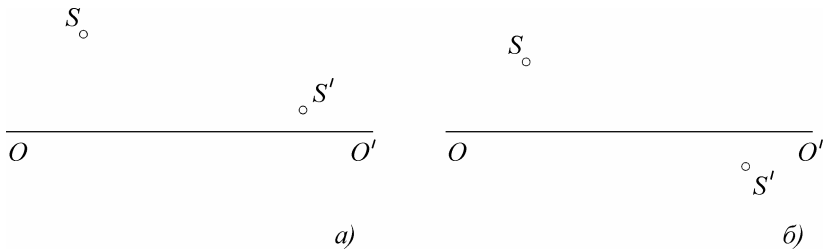


Рис. 2.77

- 21.20. Известны положения оптической оси, точки  $S$  и ее изображения  $S'$  (рис. 2.78 а) и предмета  $AB$  и его изображения  $A'B'$  (рис. 2.78 б). Найти построением положения центров линз и их фокусов.

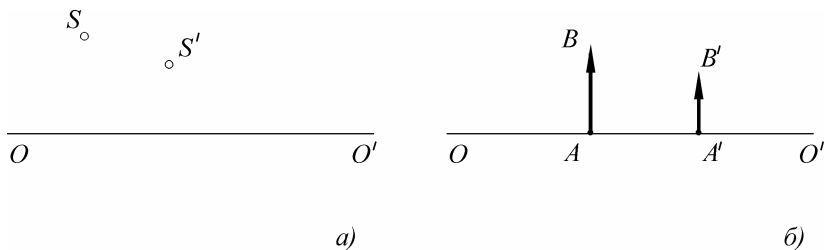


Рис. 2.78

**21.21.** Восстановить падающий луч по известному преломленному (рис. 2.79 *a*, *б*). Построение выполнить двумя способами.

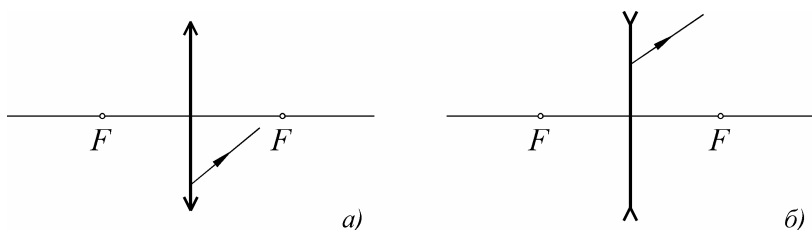


Рис. 2.79

**21.22.** Найти построением ход лучей за линзой по известным падающему лучу и положениям оптической оси и фокусов (рис. 2.80 *a*, *б*). Построение выполнить двумя способами.

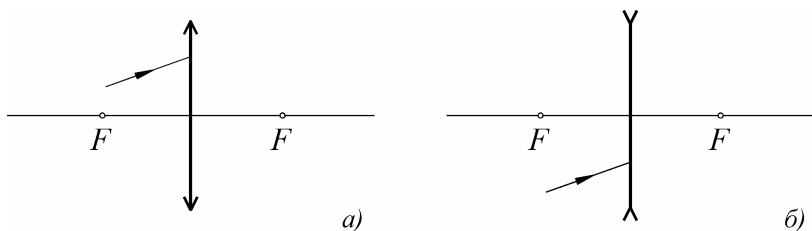


Рис. 2.80

**21.23.** Построить изображения предмета  $ABCD$  в собирающей (рис. 2.81 *a*) и рассеивающей (рис. 2.81 *б*) линзах.

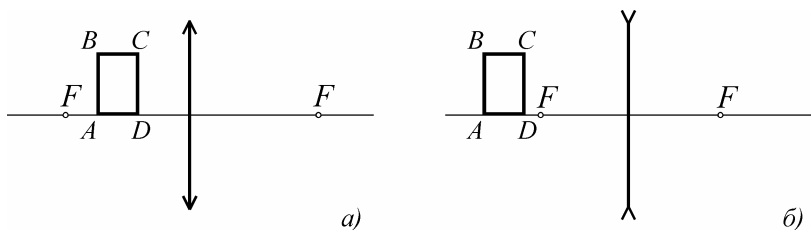


Рис. 2.81

- 21.24.** Чему равно наименьшее расстояние между предметом и действительным изображением, образуемым собирающей линзой? Построить график зависимости расстояния между предметом и его действительным изображением в линзе от расстояния между предметом и линзой.
- 21.25.** Очки с какой оптической силой необходимы: а) близорукому человеку, у которого расстояние наилучшего зрения равно 12,5 см; б) дальнозоркому человеку, у которого расстояние наилучшего зрения 45 см?
- 21.26.** Изображение предмета, находящегося на расстоянии 25 см от вогнутого сферического зеркала, получается увеличенным в 2,5 раза. Определить радиус кривизны зеркала.
- 21.27.** Предмет находится на главной оптической оси вогнутого сферического зеркала на расстоянии 20 см от вершины, причем положение предмета и изображения совпадают. На какое расстояние и в каком направлении сместится изображение, если предмет сместить на 6,0 см по направлению к зеркалу?
- 21.28.** Радиус кривизны вогнутого зеркала 30 см. Найти положение объекта, при котором его изображение получается действительным и увеличенным в два раза. Найти также такое положение объекта, при котором изображение будет мнимым и увеличенным в два раза.
- 21.29.** На экране, отстоящем от объектива (тонкая линза с оптической силой 5,0 дптр) на расстоянии 4,0 м, получено четкое изображение диапозитива. Экран отодвигают на 20 см. На сколько надо переместить диапозитив, чтобы восстановить четкость изображения?

