

ISSN 2077-8708

# **Проблемы физики, математики и техники**

**№1 (58) 2024**

# ПРОБЛЕМЫ ФИЗИКИ, МАТЕМАТИКИ И ТЕХНИКИ

## НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Издается с декабря 2009 г.

Выходит 4 раза в год

№ 1 (58) 2024

### СОДЕРЖАНИЕ

#### ФИЗИКА

- Андрусевич П.П., Редьков В.А.** Диракоподобные уравнения и обобщенные майорановские поля, внутренняя симметрия . . . . . 7
- Гиргель С.С.** ТМ моды векторных декартовых пучков Куммера конечной мощности . . . . . 16
- Можаровский В.В., Кукареко В.А., Марьин С.А., Кушнеров А.В.** Численный расчет и анализ напряженного состояния в слоистом теле при трении с учетом изменения модулей упругости покрытия и основания . . . . . 22
- Никитюк Ю.В., Емельянов В.А., Шершнев Е.Б., Ма Ц., Ван Л., Аушев И.Ю.** Оптимизация параметров двулучевого лазерного раскалывания стеклоизделий трубчатой формы . . . . . 29
- Пилипцов Д.Г., Руденков А.С., Рогачёв А.В., Джоу Бин, Кулеш Е.А., Федосенко Н.Н.** Структура и механические свойства а-С покрытий, осажденных из импульсной углеродной плазмы на нагретый подслои Ni . . . . . 36
- Свистун А.Ч., Мусафиров Э.В., Гайда Л.С., Матук Е.В.** Перемещение и локализация наночастиц в идеальной жидкости под действием градиентной силы светового давления . . . . . 44
- Ярмоленко М.А., Цзян Сяо Хун, Рогачёв А.А., Рогачёв А.В., Руденков А.С., Ярмоленко О.А., Фролов С.А.** Молекулярная структура и антифунгицидные свойства покрытий на основе клотримазола и полимеров, сформированных из активной газовой фазы . . . . . 50
- Ярмолич М.В., Каланда Н.А., Петров А.В., Лазарук С.К., Семченко А.В., Сангаа Д., Мунхцэцэг С.** Степень фазовых превращений в условиях политермического синтеза стронций-замещенного ферромолибдата . . . . . 57

#### МАТЕМАТИКА

- Бычков П.В., Каморников С.Ф., Тютянов В.Н.** Конечные группы с наследственно  $G$ -перестановочными подгруппами малого порядка . . . . . 63
- Старовойтов А.П., Рябченко Н.В.** Рациональные аппроксимации рядов Лорана . . . . . 68

#### ТЕХНИКА

- Комнатный Д.В.** Расчет электростатического поля ограничителей перенапряжения методом теорем сложения . . . . . 74
- Чан Ван Чиеу, Дао Динь Ха, Новиков П.Э., Корсак К.В., Ловшенко И.Ю., Стемпицкий В.Р.** Интегральная схема считывания данных с неохлаждаемых тепловых детекторов болометрического типа . . . . . 79

#### ИНФОРМАТИКА

- Демиденко О.М., Якимов А.И., Борчик Е.М., Якимов Е.А., Денисевич Д.А.** Решение задачи управления порядком выполнения заказов промышленного предприятия . . . . . 86
- Сморodin В.С., Прохоренко В.А.** Интеллектуальная система адаптации управления с обратными связями . . . . . 93

# PROBLEMS OF PHYSICS, MATHEMATICS AND TECHNICS

---

## SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL

Published since December 2009

Released quarterly

---

№ 1 (58) 2024

---

### CONTENTS

#### PHYSICS

<b>Andrusevich P.P., Red'kov V.A.</b> Dirac like equations and generalized Majorana fields, intrinsic symmetries . . . . .	7
<b>Girgel S.S.</b> TM modes of vector cartesian Kummer beams with transferable limited power . . . . .	16
<b>Mozharovsky V.V., Kukareko V.A., Marjin S.A., Kushnerou A.V.</b> Numerical calculation and analysis of the stress state in a layered body during friction, taken into account the changes in the elastic modules of the coating and base . . . . .	22
<b>Nikityuk Yu.V., Emelyanov V.A., Shershnev E.B., Ma J., Wang L., Aushev I.Yu.</b> Optimization of parameters for double-beam laser cleaving of tubular-shaped glass products . . . . .	29
<b>Piliptsov D.G., Rudenkov A.S., Rogachev A.V., Zhou Bin, Kulesh E.A., Fedosenko N.N.</b> Structure and mechanical properties of a-C coatings deposited from pulse carbon plasma on a Ni heated sublayer . . . . .	36
<b>Svistun A.Ch., Musafirov E.V., Gaida L.S., Matuk E.V.</b> Movement and localization of nanoparticles in an ideal liquid under the influence of the gradient force of light pressure . . . . .	44
<b>Yarmolenko M.A., Jiang Xiao Hong, Rogachev A.A., Rogachev A.V., Rudenkov A.S., Yarmolenko V.A., Frolov S.A.</b> Molecular structure and anti-fungicidal properties of coatings based on clotrimazole and polymers formed from the active gas phase . . . . .	50
<b>Yarmolich M.V., Kalanda N.A., Petrov A.V., Lazarouk S.K., Semchenko A.V., Sangaa D., Munkhtsetseg S.</b> Degree of phase transformations under conditions of polythermal synthesis of strontium-substituted ferromolybdate . . . . .	57

#### MATHEMATICS

<b>Bychkov P.V., Kamornikov S.F., Tyutyaynov V.N.</b> Finite groups with hereditarily $G$ -permutable subgroups of small order . . . . .	63
<b>Starovoïtov A.P., Ryabchenko N.V.</b> Rational approximations of Laurent series . . . . .	68

#### TECHNICS

<b>Komnatny D.V.</b> Electrostatic field of overvoltage limiter calculation by addition theorems method . . . . .	74
<b>Tran Van Trieu, Dao Dinh Ha, Novikov P.E., Korsak K.V., Lovshenko I.Yu., Stempitsky V.R.</b> Readout integrated circuit of thermal uncooled bolometric type detectors . . . . .	79

#### INFORMATION SCIENCE

<b>Demidenko O.M., Yakimov A.I., Borchik E.M., Yakimov E.A., Denisevich D.A.</b> Solving the problem of order fulfillment management of an industrial enterprise . . . . .	86
<b>Smorodin V.S., Prokhorenko V.A.</b> Intellectual adaptive control system with feedback connections . . . . .	93

УДК 535.36

DOI: [https://doi.org/10.54341/20778708\\_2024\\_1\\_58\\_44](https://doi.org/10.54341/20778708_2024_1_58_44)

EDN: SBVDBQ

## ПЕРЕМЕЩЕНИЕ И ЛОКАЛИЗАЦИЯ НАНОЧАСТИЦ В ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ГРАДИЕНТНОЙ СИЛЫ СВЕТОВОГО ДАВЛЕНИЯ

А.Ч. Свистун, Э.В. Мусафиров, Л.С. Гайда, Е.В. Матук

*Гродненский государственный университет им. Янки Купалы*

## MOVEMENT AND LOCALIZATION OF NANOPARTICLES IN AN IDEAL LIQUID UNDER THE INFLUENCE OF THE GRADIENT FORCE OF LIGHT PRESSURE

A.Ch. Svistun, E.V. Musafirov, L.S. Gaida, E.V. Matuk

*Yanka Kupala State University of Grodno*

**Аннотация.** Проведен теоретический анализ качественного поведения решений уравнения Ланжевена для движения сферической диэлектрической наночастицы, находящейся в интерференционном поле, формируемом при наложении встречных пучков лазерного излучения под действием градиентной силы без учета силы сопротивления среды. Показано, что в зависимости от начальных условий возможны два различных режима движения наночастиц – локализация наночастиц в одном из максимумов интерференционной картины излучения или неограниченное удаление от начального положения в пределах интерференционного поля.

**Ключевые слова:** диэлектрические наночастицы, радиационные силы, рассеяние света, интерференция электромагнитных волн.

**Для цитирования:** Свистун, А.Ч. Перемещение и локализация наночастиц в идеальной жидкости под действием градиентной силы светового давления / А.Ч. Свистун, Э.В. Мусафиров, Л.С. Гайда, Е.В. Матук // Проблемы физики, математики и техники. – 2024. – № 1 (58). – С. 44–49. – DOI: [https://doi.org/10.54341/20778708\\_2024\\_1\\_58\\_44](https://doi.org/10.54341/20778708_2024_1_58_44). – EDN: SBVDBQ

**Abstract.** A theoretical analysis of the qualitative behavior of solutions to the Langevin equation for the motion of a spherical dielectric nanoparticle located in an interference field formed by the superposition of oncoming laser beams under the action of a gradient force without taking into account the resistance force of the medium is carried out. It is shown that, depending on the initial conditions, two different modes of movement of nanoparticles are possible – localization of nanoparticles in one of the maxima of the interference pattern of radiation or unlimited distance from the initial position within the interference field.