- 21.30.** На пути сходящегося пучка поставили тонкую собирающую линзу с фокусным расстоянием 16 см, в результате чего лучи сошлись на расстоянии 8,0 см от линзы. Где пересекутся лучи, если линзу убрать?
- 21.31.** На рассеивающую линзу падает сходящийся пучок лучей. После прохождения через линзу лучи пересекаются в точке на главной оптической оси, отстоящей от линзы на 20 см. Если линзу убрать, точка пересечения лучей переместится на 6,0 см ближе к линзе. Каково фокусное расстояние линзы?
- 21.32.** С помощью тонкой собирающей стеклянной линзы с показателем преломления 1,7 получено действительное изображение предмета на расстоянии 15 см от линзы. После того, как предмет и линзу погрузили в воду, не изменяя расстояния между ними, изображение получилось на расстоянии 40 см от линзы. Определить фокусное расстояние линзы.
- 21.33.** Фокусное расстояние линзы  $f$  считается приближенно равным расстоянию от нее до изображения удаленного источника света. Каково должно быть расстояние  $a_1$  от источника до линзы, чтобы относительная ошибка в определении фокусного расстояния не превышала  $\eta$  %?
- 21.34.** Для получения изображения предмета используется симметричная двояковыпуклая линза, при этом оказалось, что изображение на экране получилось в  $k$  раз больше предмета. Определить расстояние от предмета до экрана, если: а)  $k = 1,0$ ; б)  $k = 10$ ; в)  $k = 0,10$ . Показатель преломления материала линзы 1,5; радиус кривизны линзы 10 см.
- 21.35.** Точечный источник света помещен на главной оптической оси собирающей линзы с фокусным расстоянием 12 см на расстоянии 16 см от линзы. Предмет начинает смещаться вдоль главной оптической оси в направлении линзы со скоростью 1,2 см/с. С какой скоростью будет смещаться изображение источника, если линза остается неподвижной?
- 21.36.** Действительное изображение предмета, полученное с помощью собирающей линзы, находится от нее на расстоянии 40 см. Если собирающую линзу заменить рассеивающей с

таким же по модулю фокусным расстоянием, мнимое изображение предмета будет отстоять от линзы на расстояние 10,9 см. Найти фокусное расстояние линз.

- 21.37.** Тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием 20 см проецирует изображение предмета на экран, отстоящий от линзы на расстояние 2,0 м. Экран придвинули к линзе на 18 см. На сколько и в какую сторону следует переместить предмет, чтобы опять получить четкое изображение его на экране?
- 21.38.** Собирающая линза дает изображение с увеличением 2,5 раза. Расстояние между предметом и изображением 24 см. Определить фокусное расстояние и оптическую силу линзы.
- 21.39.** Двояковыпуклая линза с радиусами кривизны 18,0 см и 16,0 см дает на расстоянии 12,6 см действительное изображение предмета, расположенного от линзы на расстоянии 25 см. Определить показатель преломления линзы.
- 21.40.** Между предметом и экраном помещают тонкую собирающую линзу. При перемещении линзы находят два положения, при которых на экране образуется четкое изображение предмета. Найти поперечный размер предмета, если при одном положении линзы размер изображения 2,0 мм, а при другом – 4,5 мм.
- 21.41.** Оптическая система состоит из собирающей линзы с фокусным расстоянием 25 см и плоского зеркала, находящегося на расстоянии 15 см от линзы. Определить положение изображения, даваемого этой системой, если предмет находится на расстоянии 35 см перед линзой.
- 21.42.** Солнечные лучи, падая нормально на экран, создают на нем освещенность  $1,5 \cdot 10^4$  лк. Перед экраном помещают тонкую линзу с оптической силой 8,0 дптр. Определить освещенность изображения Солнца, полученного на экране. Потери энергии в линзе составляют 10 %.
- 21.43.** Диапозитив имеет размер  $4,0 \times 4,0$  см. Определите оптическую силу объектива проекционного аппарата в виде тонкой линзы, если изображение диапозитива на экране должно иметь размер  $1,2 \times 1,2$  м. Расстояние от объектива до экрана равно 6,0 м.

- 21.44.** Требуется сфотографировать картину размером  $50 \times 75$  см с помощью объектива, фокусное расстояние которого равно 20 см. На каком расстоянии от объектива следует поместить картину, чтобы ее изображение на фотопленке имело размер  $24 \times 36$  мм?
- 21.45.** Картину размером  $40 \times 60$  см снимают фотоаппаратом с расстояния 3,5 м. Изображение получилось размером  $24 \times 36$  мм. Чему равна оптическая сила объектива аппарата? Расстояние от картины до объектива считать большим по сравнению с фокусным расстоянием.
- 21.46.** Найти увеличение, даваемое лупой, фокусное расстояние которой равно 6,0 см: а) для нормального глаза с расстоянием наилучшего зрения 25 см; б) для близорукого глаза с расстоянием наилучшего зрения 12 см.
- 21.47.** На каком максимальном расстоянии близорукий человек может читать без очков мелкий шрифт, если обычно он пользуется очками с оптической силой, равной  $-2,5$  дптр?
- 21.48.** Человеческий глаз хорошо видит предметы, удаленные на расстояние 25 см. Вплотную к глазу приставили тонкую линзу с фокусным расстоянием 5,0 см. На каком расстоянии от глаза должен находиться предмет, чтобы его было видно отчетливо?
- 21.49.** Близорукий человек носит очки с оптической силой  $-5,0$  дптр. На каком расстоянии от лица человек должен держать вогнутое сферическое зеркало радиусом 0,60 м, чтобы резко видеть в зеркале свое изображение без очков?
- 21.50.** Дальнозоркий человек, пользуясь очками с оптической силой 3,0 дптр, при чтении в очках держит книгу на расстоянии наилучшего зрения нормального глаза (25 см). На каком расстоянии он будет отчетливо видеть предметы без очков?
- 21.51.** Человек рассматривает свой глаз, пользуясь вогнутым зеркалом с радиусом кривизны 15 см. Глаз аккомодирован на бесконечность. Каково увеличение зеркала?
- 21.52.** Лупа, изготовленная из стекла с показателем преломления 1,50, представляет собой двояковыпуклую линзу, поверхности которой имеют радиус кривизны 10 см и 15 см. Определить даваемое лупой увеличение при ее использовании че-

ловеком с нормальным зрением (расстояние наилучшего зрения равно 25 см) и близоруким, для которого расстояние наилучшего зрения равно 12 см.