**Keywords:** dielectric nanoparticles, radiation forces, light scattering, interference of electromagnetic waves.

**For citation:** Svistun, A.Ch. Movement and localization of nanoparticles in an ideal liquid under the influence of the gradient force of light pressure / A.Ch. Svistun, E.V. Musafirov, L.S. Gaida, E.V. Matuk // Problems of Physics, Mathematics and Technics. – 2024. – № 1 (58). – P. 44–49. – DOI: [https://doi.org/10.54341/20778708\\_2024\\_1\\_58\\_44](https://doi.org/10.54341/20778708_2024_1_58_44) (in Russian). – EDN: SBVDBQ

### Введение

Проблема воздействия оптического излучения на частицы вещества актуализировалась после создания мощных лазерных источников светового излучения. В настоящее время существует множество работ, в которых сообщается об исследовании действия силы светового давления на наночастицы с учётом физических свойств не только наночастиц [1]–[6], но и среды, в которой они расположены [7]–[9]. Не менее важными факторами, влияющими на эффективность взаимодействия оптического излучения с частицами вещества, являются параметры (степень когерентности, объемная плотность энергии, мощность и т. д.) лазерного излучения [10]. В экспериментах по манипулированию малыми частицами с использованием силы светового давления обычно используются сфокусированные пучки излучения лазеров непрерывного действия [11]–

[13]. Посредством формирующих оптических систем удаётся сконцентрировать энергию лазерного излучения в узком пучке, чем обеспечивается возможность более эффективного управления локализацией микро- и наночастиц [14]–[16], особенно интересного в медицинских приложениях. С использованием силы светового давления можно управлять не только потоком клеток, но и отдельно взятой биологической клеткой [17], [18].

Большое внимание уделяется изучению действия силы светового давления на металлические сферические наночастицы, расположенные вблизи диэлектрической подложки [19], [20], на диэлектрические сферические частицы вблизи металлических структур [21], [22], а также на системы нескольких металлических наноразмерных объектов [23], [24]. При этом в зависимости от типа возбуждаемой плазмонной моды (смена

типа моды может достигаться в результате как управляемого изменения расстояния между металлическими объектами [24], так и варьирования длины волны падающего излучения) направление силы светового давления может изменяться. Это означает, что между облучаемыми лазером металлическими наночастицами возможно и притяжение и отталкивание, что представляется весьма интересным в нанооплазмонике.

В работах [25], [26] сообщалось о результатах теоретического исследования транспортировки металлических наночастиц в поле сфокусированного лазерного излучения под действием силы светового давления. Особое внимание в них уделено изменению силы светового давления в условиях, соответствующих проявлению плазмонного резонанса в сферической металлической наночастице [27]. Показано, что величина силы светового давления существенно зависит от ориентации наночастиц относительно направления падающего лазерного пучка.

В работе профессора Н.Г. Хлебцова [28] содержится краткий обзор известных к началу XXI века теоретических и экспериментальных работ об изучении оптических свойств металлических частиц и их применении для направленной доставки медицинского препаратов к биологическим мишеням посредством силы светового давления. Профессором В.В. Бучановым с соавторами в [29] продемонстрирована возможность перемещения микрочастиц (клеток) в поле излучения фемтосекундного лазера и манипулирования их положением при варьировании силы светового давления. Перспективной для медицинских приложений оказалась и показанная в [30] возможность деструкции патологических клеток и резекции фрагмента от скопления раковых клеток вследствие разрыва связей между ними при многофотонном поглощении излучения биологическими объектами в поле фемтосекундных световых импульсов.

Исследование зависимости распределения наночастиц, помещенных в прозрачную жидкость, по размерам на характеристики четырехволнового преобразователя излучения сделано в работе [31]. Показано, что в зависимостях амплитудного коэффициента отражения и времени выхода на стационарное значение полуширины полосы пространственных частот от дисперсии наблюдаются экстремумы, при которых коэффициент отражения принимает наибольшее, а время выхода наименьшее значения.

В работе [32] проведен анализ вида пространственного спектра объектной волны, образующейся в процессе четырехволнового взаимодействия в схеме с горизонтально распространяющимися волнами накачки в зависимости от массы наночастиц в прозрачной суспензии. Полученные результаты могут быть использованы при проектировании систем нелинейной

адаптивной оптики на основе прозрачных суспензий наночастиц для задач коррекции мелкомасштабных фазовых искажений сигнальной волны.

Изучение сепарации наночастиц в прозрачной полидисперсной водной суспензии с различными типами распределений по размерам под действием силы светового давления (на основе стационарного решения уравнения диффузии), возникающей в поле лазерного излучения интенсивностью  $0,5\text{--}500\text{ кВт/см}^2$ , рассмотрено в работе [33]. Установлено, что на дно кюветы преимущественно будут осаждаться частицы радиусом более 100 нм, а концентрация более мелких наночастиц во всем объеме суспензии останется без изменений. В случае симметричного начального распределения наночастиц по размерам воздействие интенсивного светового пучка на суспензию приводит к нарушению симметрии кривой функции распределения, а также смещению максимума в область меньших размеров частиц на облучаемой поверхности.

Теоретическое исследование диэлектрической проницаемости, соответствующей плазмонным осцилляциям в эллипсоидальной наночастице с учетом вкладов по малому отношению размера наночастицы к длине волны приведено в работе [34]. Основное внимание в данной работе было уделено так называемым дипольным плазмонным осцилляциям, эффективно возбуждаемым почти однородным электрическим полем, возникающим вблизи наночастицы при действии на нее плоской монохроматической электромагнитной волной излучения лазера. На основе интегральных уравнений по объему наночастицы предложена общая схема нахождения поправок по волновому числу к электростатическому выражению для диэлектрической проницаемости плазмонных осцилляций произвольной мультипольности.

В настоящее время, несмотря на большое количество работ по данной тематике, остается нераскрыт вопрос качественного анализа уравнения движения частицы, а также получение новых теоретических данных по управляемой транспортировке и локализации наноразмерных частиц, находящихся в жидкой среде, силами светового давления лазерного излучения.

## 1 Основные соотношения

Сила светового давления, действующая на частицу в пространственно модулированном лазерном луче, может быть условно разделена на две составляющие: составляющую, направленную вдоль градиента интенсивности света, т. е. градиентную силу  $\vec{F}_{\text{grad}}$ , и составляющую, действующую вдоль направления распространения луча, и состоит из силы поглощения  $\vec{F}_{\text{abs}}$  и рассеивающей силы  $\vec{F}_{\text{scat}}$ .

Для рассматриваемой нами прозрачной наночастицы  $\vec{F}_{\text{abs}} = 0$  и, следовательно,

$$\vec{F} = \vec{F}_{\text{grad}} + \vec{F}_{\text{scat}}.$$

Поскольку интенсивности встречно распространяющихся лазерных лучей, образующих стоячую волну, равны, то  $\vec{F}_{\text{scat}} = 0$  и влияние излучения на наночастицу полностью обусловлено только градиентной составляющей силы.

Интенсивность излучения будет определяться следующим уравнением:

$$I(z) = I_0(1 + \cos(2kz)),$$

где  $k = (\omega/c)n$  – волновое число,  $\omega$  – частота излучения,  $n$  – показатель преломления жидкости.

В приближении Рэлея, когда размеры частицы малы по сравнению с длиной волны излучения, выражение для градиентной силы  $\vec{F}_{\text{grad}}$  можно записать в виде:

$$\vec{F}_{\text{grad}} = \vec{z} \cdot 2\pi \frac{n}{c} \alpha \frac{dI(z)}{dz} = -\vec{z} \cdot 4\pi \frac{n}{c} \alpha I_0 k \sin(2kz),$$

где  $\alpha = R^3 \frac{\bar{m}^2 - 1}{\bar{m}^2 + 2}$  – поляризуемость сферической

наночастицы радиуса  $R$  ( $kR \ll 1$ ),  $\bar{m} = n_0/n$ ,  $n_0$  – показатель преломления частицы.

Уравнение движения наночастицы, размещённой в идеальной жидкости под действием силы  $\vec{F}_{\text{grad}}$  аналогично математическому уравнению маятника и имеет вид:

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = -4\pi \frac{n}{c} \alpha I_0 k \sin(2kz), \quad (1.1)$$

или

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + 4\pi \frac{n}{mc} \alpha I_0 k \sin(2kz) = 0.$$

Заменяя ускорение наночастицы  $a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dz} \frac{dz}{dt} = \frac{v dv}{dz}$ , получим

$$\frac{v dv}{dz} = -4\pi \frac{n}{mc} \alpha I_0 k \sin(2kz).$$

Разделяя переменные и интегрируя обе части, получим

$$\int v dv = \int -4\pi \frac{n}{mc} \alpha I_0 k \sin(2kz) dz.$$

Решение данного уравнения имеет вид

$$\frac{v^2}{2} = 2\pi \frac{n}{mc} \alpha I_0 \cos(2kz) + C$$

или

$$v = \pm \sqrt{4\pi \frac{n}{mc} \alpha I_0 \cos(2kz) + 2C},$$

где  $C$  – постоянная интегрирования, которую найдем из начальных условий ( $t_0 = 0$ ,  $z_0 = \pi/2k$ ,  $v_0 \neq 0$ ).

Подставим начальные условия в последнее уравнение:

$$v_0 = \pm \sqrt{4\pi \frac{n}{mc} \alpha I_0 \cos\left(2k \frac{\pi}{2k}\right) + 2C},$$

или

$$v_0^2 = 4\pi \frac{n}{mc} \alpha I_0 \cos(\pi) + 2C.$$

$$\text{Откуда, } C = \frac{v_0^2}{2} + 2\pi \frac{n}{mc} \alpha I_0.$$

Возвращая постоянную интегрирования в уравнение, получим

$$v = \pm \sqrt{4\pi \frac{n}{mc} \alpha I_0 \cos(2kz) + v_0^2 + 4\pi \frac{n}{mc} \alpha I_0}, \quad (1.2)$$

т. е. зависимость скорости от координаты периодическая с периодом  $\pi/k$ .