- 21.53.** Зрительная труба с фокусным расстоянием объектива 70 см установлена на бесконечность. На какое расстояние надо передвинуть окуляр трубы, чтобы видеть предметы на расстоянии 20 м?
- 21.54.** Окуляр микроскопа дает пятикратное увеличение, а объектив – десятикратное. Определить увеличение микроскопа и фокусные расстояния объектива и окуляра, если расстояние между объективом и окуляром 18 см. Наблюдение осуществляется визуально человеком с нормальным зрением.
- 21.55.** Определить, под каким углом видна Луна в телескоп, у которого фокусное расстояние объектива равно 80 см, фокусное расстояние окуляра 10 см, если невооруженным глазом она видна под углом  $31'$ .
- 21.56.** Оптические силы объектива и окуляра микроскопа равны соответственно 120 и 25 дптр. Увеличение микроскопа равно 70. Как изменится увеличение этого микроскопа, если расстояние между объективом и окуляром уменьшить на 2,5 см?
- 21.57.** Объектив микроскопа имеет фокусное расстояние 4,5 мм, а окуляр – 50 мм. Рассматриваемый с помощью этого микроскопа предмет находится от объектива на расстоянии 4,7 мм. Расстояние наилучшего зрения для наблюдателя 25 см. Определить длину тубуса микроскопа (расстояние от объектива до окуляра) и его линейное увеличение.
- 21.58.** Две стеклянные линзы, находясь на некотором расстоянии в воздухе, образуют телескопическую систему. Как надо изменить расстояние между линзами, чтобы они образовали телескопическую систему, находясь в воде?
- 21.59.** Угловое увеличение одного из телескопов-рефракторов в Пулково (Россия) равно 6600. Чему равно фокусное расстояние объектива телескопа, если фокусное расстояние окуляра равно 2,5 см?
- 21.60.** Какова максимальная разрешающая способность человеческого глаза для зеленых лучей (длина волны 550 нм) при

диаметре зрачка 3,0 мм? Средний показатель преломления составляет для глаза 1,4.

- 21.61.** Диаметр Венеры около 13 000 км. Невооруженному глазу она кажется «большой, чем точка». Видим ли мы истинный размер Венеры? Когда мы видим ее как вечернюю или утреннюю звезду, Венера находится на расстоянии  $1,5 \cdot 10^8$  км (приблизительно равному расстоянию от Земли до Солнца).
- 21.62.** Полагая, что при естественном освещении наибольшая энергия излучения приходится на длину волны около 555 нм, определить: а) минимальное разрешаемое угловое расстояние для глаза при адаптации на небольшие яркости (диаметр зрачка 4,0 мм); б) наименьшее разрешаемое глазом расстояние между штрихами, начерченными на листе бумаги, находящемся на расстоянии наилучшего зрения (25 см).
- 21.63.** Диаметр главного зеркала телескопа Хаббла равен 2,4 м. Найти разрешаемое им угловое расстояние для длины волны 550 нм.
- 21.64.** Какую минимальную длину должен иметь отрезок на Луне и на Солнце, чтобы его изображение в рефлекторе с диаметром зеркала 6,0 м можно было отличить от изображения точки?
- 21.65.** Каково должно быть минимальное расстояние между двумя точками на поверхности Марса, чтобы их изображение в телескопе (рефлекторе) с диаметром объектива 60 см можно было отличить от изображения одной точки? Считать, что Марс наблюдается в момент великого противостояния, когда расстояние от него до Земли минимально и составляет  $5,6 \cdot 10^7$  км.
- 21.66.** Камера длиной 10 см с малым отверстием предназначена для фотографирования удаленных предметов. Оценить диаметр отверстия камеры, при котором она имеет наибольшую разрешающую способность. Длина волны используемого света равна 500 нм.
- 21.67.** На спутниках устанавливаются фотокамеры, позволяющие «разрешить» объекты, имеющие линейные размеры около



- 30 см. Каков должен быть диаметр объектива такой фотокамеры, если спутник находится на высоте 250 км?
- 21.68.** Сколь мало может быть угловое расстояние между двумя звездами, если их изображения едва разрешаются рефракторами Пулковской обсерватории? Диаметр объектива рефрактора 76 см. Длину волны света считать равной 550 нм.
- 21.69.** Диаметр зеркала Большого азимутального телескопа 6,0 м. Оценить предельное угловое разрешение, которое может быть получено на этом телескопе.
- 21.70.** Самый большой телескоп-рефрактор (линзовый) был построен в 1897 г. в Йеркской обсерватории (США). Он имеет диаметр объектива 102 см. Какой минимальный размер должен иметь объект на Марсе, чтобы его можно было отличить от точки. Длину волны света принять равной 550 нм. Минимальное расстояние от Марса до Земли составляет 56 Мкм.
- 21.71.** Самый большой в настоящее время телескоп – зеркальный телескоп У. Кека. Он состоит из четырех телескопов с 10-метровыми зеркальными объективами, что вместе эквивалентно одному телескопу с 90-метровым объективом. Оценить его угловое разрешение.

## **22. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СВЕТА С ВЕЩЕСТВОМ. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА**

- 22.1.** Из некоторого вещества изготовлены две пластинки толщиной 2,0 мм и 4,0 мм. Измерения показали, что первая пластинка поглощает 15 % падающего на нее светового потока, а вторая – 25 %. Найти показатель поглощения вещества, считая, что свет падает на пластинки нормально. Отражением света от границ раздела пренебречь.
- 22.2.** Поглощающая пластинка пропускает 15 % падающего на нее светового потока. Какая часть светового потока поглотится при прохождении света через пять таких пластинок? Отражением света от границ раздела пренебречь.
- 22.3.** Некоторая пластинка толщиной 2,5 мм поглощает  $1/5$  часть падающего на нее светового потока. Определить показатель

поглощения вещества, из которого изготовлена пластинка. Какой толщины следует изготовить пластинку из того же вещества, чтобы она ослабляла проходящий через нее световой поток в 10 раз? Отражение света от границ раздела не учитывать.

- 22.4. При прохождении в некотором веществе пути  $l$  интенсивность света уменьшается в 2,0 раза. Во сколько раз уменьшится интенсивность при прохождении в этом веществе пути  $3l$ ?
- 22.5. В поглощающей среде распространяется плоская монохроматическая световая волна. Коэффициент поглощения среды для данной длины волны равен  $1,00 \text{ м}^{-1}$ . На сколько процентов уменьшается интенсивность света при прохождении волной пути, равного: а) 5,00 мм, б) 10,0 мм, в) 1,00 м?
- 22.6. Две пластинки, имеющие одинаковую толщину, но сделанные из различных материалов, пропускают соответственно  $3/4$  и  $7/8$  части падающего светового потока. Чему равно отношение показателей поглощения этих пластинок. Отражением света от границ раздела пренебречь.
- 22.7. Две пластики, имеющие одинаковую толщину, но сделанные из различных материалов, поглощают соответственно 10 % и 30 % интенсивности падающего светового потока. Найти отношение показателей поглощения этих пластинок. Отражением света от границ раздела пренебречь.
- 22.8. Рентгеновский пучок, имеющий длину волны 50 нм, проходит через свинцовый экран. Какой толщины следует взять экран, чтобы получить ослабление излучения в 10000 раз? Массовый показатель ослабления для этой длины волны равен  $5,4 \text{ м}^2/\text{кг}$ . Во сколько раз будет ослаблять это же излучение экран, изготовленный из алюминия, для которого массовый показатель ослабления равен  $0,020 \text{ м}^2/\text{кг}$ ? (Массовым показателем ослабления называют отношение показателя поглощения в законе Бугера к плотности вещества).
- 22.9. Зависимость показателя преломления от длины волны для некоторого вещества имеет вид  $n(\lambda) = n_0 + B/\lambda^2$ , где  $n_0 = 1,43$ ,  $B = 2,2 \cdot 10^{-13} \text{ м}^{-2}$ . Определить групповую скорость

для узкой спектральной линии, имеющей максимум на длине волны 546,1 нм.

- 22.10.** Зависимость показателя преломления от частоты для некоторого оптически прозрачного вещества имеет вид  $n(\nu) = n_0(1 - A\nu^2)$ , где  $n_0 = 1,50$ ,  $A = 3,6 \cdot 10^{-28} \text{ с}^{-2}$ . Определить групповую скорость для светового пучка на длине волны 550 нм.
- 22.11.** Определить групповую скорость электромагнитных волн в среде, для которой зависимость фазовой скорости от частоты в некотором спектральном интервале определяется выражением  $v = av$ , где  $a = \text{const}$ .
- 22.12.** Предельный угол полного отражения для некоторого вещества равен  $42^\circ$ . Чему равен для этого вещества угол полной поляризации? Определить также скорость распространения света в такой среде.
- 22.13.** Луч света падает из воздуха под углом  $56^\circ$  на плоскую границу среды, при этом отраженный луч перпендикулярен к преломленному. Чему равен показатель преломления среды? Как поляризован отраженный луч?
- 22.14.** Угол преломления луча в жидкости равен  $31,5^\circ$ . Определить показатель преломления этой жидкости, если отраженный от ее поверхности луч при этом угле падения максимально поляризован. Чему будет равна фазовая скорость света в этой жидкости?
- 22.15.** Чему равен показатель преломления стекла, если при отражении света от стеклянной пластинки отраженный луч будет полностью поляризован при угле преломления  $32^\circ$ ?
- 22.16.** На стеклянную пластинку с показателем преломления 1,70 падает луч под углом полной поляризации. На сколько надо изменить угол падения, чтобы получить полную поляризацию отраженного луча, если пластинку поместить в сосуд с глицерином, для которого показатель преломления равен 1,48.
- 22.17.** Луч света проходит через жидкость, налитую в стеклянный сосуд, и отражается от дна. Отраженный луч полностью поляризован при падении его на дно сосуда под углом  $42^\circ 37'$ .

- Найти: а) показатель преломления жидкости; б) угол, под которым должен падать на дно сосуда луч света, идущий в этой жидкости, чтобы наступило полное отражение.
- 22.18.** Степень поляризации частично поляризованного света равна 0,25. Найдите отношение интенсивности поляризованной составляющей этого света к интенсивности естественной составляющей.
- 22.19.** Чему равен угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора, если интенсивность естественного света, прошедшего через поляризатор и анализатор, уменьшилась в четыре раза? Поглощением света пренебречь.
- 22.20.** Во сколько раз уменьшится интенсивность естественного света, прошедшего сквозь два одинаковых поляроида, плоскости поляризации которых составляют угол  $63^\circ$ ? Известно, что вследствие поглощения наибольшая интенсивность света, прошедшего сквозь поляроид, равна 90 % интенсивности поляризованного света, падающего на него. Во сколько раз уменьшится интенсивность света, если кроме двух поляроидов свет проходит еще сквозь третий поляроид, направление плоскости поляризации которого такое же, как для первого поляроида?
- 22.21.** При падении естественного света на некоторый поляризатор проходит 30 % светового потока, а через два таких поляризатора – 13,5 %. Найти угол между плоскостями пропускания этих поляризаторов.
- 22.22.** Естественный свет проходит через поляризатор и анализатор, поставленные так, что угол между их главными плоскостями равен  $\alpha$ . Как поляризатор, так и анализатор поглощают и отражают 8,0 % интенсивности падающего на них света. Оказалось, что интенсивность света, вышедшего из анализатора, составляет 9,0 % от интенсивности естественного света, падающего на поляризатор. Найти угол  $\alpha$ .
- 22.23.** Главные плоскости двух поляризаторов составляют угол  $45^\circ$ . Как изменится интенсивность света, проходящего через два поляроида, если расположить их главные плоскости под углом  $60^\circ$ ?

- 22.24.** Выполнив построение Гюйгенса, определить направления обыкновенного и необыкновенного лучей при преломлении на границе воздух – положительный кристалл для случая нормального падения (оптическая ось кристалла перпендикулярна нормали к его поверхности).
- 22.25.** Выполнив построение Гюйгенса, определите направления обыкновенного и необыкновенного лучей при преломлении на границе воздух – положительный кристалл для случая наклонного падения (оптическая ось кристалла ориентирована под некоторым углом к его поверхности).
- 22.26.** Параллельный пучок света падает нормально на пластинку исландского шпата, вырезанную параллельно оптической оси. Определите разность хода и сдвиг фаз обыкновенного и необыкновенного лучей, прошедших через пластинку. Толщина пластинки равна 0,036 мм; значения коэффициентов преломления для обыкновенного и необыкновенного лучей соответственно равны 1,658 и 1,486. Длина волны монохроматического пучка света равна 480 нм.
- 22.27.** Какой должна быть наименьшая толщина пластинки кварца, вырезанной параллельно оптической оси, чтобы падающий плоскополяризованный свет выходил поляризованным по кругу? Значения коэффициентов преломления обыкновенного и необыкновенного лучей соответственно равны 1,5533 и 1,5442. Длина волны падающего света 500 нм.
- 22.28.** Кварцевая пластинка, вырезанная параллельно оптической оси, помещена между поляроидами с перпендикулярными главными плоскостями так, что ее оптическая ось составляет угол  $45^\circ$  с главными направлениями поляроидов. При какой минимальной толщине пластинки свет с длиной волны 656,3 нм будет проходить через эту систему с максимальной интенсивностью, а свет с длиной волны 486,1 нм будет сильно ослаблен? Разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей для обеих длин волн принять одинаковой и равной 0,0090.
- 22.29.** Для некоторого одноосного кристалла разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей для длины волны 500 нм равна 0,00680. Какой минимальной

толщины следует вырезать пластинку параллельно оптической оси, чтобы она линейно поляризованный свет превращала в циркулярно поляризованный?