На рисунке 1.1 представлена теоретическая зависимость скорости сферической диэлектрической наночастицы, находящейся в интерференционном поле, формируемом при наложении встречных пучков лазерного излучения под действием градиентной силы без учета силы сопротивления среды от времени, построенная на основании уравнения (1.2).

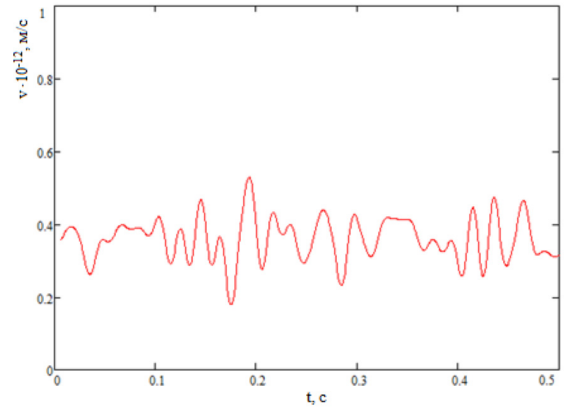


Рисунок 1.1 – Зависимость скорости движения наночастицы в поле лазерного излучения от времени ( $n = 1,33$ ,  $\alpha = 0,53$ ,  $m = 5,5 \cdot 10^{-18}$  кг  $I_0 = 5,093 \cdot 10^6$  Вт/м<sup>2</sup>,  $\lambda = 532$  нм,  $v_0 = 10^{-3}$  м/с)

Представляя  $v = \frac{dz}{dt}$  и разделяя переменные,

можно получить закон движения наночастицы, имеющий достаточно громоздкий вид, который сложен для анализа качественного поведения решений.

## 2 Исследование качественного поведения решений

В уравнении (1.1) выполним подстановку

$$z(t) = \frac{x(t)}{2k}, \text{ получим уравнение}$$



$$m\ddot{x} = -\frac{8\alpha I_0 k^2 n\pi}{c} \sin x,$$

где  $\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}$ . Введем замену параметров

$$s = \frac{8\alpha I_0 k^2 n\pi}{c}, \text{ тогда уравнение (1.1) примет вид}$$

$$m\ddot{x} + s \sin x = 0. \quad (2.1)$$

Заметим, что уравнение (2.1) эквивалентно системе уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = -\frac{s}{m} \sin x. \end{cases} \quad (2.2)$$

Фазовой поверхностью системы (2.2) является цилиндр. Особыми точками (точками равновесия) этой системы на развертке фазового цилиндра являются точки  $(x, y) = (0, 0)$  и  $(x, y) = (\pm\pi, 0)$ . Заметим, что замена переменных  $(x, y) \rightarrow (-x, -y)$  не изменяет систему (2.2), т. е. фазовый портрет системы (2.2) симметричен относительно начала координат.

Матрица Якоби системы (2.2) имеет вид

$$J(x, y) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{s \cos x}{m} & 0 \end{pmatrix}.$$

Для особой точки  $(\pm\pi, 0)$  собственные числа матрицы Якоби  $J(\pm\pi, 0)$  есть  $\lambda_{1,2} = \pm\sqrt{s/m}$ . Учитывая, что  $m, s > 0$ , получим два действительных числа разных знаков. Тогда точка  $(\pm\pi, 0)$  является седлом – неустойчивым состоянием равновесия (рисунок 2.1).

Для особой точки  $(0, 0)$  собственные числа матрицы Якоби  $J(0, 0)$  есть  $\lambda_{1,2} = \pm\sqrt{-s/m}$ . Учитывая, что  $m, s > 0$ , получим пару чисто мнимых чисел. Тогда точка  $(0, 0)$  – либо центр (окружена замкнутыми траекториями), либо фокус (окружена спиралями). Перемножая уравнения системы (2.2), получим уравнение  $mydy = -s \sin x dx$ , общий интеграл которого  $my^2 = 2s \cos x + C$ , т. е. функция

$$V(x, y) = my^2 - 2s \cos x$$

является первым интегралом системы (2.2), производная функции  $V(x, y)$  в силу системы (2.2) есть

$$\begin{aligned} \dot{V}(x, y) &= \frac{\partial V}{\partial x} \dot{x} + \frac{\partial V}{\partial y} \dot{y} = \\ &= (2s \sin x)y - 2my \frac{s \sin x}{m} \equiv 0. \end{aligned}$$

Тогда траектории системы (2.2) находятся на линиях уровня функции  $V$ . Для достаточно малых  $\varepsilon > 0$  (при  $0 < \varepsilon < 2s$ ) линии уровня  $V^{-1}(\varepsilon)$  представляют собой замкнутые кривые,

окружающие точку  $(0, 0)$ . Эти кривые не содержат точек равновесия и, следовательно, точка  $(0, 0)$  является центром (рисунок 2.1).