- 22.30.** Пластинка, вырезанная параллельно оптической оси, поворачивает плоскость поляризации линейно поляризованного монохроматического света ( $\lambda = 600$  нм) на угол  $90^\circ$ . Определить толщину пластинки, если разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей для используемой длины волны света равна  $0,0590$ .
- 22.31.** Пластинка кварца толщиной  $1,2$  мм, вырезанная перпендикулярно к оптической оси и помещенная между двумя параллельными поляроидами, поворачивает плоскость поляризации на угол  $20^\circ$ . При какой минимальной толщине кварцевой пластинки свет этой же длины волны не будет выходить из второго поляроида?
- 22.32.** Определить постоянную вращения для кварца, если кварцевая пластинка, вырезанная перпендикулярно оптической оси и помещенная между поляроидами с параллельными главными плоскостями, полностью затемняет поле зрения. Толщина пластинки равна  $4,02$  мм.
- 22.33.** Пластинка кварца толщиной  $1,0$  мм, вырезанная перпендикулярно к оптической оси и помещенная между двумя поляроидами с параллельными главными плоскостями, поворачивает плоскость поляризации на угол  $20^\circ$ . При какой минимальной толщине кварцевой пластинки свет этой же длины волны не будет выходить из второго поляроида?
- 22.34.** Пластинка кварца толщиной  $2,4$  мм, вырезанная перпендикулярно к оптической оси и помещенная между двумя поляроидами с параллельными главными плоскостями, поворачивает плоскость поляризации на угол  $48^\circ$ . При какой толщине кварцевой пластинки свет этой же длины волны будет проходить через второй поляроид без ослабления?
- 22.35.** Какой толщины пластинку кварца нужно поместить между двумя поляроидами с перпендикулярными главными плоскостями, чтобы поле зрения стало максимально светлым? Как в этой пластинке должна проходить оптическая ось? Опыт производится в монохроматическом свете

( $\lambda = 500$  нм). Удельное вращение кварца для этой длины волны  $29,7^\circ$  на  $1,0$  мм.

- 22.36.** Между двумя поляроидами с параллельными главными плоскостями поместили кварцевый клин с преломляющим углом  $\theta = 3,5^\circ$ . Оптическая ось клина параллельна его ребру и составляет  $45^\circ$  с главными направлениями поляроидов. При прохождении через эту систему света ( $\lambda = 550$  нм) наблюдается система светлых и темных полос. Ширина каждой полосы  $\Delta x = 1,00$  мм. Объяснить происхождение полос. Определить разность показателей преломления кварца для обыкновенного и необыкновенного лучей указанной длины волны.
- 22.37.** Ячейку Керра поместили между двумя поляроидами с перпендикулярными главными плоскостями так, что направление электрического поля в конденсаторе образует угол  $45^\circ$  с плоскостями пропускания поляризаторов. Конденсатор имеет длину  $80$  мм и заполнен бензолом. Через систему проходит свет с длиной волны  $600$  нм. Определить величину напряжения, которое следует приложить к пластинам конденсатора, чтобы свет проходил через ячейку без ослабления. Постоянная Керра для бензола при данной длине волны равна  $B = 6,0 \cdot 10^{-10}$  м/В<sup>2</sup>.
- 22.38.** Ячейка Керра представляет собой плоский конденсатор с длиной пластин  $60$  мм, расстояние между которыми  $2,0$  мм, заполненный нитротолуолом. Определить величину напряжения, которое следует приложить к пластинам конденсатора, чтобы после прохождения через ячейку монохроматического света с длиной волны  $589$  нм плоскость поляризации света поворачивалась на  $90^\circ$ . Постоянная Керра для нитротолуола при данной длине волны равна  $B = 1,23 \cdot 10^{-7}$  м/В<sup>2</sup>.
- 22.39.** Какую разность потенциалов надо приложить к пластинам плоского конденсатора, заполненного водой и образующего ячейку Керра, чтобы разность хода обыкновенного и необыкновенного лучей монохроматического света с длиной волны  $632,8$  нм была равна  $\lambda/4$ ? Каковы при этом будут разности показателей преломления и разность фаз обыкновен-

ного и необыкновенного лучей? Длина пластин конденсатора 4,5 см, расстояние между ними 1,5 мм. Постоянная Керра для воды при данной длине волны  $B = 4,7 \cdot 10^{-9} \text{ м/В}^2$ .

- 22.40.** Какую разность потенциалов надо приложить к пластинам конденсатора при наблюдении эффекта Керра в нитробензоле, чтобы конденсатор действовал как пластинка в четверть длины волны? Постоянная Керра для нитробензола при длине волны монохроматического света 589,0 нм равна  $B = 2,2 \cdot 10^{-7} \text{ м/В}^2$ . Какова при этом разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей? Длина пластин конденсатора 3,0 см, расстояние между ними 2,0 мм.
- 22.41.** В классической электронной теории дается зависимость показателя преломления среды от частоты проходящего в ней света (теоретическая часть пособия). Найти показатель преломления азота для желтой линии натрия (длина волны 589,3 нм) при температуре 20 °С и давлении 3,5 МПа, если при нормальных условиях он равен 1,00030.
- 22.42.** Радиолокатор, использующийся для определения скорости автомобиля на шоссе, работает на длине волны 3,0 см. Определить скорость приближающегося автомобиля, если разность частот сигнала передатчика и сигнала, отраженного от автомобиля в месте расположения радиолокатора, равна 1,05 кГц.
- 22.43.** С какой скоростью должен приближаться к Земле космический корабль, чтобы луч рубинового лазера ( $\lambda = 694,3 \text{ нм}$ ), направленный с Земли на корабль, показался наблюдателю, находящемуся на корабле, зеленым с длиной волны 555 нм?
- 22.44.** Каково доплеровское смещение линии водорода  $H_\alpha$  с длиной волны 656,3 нм при наблюдении вдоль пучка атомов водорода, движущихся со скоростью 1,3 Мм/с?
- 22.45.** Как движется относительно Земли некоторая туманность, если  $\alpha$ -линия атомов водорода (длина волны 656,3 нм) в спектре излучения туманности смещена на 2,0 нм в красную сторону?



- 22.46.** Период вращения Солнца вокруг оси равен 24,7 земных суток. Радиус Солнца равен  $7,0 \cdot 10^8$  м. Какое доплеровское смещение можно ожидать в окрестности длины волны франгоферовой  $\beta$ -линии водорода (с длиной волны 486,1 нм), испускаемой краем солнечного диска?
- 22.47.** Регистрируя излучение некоторой галактики, радиоастрономы заметили, что излучение нейтрального водорода, имеющего длину волны 21 см, наблюдается на длине волны 21,2 см. Удаляется или приближается к Земле данная галактика? Определить также скорость, с которой движется галактика относительно Земли.
- 22.48.** Самолет летит по направлению к радиолокатору, работающему на длине волны 25 см. Определить скорость самолета, если регистрируемая локатором разность частот между сигналом, посылаемым локатором, и сигналом, отраженным от самолета, 3000 Гц.
- 22.49.** Одна из спектральных линий, которую испускают возбужденные ионы  $He^{2+}$ , имеет длину волны 410 нм. Найти, какое значение длины волны будет определено в лабораторном эксперименте, если наблюдение этой линии ведется перпендикулярно пучку движущихся ионов с кинетической энергией 5,0 кэВ.
- 22.50.** С какой скоростью должен был бы двигаться автомобиль, чтобы красный свет светофора ( $\lambda = 650$  нм) казался водителю зеленым ( $\lambda = 530$  нм)?

## ПРИЛОЖЕНИЯ

### Приложение 1. Основные физические постоянные

Физическая постоянная	Обозначение	Числовое значение
Скорость света в вакууме	$c$	$3,00 \cdot 10^8$ м/с
Элементарный электрический заряд	$e$	$1,60 \cdot 10^{-19}$ Кл
Постоянная Планка	$h$	$6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
	$\hbar = h/(2\pi)$	$1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Гравитационная постоянная	$G$	$6,67 \cdot 10^{-11}$ м <sup>3</sup> /(кг·с <sup>2</sup> )
Нормальное ускорение свободного падения	$g$	9,81 м/с <sup>2</sup>
Постоянная Авогадро	$N_A$	$6,02 \cdot 10^{23}$ моль <sup>-1</sup>
Универсальная газовая постоянная	$R$	8,31 Дж/(моль·К)
Постоянная Больцмана	$k$	$1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Масса покоя электрона	$m_e$	$9,11 \cdot 10^{-31}$ кг
Масса покоя протона	$m_p$	$1,672 \cdot 10^{-27}$ кг
Масса покоя нейтрона	$m_n$	$1,675 \cdot 10^{-27}$ кг
Постоянная Фарадея	$F$	96480 Кл/м
Электрическая постоянная	$\epsilon_0$	$8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
	$k = 1/4\pi\epsilon_0$	$9,00 \cdot 10^9$ м/Ф
Магнитная постоянная	$\mu_0$	$4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м

### Приложение 2. Плотность твердых тел

Твердое тело	Плотность, кг/м <sup>3</sup>
Алмаз	3500
Алюминий	2700
Бронза	8800
Барий	3500
Ванадий	6020

Продолжение приложения 2

Висмут	9800
Железо	7900
Золото	19300
Каменная соль	2200
Канифоль	1070
Кирпич	1800
Латунь	8400
Литий	530
Лед	900
Медь	8930
Никель	8900
Олово	7100
Платина	21400
Пробка	200
Свинец	11300
Серебро	10500
Сталь	7700
Стекло	2700
Цезий	1900
Цинк	7150

Приложение 3. Плотность жидкостей

<b>Жидкость</b>	<b>Плотность, кг/м<sup>3</sup></b>
Ацетон	781
Бензин	720
Бензол	880
Вода (при 4 °С)	1000
Глицерин	1260
Касторовое масло	950
Керосин	800
Масло подсолнечное	925
Масло машинное	910
Ртуть	13600
Сероуглерод	1260
Спирт этиловый	710

#### Приложение 4. Модуль Юнга

Вещество	Модуль Юнга, ГПа
Алюминий	70
Бетон	3000
Дерево	10
Железо	210
Каучук	0,008
Кирпич	10
Латунь	90
Медь	120
Свинец	17
Чугун	100

#### Приложение 5. Удельная теплоемкость

Вещество	Удельная теплоемкость, Дж/(кг·К)
Алюминий	896
Бензин (50 °С)	2095
Висмут	130
Вода (20 °С)	4190
Вольфрам	195
Железо (сталь)	460
Камень	840
Латунь	386
Лед	2100
Масло трансформаторное	1800
Медь	395
Ртуть	138
Свинец	131
Спирт	2510

#### Приложение 6. Диэлектрическая проницаемость

Вещество	Проницаемость
Вода	81
Воздух	1,0

Продолжение приложения 6

Воск	7,8
Масло машинное	5,0
Масло трансформаторное	2,2
Керосин	2,0
Парафин	2,0
Полиэтилен	2,3
Пенопласт	1,2
Слюда	6,0
Стекло	7,0
Фарфор	6,0
Эбонит	2,6

**Приложение 7. Удельные сопротивления и температурные коэффициенты сопротивления проводников**

Проводник	Удельное сопротивление, нОм·м	Температурный коэффициент, К <sup>-1</sup>
Алюминий	28	0,0038
Вольфрам	55	0,0051
Графит	39000	-0,0008
Железо	98	0,0062
Константан	480	0,00002
Медь	17	0,0043
Никелин	400	0,00017
Нихром	1100	0,00026
Ртуть	958	0,0009
Свинец	211	0,0042
Сталь	120	0,006

**Приложение 8. Энергия ионизации**

Атом	Энергия, эВ
Азот	15,8
Аргон	15,7

Продолжение приложения 8

Водород	15,4
Гелий	24,45
Кислород	13,56
Натрий	5,12
Неон	21,48
Углекислый газ	14,4

Приложение 9. Подвижность ионов в газах при нормальных условиях ( $\times 10^{-4}$  см<sup>2</sup>/В·с)

Вещество	Положительные ионы	Отрицательные ионы
Азот	1,3	1,8
Водород	5,4	7,4
Воздух	1,4	1,9
Кислород	1,3	1,8
Окись углерода	1,0	1,1
Хлор	0,6	0,5

Приложение 10. Подвижность ионов в электролитах ( $\times 10^{-8}$  см<sup>2</sup>/В·с)