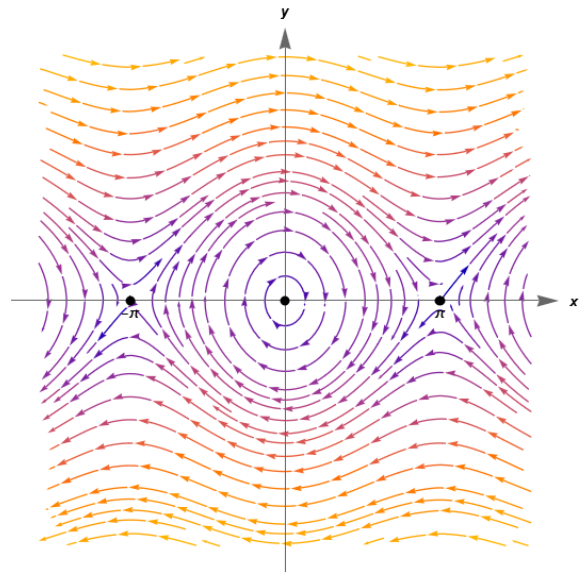


Рисунок 2.1 – Фазовый портрет системы (2.2)

Заметим, что в [35] изучается движение прозрачной наночастицы сферической формы в пространственно модулированном лазерном луче под действием градиентной силы с учетом силы сопротивления среды, которое описывается системой уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = -\frac{b}{m}y - \frac{s}{m} \sin x, \end{cases} \quad (2.3)$$

где  $b = 6\pi\eta R$ ,  $\eta$  – динамический коэффициент вязкости жидкости,  $R$  – радиус сферической наночастицы.

Эта система отличается от системы (2.2) наличием слагаемого  $-\frac{b}{m}y$  в правой части второго уравнения. Система (2.3) имеет те же особые точки, но характер точки  $(0, 0)$  с ростом параметра  $b > 0$  сначала меняется на устойчивый фокус (при  $b < 2\sqrt{ms}$ ), а затем на устойчивый узел (при  $b \geq 2\sqrt{ms}$ ).

Заметим, что системы (2.2) и (2.3) являются автономными, и, следовательно, с помощью подходов, изложенных в [36]–[40], результаты анализа качественного поведения решений системы (2.3) (или при  $b = 0$  системы (2.2), а значит и уравнения (1.1)) можно распространить на решения специальным образом возмущенных (с сохранением отражающей функции Мироненко) систем и, в частности, системы

$$\begin{cases} \dot{x} = y(1 + \beta(t)), \\ \dot{y} = -\frac{by + s \sin x}{m}(1 + \beta(t)), \end{cases} \quad (2.4)$$

которая эквивалентна уравнению

$$\ddot{x} + \frac{b(1+\beta(t))^2 - m\dot{\beta}(t)}{m(1+\beta(t))} \dot{x} + \frac{s(1+\beta(t))^2 \sin x}{m} = 0,$$

где  $\beta(t)$  – непрерывная скалярная функция. При этом возмущенная система (2.4) сохраняет (при дополнительных условиях на функцию  $\beta(t)$ ) многие качественные свойства решений исходной системы (2.3), такие как наличие периодических решений и устойчивость решений по Ляпунову [36].

### Заключение

В работе проведен теоретический анализ качественного поведения решений уравнения Ланжевена для движения прозрачной наночастицы сферической формы в пространственно модулированном лазерном луче под действием градиентной силы без учета силы сопротивления среды (в идеальной жидкости). Построен фазовый портрет этого уравнения. Показано, что в зависимости от начальных условий возможны два различных режима движения наночастиц – локализация наночастиц в одном из максимумов интерференционной картины излучения или неограниченное удаление от начального положения в пределах интерференционного поля.

### ЛИТЕРАТУРА

1. *Granqvist, C.G.* Optical properties of ultra-fine gold particles / C.G. Granqvist, O. Hunderi // *Phys. Rev. B.* – 1977. – Vol. 16, № 8. – P. 3513–3534.
2. *Doyle, W.T.* Optical properties of a suspension of metal spheres / W.T. Doyle // *Phys. Rev. B.* – 1989. – Vol. 39, № 14. – P. 9852–9858.
3. *О радиационных силах, действующих на прозрачную наночастицу в поле сфокусированного лазерного пучка* / А.А. Афанасьев [и др.] // *Квантовая электроника.* – 2015. – Т. 45, № 10. – С. 904–907.
4. *Свистун, А.Ч.* Локализация диэлектрической сферической наночастицы под действием двух радиационных сил в поле сфокусированного лазерного пучка гауссовой формы / А.Ч. Свистун, Л.С. Гайда, Е.В. Матук // *Журнал прикладной спектроскопии.* – 2019. – Т. 86, № 2. – С. 298–303.
5. *Савельев, М.В.* Пространственно-временные характеристики четырёхволнового преобразователя излучения с учётом поля тяжести Земли, действующего на растворённые в прозрачной жидкости наночастицы / М.В. Савельев, А.Д. Ремзов // *Компьютерная оптика.* – 2022. – Т. 46, № 4. – С. 547–554.
6. *Движение серебряных наночастиц в жидкости с различной вязкостью под действием сил светового давления* / А.А. Афанасьев [и др.] // *Проблемы физики, математики и техники.* – 2016. – № 4 (29). – С. 7–12.
7. *Rogovin, D.* Phase conjugation in liquid suspensions of microspheres in the diffusive limit / D. Rogovin, S.O. Sari // *Phys. Rev. A.* – 1985. – Vol. 31, № 4. – P. 2375–2389.
8. *Концентрационная нелинейность суспензии прозрачных микросфер под действием градиентной силы в поле периодически модулированного лазерного излучения* / А.А. Афанасьев [и др.] // *Квантовая электроника.* – 2016. – Т. 46, № 10. – С. 891–894.
9. *Afanas'ev, A.A.* Effect of focusing the laser beam on the radiation Gaussian forces acting on the transparent nanoparticle / A.A. Afanas'ev, L.S. Gaida, A.Ch. Svistun // *Zurnal Prikladnoj Spektroskopii.* – 2016. – Vol. 83, № 6–16. – P. 77–78.
10. *Влияние оптических параметров лазерного излучения и металлической наночастицы на ее транспортировку силами светового давления* / Л.С. Гайда [и др.] // *Вестник Гродненского государственного университета имени Янки Купалы. Серия 2. Математика. Физика. Информатика, вычислительная техника и управление.* – 2018. – Т. 8, № 3. – С. 93–101.
11. *Aberration correction in holographic optical tweezers* / K.D. Wulff [et al.] // *Opt. Express.* – 2006. – Vol. 14. – P. 4169–4174.
12. *Исследование локализации углеродных нанотрубок, взвешенных в жидкости, под действием градиентной силы в интерференционном поле лазерного излучения* / Л.С. Гайда [и др.] // *Вестник Гродненского государственного университета имени Янки Купалы. Серия 2. Математика. Физика. Информатика, вычислительная техника и управление.* – 2009. – № 1 (77). – С. 121–127.
13. *Wang, L.G.* Dynamic radiation force of a pulsed Gaussian beam acting on Rayleigh dielectric sphere / L.G. Wang, C.L. Zhao // *Opt. Express.* – 2007. – Vol. 15, № 17. – P. 10615–10621.
14. *Гайда, Л.С.* Движение металлической наночастицы в кровезамещающей жидкости под действием лазерного излучения / Л.С. Гайда, Е.В. Матук, А.Ч. Свистун // *Вестник Гродненского государственного университета имени Янки Купалы. Серия 2. Математика. Физика. Информатика, вычислительная техника и управление.* – 2022. – Т. 12, № 2. – С. 104–112.
15. *Гайда, Л.С.* Взаимодействие электромагнитного излучения с сфероидальными металлическими наночастицами в жидкости / Л.С. Гайда, Е.В. Матук, А.Ч. Свистун // *Проблемы физики, математики и техники.* – 2018. – № 1 (34). – С. 24–28.
16. *Матук, Е.В.* Вращение наночастиц в эллиптически поляризованном электромагнитном поле / Е.В. Матук, Л.С. Гайда, А.Ч. Свистун // *Вестник Гродненского государственного университета имени Янки Купалы. Серия 2. Математика. Физика. Информатика, вычислительная техника и управление.* – 2023. – Т. 13, № 3. – С. 109–117.