Вещество	Подвижность
Калий ( $K^+$ )	6,7
Натрий ( $Na^+$ )	4,5
Хлор ( $Cl^-$ )	6,8
Серебро ( $Ag^+$ )	5,6
$NO_3^-$	6,4
$OH^-$	18,0

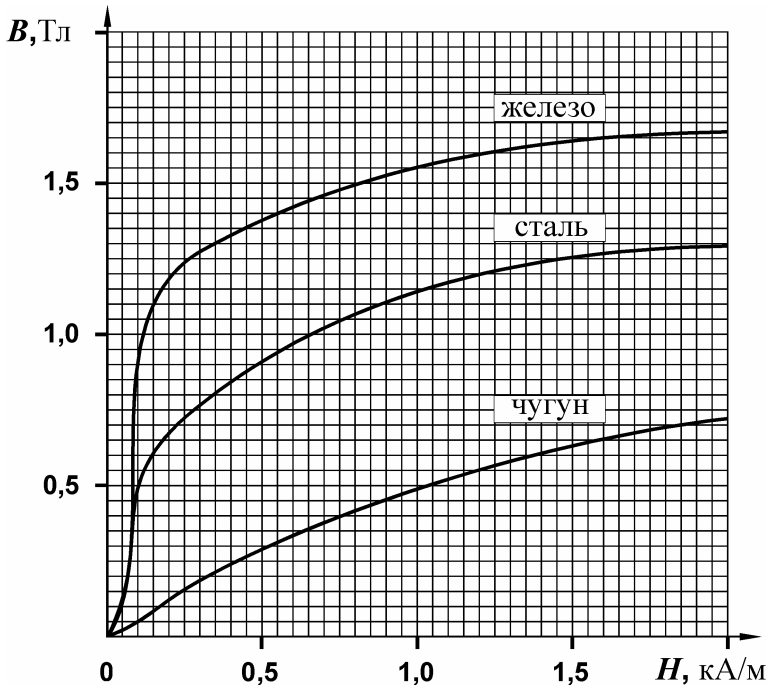
Приложение 11. Электрохимический эквивалент металлов

Вещество	Электрохимический эквивалент (мг/Кл)
Алюминий ( $Al^{3+}$ )	0,093
Висмут ( $Bi^{3+}$ )	0,719

Продолжение приложения 11

Железо ( $\text{Fe}^{2+}$ )	0,289
Железо ( $\text{Fe}^{3+}$ )	0,193
Золото ( $\text{Au}^+$ )	2,043
Золото ( $\text{Au}^{2+}$ )	0,681
Медь ( $\text{Cu}^+$ )	0,660
Медь ( $\text{Cu}^{2+}$ )	0,329
Никель ( $\text{Ni}^{2+}$ )	0,304
Никель ( $\text{Ni}^{3+}$ )	0,203
Ртуть ( $\text{Hg}^+$ )	2,079
Серебро ( $\text{Ag}^+$ )	1,118
Хром ( $\text{Cr}^{3+}$ )	0,180
Цинк ( $\text{Zn}^{2+}$ )	0,338

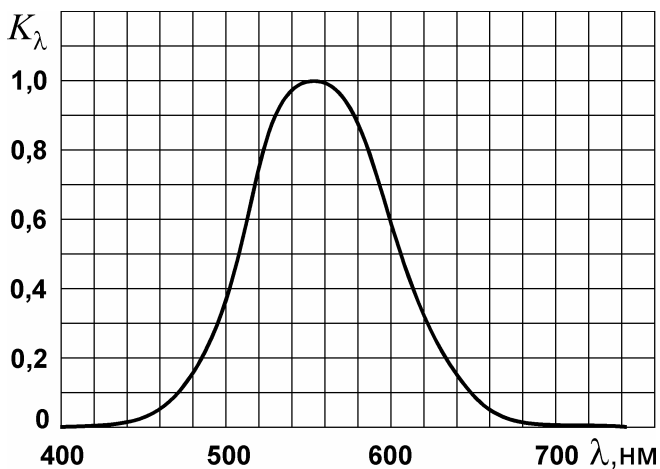
Приложение 12. Основная кривая намагничивания



**Приложение 13. Показатели преломления веществ  
(средние для видимого диапазона)**

<b>Вещество</b>	<b>Показатель</b>
Азот	1,000298
Алмаз	2,45
Ацетон	1,36
Вода (20 °С)	1,33
Водород	1,000132
Кварц	1,54
Лед (-4 °С)	1,31
Скипидар (20 °С)	1,47
Стекло	1,5
Янтарь	1,55

**Приложение 14. Кривая относительной спектральной  
чувствительности глаза (кривая видности)**



**Приложение 15. Греческий алфавит**

<b>Обозначение букв</b>	<b>Название букв</b>
А, α	Альфа
В, β	Бета
Г, γ	Гамма



Продолжение приложения 15

$\Delta, \delta$	Дельта
$E, \varepsilon$	Эпсилон
$Z, \zeta$	Дзета
$H, \eta$	Эта
$\Theta, \theta$	Тэта
$I, \iota$	Иота
$K, \kappa$	Каппа
$\Lambda, \lambda$	Лямбда
$M, \mu$	Мю
$N, \nu$	Ню
$\Xi, \xi$	Кси
$O, o$	Омикрон
$P, \pi$	Пи
$\rho, \rho$	Ро
$\Sigma, \sigma$	Сигма
$T, \tau$	Тау
$Y, \upsilon$	Ипсилон
$\Phi, \phi$	Фи
$X, \chi$	Хи
$\Psi, \psi$	Пси
$\Omega, \omega$	Омега

**Приложение 16. Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименования**

Наименование	Приставка	
	обозначение	множитель
Экса	Э	$10^{18}$
Пэта	П	$10^{15}$
Тера	Т	$10^{12}$
Гига	Г	$10^9$
Мега	М	$10^6$
Кило	к	$10^3$

## Продолжение приложения 16

Гекто	г	$10^2$
Дека	да	$10^1$
Деци	д	$10^{-1}$
Сант	с	$10^{-2}$
Милли	м	$10^{-3}$
Микро	мк	$10^{-6}$
Нано	н	$10^{-9}$
Пико	п	$10^{-12}$
Фемто	ф	$10^{-15}$
Атто	а	$10^{-18}$

## РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

### Основная

1. Наркевич, И.И. Физика: учеб. / И.И. Наркевич, Э.И. Волмянский, С.И. Лобко. – Минск: Новое знание, 2004. – 680 с.
2. Савельев, И.В. Курс общей физики: в 5 кн. / И.В. Савельев. – М.: Наука, Физматлит, 1998. – Кн. 5.
3. Детлаф, А.А. Курс физики / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. – М.: Академия, 2003. – 720 с.
4. Трофимова, Т.И. Курс физики / Т.И. Трофимова. – М.: Высшая школа, 2004. – 544 с.

### Дополнительная

1. Сивухин, Д. В. Общий курс физики: в 4 т. / Д.В. Сивухин. – М.: Физматлит, МФТИ, 2002. – Т. 4.
2. Волькенштейн, В.С. Сборник задач по общему курсу физики / В.С. Волькенштейн. – М.: Наука, 1985. – 384 с.
3. Чертов, А.Г. Задачник по физике / А.Г. Чертов, А.А. Воробьев. – М.: Высшая школа, 1988. – 526 с.
4. Трофимова, Т.И. Сборник задач по курсу физики / Т.И. Трофимова. – М.: Высшая школа, 1996. – 303 с.
5. Варыкаш, В.М. Кіраўніцтва да рашэння задач па агульнай фізіцы / В.М. Варыкаш, М.С. Цэдрык. – Мінск: Вышэйшая школа, 1995. – 297 с.
6. Фирганг, Е.В. Руководство к решению задач по курсу общей физики / Е.В. Фирганг. – М.: Высшая школа, 1977. – 351 с.

## **ТРЕБОВАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ\***

1. Работа должна быть написана в ученической тетради в клетку.

2. На титульном листе следует указать номер контрольной работы, наименование дисциплины, фамилию и инициалы студента, домашний адрес (см. образец оформления титульного листа).

3. Контрольную работу следует выполнять аккуратно, оставляя поля для замечаний рецензента.

4. Задачу своего варианта нужно переписывать полностью, а заданные физические величины выписать отдельно, при этом все числовые величины должны быть переведены в одну систему единиц.

5. При необходимости для пояснения решения задачи следует сделать аккуратный чертеж.

6. Решения задач и используемые формулы должны сопровождаться пояснениями.

7. В пояснениях к задаче необходимо указывать те основные законы и формулы, на которых базируется ее решение.

8. При получении расчетной формулы, которая нужна для решения конкретной задачи, необходимо приводить ее вывод.

9. Решение задачи рекомендуется сделать сначала в общем виде (только в буквенных обозначениях, поясняя применяемые при написании формул буквенные обозначения).

10. Вычисления следует проводить путем подстановки заданных числовых величин в расчетную формулу. Все числовые значения величин должны быть выражены в СИ (см. справочные материалы).

11. Необходимо проверить единицы измерения полученных величин по расчетной формуле и тем самым подтвердить ее правильность.

12. Точность расчета определяется числом значащих цифр исходных данных. Константы физических величин и другие справочные данные выбираются из таблиц.

---

\* Данные требования и образец оформления титульного листа контрольной работы разработаны и используются в ГрГУ им. Я. Купалы.

13. В контрольной работе следует перечислить литературу, которая использовалась при решении задач.

Контрольные работы, представленные без соблюдения указанных требований, а также работы, выполненные не по своему варианту, к рецензированию допущены не будут.

### **Образец оформления титульного листа контрольной работы**

Учреждение образования  
«Гродненский государственный университет  
имени Янки Купалы»

Контрольная работа № 2  
Физика. Электродинамика

Выполнил:  
студент 2 курса, специальность  
«Промышленное и гражданское строительство»  
Коваль Ян Янович

Адрес: 231900, Гродненская область,  
г. Волковыск, ул. Центральная 12 – 11  
тел. дом. 8 (01512) 333-33  
тел. моб. 8 (029) 6211212

Проверил: Урбанович В.И.

2008 г.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Введение</b> .....	3
<b>Раздел 1. Электродинамика</b> .....	5
1. Электростатическое поле. Закон Кулона .....	5
2. Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме .....	9
3. Работа сил электростатического поля. Потенциал. Разность потенциалов .....	13
4. Электростатическое поле в диэлектриках. Электрическая емкость. Конденсаторы .....	16
5. Законы Ома для постоянного электрического тока .....	22
6. Правила Кирхгофа для расчета разветвленных цепей .....	27
7. Работа и мощность электрического тока .....	28
8. Электрический ток в жидкостях и газах .....	29
9. Магнитное поле в вакууме .....	32
10. Явление электромагнитной индукции .....	40
11. Магнитное поле в веществе .....	45
12. Простейшие переходные процессы в электрических цепях .....	47
13. Электромагнитные колебания. Переменный электрический ток. Уравнения Максвелла.....	48
Примеры решения задач .....	60
Задачи для индивидуальных заданий .....	117
<b>Раздел 2. Волновые процессы</b> .....	177
14. Волны .....	177
15. Звуковые явления .....	184
16. Электромагнитные волны .....	186
17. Фотометрия .....	189
18. Интерференция .....	195
19. Дифракция .....	203
20. Спектральные приборы .....	209
21. Основные понятия и законы геометрической оптики .....	213

22. Взаимодействие света с веществом.	
Поляризация света .....	222
Примеры решения задач .....	233
Задачи для индивидуальных заданий .....	304
<b>Приложения</b> .....	<b>362</b>
<b>Рекомендуемая литература</b> .....	<b>371</b>
<b>Требования к выполнению контрольных работ</b> .....	<b>372</b>

Учебное издание

**МАСКЕВИЧ** Александр Александрович  
**АСКИРКА** Валентин Федорович  
**ВАСИЛЮК** Геннадий Тимофеевич и др.

**ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ.  
ВОЛНОВАЯ ОПТИКА**

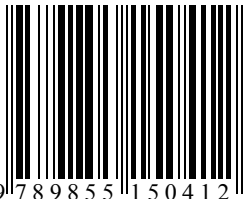
Учебное пособие

Редактор *М.В. Вахмянина*  
Компьютерная верстка: *В.Ф. Аскирка*  
Дизайн обложки: *В.Ф. Аскирка*

Подписано в печать 25.06.2008. Формат 60x84/16.  
Бумага офсетная. Печать . Гарнитура Таймс.  
Усл. печ. л. 21,85. Уч.-изд. л. 19,70. Тираж экз. Заказ

Учреждение образования «Гродненский государственный  
университет имени Янки Купалы».  
ЛИ №02330/0133257 от 30.04.2004.  
Пер. Телеграфный, 15а, 230023, Гродно.

ISBN 978-985-515-041-2



9 789855 150412 >