17. *Single-molecule biomechanics with optical methods* / A.D. Mehta [et al.] // Science. – 1999. – Vol. 283, № 5408. – P. 1689–1695.
18. *Afzal, R.S.* Optical tweezers using a diode laser / R.S. Afzal, E.B. Treacy // Rev. Sci. Instrum. – 1992. – Vol. 63. – P. 2157–2163.
19. *Chaumet, P.C.* Electromagnetic force on a metallic particle in the presence of a dielectric surface / P.C. Chaumet, M. Nieto-Vesperinas // Phys. Rev. B. – 2000. – Vol. 62, № 16. – P. 11185–11191.
20. *Chaumet, P.C.* Optical trapping and manipulation of nano-objects with an apertureless probe / P.C. Chaumet, A. Rahmani, M. Nieto-Vesperinas // Phys. Rev. Lett. – 2002. – Vol. 88, № 12. – P. 123601 (1–4).
21. *Quidant, R.* Radiation forces on a Rayleigh dielectric sphere in a patterned optical near field / R. Quidant, D. Petrov, G. Badenes // Opt. Lett. – 2005. – Vol. 30. – P. 1009–1011.
22. *Surface plasmon radiation forces* / G. Volpe [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 2006. – Vol. 96, № 23. – P. 238101.
23. *Halterman, K.* Plasmonic resonances and electromagnetic forces between coupled silver nanowires / K. Halterman, J.M. Elson, S. Singh // Phys. Rev. B. – 2005. – Vol. 72, № 7 – P. 075429.
24. *Lamothe, E.* Optical forces in coupled plasmonic nanosystems: Near field and far field interaction regimes / E. Lamothe, G. Leveque, Olivier J.F. Martin // Opt. Express. – 2007. – Vol. 15, № 15. – P. 9631–9644.
25. *Barton, J.P.* Theoretical determination of net radiation force and torque for a spherical particle illuminated by a focused laser beam / J.P. Barton, D.R. Alexander, S.A. Schaub // J. Appl. Phys. – 1989. – Vol. 66. – P. 4594–4602.
26. *Gouesbet, G.* Generalized Lorenz-Mie theories / G. Gouesbet, G. Grehan. – Berlin: Springer-Verlag, 2011. – P. 190–212.
27. *Григорчук, Н.И.* Сила давления оптического излучения на сфероидальную металлическую наночастицу вблизи плазмонного резонанса / Н.И. Григорчук, Н.И. Томчук // Физика низких температур. – 2007. – Т. 33, № 10. – С. 1119–1127.
28. *Хлебцов, Н.Г.* Оптика и биофотоника наночастиц с плазмонным резонансом / Н.Г. Хлебцов // Квантовая электроника. – 2008. – Т. 38, № 6. – С. 504–529.
29. *Оптические манипуляторы микрочастицами, использующие излучение фемтосекундных лазеров* / В.В. Бучанов [и др.] // Квантовая электроника. – 2010. – Т. 40, № 5. – С. 446–450.
30. *Залесский, А.Д.* Оптический лазерный манипулятор фемтосекундными импульсами / А.Д. Залесский // Труды МФТИ. – 2009. – Т. 1, № 1. – С. 53–58.
31. *Альдебенева, К.Н.* Влияние распределения частиц по размерам на характеристики четырехволнового преобразователя излучения в прозрачной двухкомпонентной среде / К.Н. Альдебенева, В.В. Ивахник, М.В. Савельев // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. – 2019. – Т. 22, № 1. – С. 4–9.
32. *Ремзов, А.Д.* Встречное четырехволновое взаимодействие в прозрачной суспензии наночастиц в поле тяжести Земли / А.Д. Ремзов, М.В. Савельев // Известия Российской академии наук. Серия физическая. – 2021. – Т. 85, № 12. – С. 1770–1775.
33. *Иванов, В.И.* Сепарация частиц в полидисперсной наносуспензии в поле лазерного излучения / В.И. Иванов, С.А. Пячин // Физико-химические аспекты изучения кластеров, наноструктур и наноматериалов. – 2021. – № 13. – С. 146–155.
34. *Гузатов, Д.В.* Плазмонные осцилляции дипольной мультипольности в трехосном наноэллипсоиде / Д.В. Гузатов, А.Ч. Свистун // Вестник Гродненского государственного университета имени Я. Купалы. Серия 2. Математика. Физика. Информатика, вычислительная техника и управление. Биология. – 2009. – № 3 (87). – С. 104–109.
35. *Локализация диэлектрической сферической наночастицы под действием градиентной силы в интерференционном поле, формируемом при наложении встречных пучков лазерного излучения* / А.Ч. Свистун [и др.] // Журнал прикладной спектроскопии. – 2023. – Т. 90, № 4. – С. 599–605.
36. *Musafirov, E.* Non-Autonomously Perturbed Autonomous Systems of Ordinary Differential Equations / E. Musafirov // Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems. Series B: Applications and Algorithms. – 2022. – Vol. 29, № 6. – P. 447–454.
37. *Мусафиров, Э.В.* Допустимые возмущения модели Костицына «хищник-жертва» / Э.В. Мусафиров // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. – 2015. – № 7–2 (18–2). – С. 248–252.
38. *Мусафиров, Э.В.* Допустимые возмущения обобщенной системы Носе – Гувера в одном случае / Э.В. Мусафиров // Ползуновский альманах. – 2020. – № 1. – С. 221–222.
39. *Мусафиров, Э.В.* Допустимые возмущения системы Лэнгфорда / Э.В. Мусафиров // Проблемы физики, математики и техники. – 2016. – № 3 (28). – С. 47–51.
40. *Мусафиров, Э.В.* Нестационарные дифференциальные системы, эквивалентные системе Лотки – Вольтерра с логистической поправкой / Э.В. Мусафиров // Наука Красноярья. – 2012. – № 1 (01). – С. 97–104.

Поступила в редакцию 18.10.2023.

#### Информация об авторах

Свистун Андрей Чеславович – к.ф.-м.н., доцент  
 Мусафиров Эдуард Владимирович – к.ф.-м.н., доцент  
 Гайда Леонид Станиславович – д.ф.-м.н., профессор  
 Матук Евгениюш Веславович – к.ф.-м.н., доцент